

В.Е. Бачурин

Домашняя работа по алгебре за 9 класс

**к учебнику «Алгебра: Учеб. для 9 кл.
общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова;
Под ред. С.А. Теляковского. — 10-е изд. —
М.: Просвещение, 2003 г.»**

ГЛАВА I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

§ 1. Функции и их свойства

1. а) $f(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 10 = 7$; б) $f(0) = -3 \cdot 0^2 + 10 = 10$;
в) $f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10 = -3 \cdot \frac{1}{9} + 10 = 9\frac{2}{3}$.
2. а) $f(0) = \frac{0 - 0,5}{0 + 0,5} = \frac{-0,5}{0,5} = -1$; б) $f(1,5) = \frac{1,5 - 0,5}{1,5 + 0,5} = \frac{1}{2}$;
в) $f(-1) = \frac{-1 - 0,5}{-1 + 0,5} = \frac{-1,5}{-0,5} = 3$.
3. а) $f(5) = 5^3 - 10 = 125 - 10 = 115$. б) $f(4) = 4^3 - 10 = 64 - 10 = 54$.
в) $f(2) = 2^3 - 10 = 8 - 10 = -2$. г) $f(-3) = (-3)^3 - 10 = -27 - 10 = -37$.
4. 1) $\varphi(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$; 2) $\varphi(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$;
3) $\varphi(2) = 2^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$; 4) $\varphi(3) = 3^2 + 3 + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$;
 $\varphi(0) + \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(3) = 1 + 3 + 7 + 13 = 24$.
5. а) $-5x + 6 = 17$; $-5x = 17 - 6$; $x = \frac{11}{-5} = -2,2$.
б) $-5x + 6 = -3$; $5x = 6 + 3$; $5x = 9$; $x = 1\frac{4}{5}$. в) $-5x + 6 = 0$; $5x = 6$; $x = 1\frac{1}{5}$.
6. а) $x(x+4) = 0$; $x_1 = 0$, $x + 4 = 0$; $x_2 = -4$. б) $\frac{x+1}{5-x} = 0$; $\begin{cases} x+1 = 0 \\ 5-x \neq 0 \end{cases}$; $x = -1$.
7. а) $\frac{4}{6+x} = 1$; $4 = 1 \cdot (6+x)$; $4 - 6 = x$; $x = -2$.
б) $\frac{4}{6+x} = -0,5$; $4 = -0,5(6+x)$; $8 = -6 - x$; $x = -14$.
в) $\frac{4}{6+x} = 0$; $4 = (6+x) \cdot 0$; $4 = 0$; нет решений.
8. а) $0,5x - 4 = -5$, $0,5x = -1$, $x = -\frac{1}{0,5}$, $x = -2$.
б) $0,5x - 4 = 0$, $0,5x = 4$, $x = \frac{4}{0,5}$, $x = 8$.
в) $0,5x - 4 = 2,5$, $0,5x = 6,5$, $x = \frac{6,5}{0,5}$, $x = 13$.

15. а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = -\frac{2}{x}$; в) $y = \frac{x}{2}$; г) $y = \frac{x}{2} - 2$; д) $y = 2 - \frac{x}{2}$.

16. $y = kx + b$. При $x = 0$ $y = b = -1$, при $x = \frac{1}{2}$ имеем $\frac{1}{2}k - 1 = 0$, отсюда $k = 2$ и искомая функция $y = 2x - 1$.

17. а) $|x| = 3,5$ при $x = 3,5$ или $x = -3,5$;

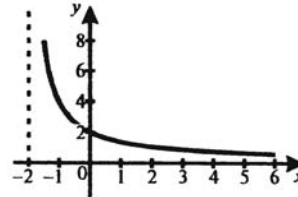
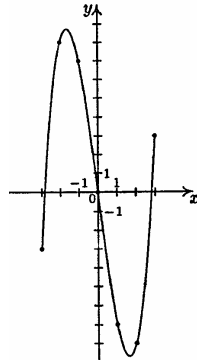
б) $|x| < 2$ при $x \in (-2; 2)$;

в) $|x| \geq 4$ при $x \in [4; \infty)$ или $x \in (-\infty; -4]$.

Наименьшее значение функции достигается при $x = 0$ и равно 0; наибольшего значения нет; $E(y) = [0; +\infty)$.

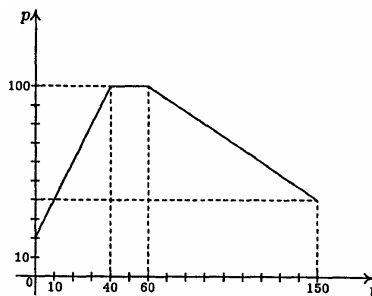
18. а) $E(f) = (-8; 8)$; $x \in [-3; 3]$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	8	7	0	-7	-8	3



б) $E(f) = (0,5; 8)$; $x \in [-1,5; 6]$

x	-1,5	-1	0	1	3	4	5	6
y	8	4	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$



19. $p(20) = 2 \cdot 20 + 20 = 60$; $p(40) = 100$;

$p(50) = 100$;

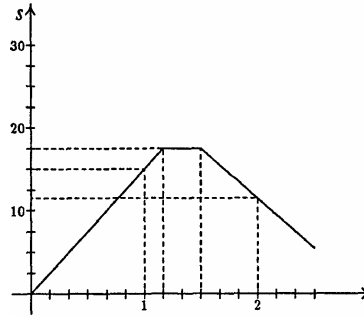
$p(60) = -\frac{2}{3} \cdot 60 + 140 = -40 + 140 = 100$;

$p(90) = -\frac{2}{3} \cdot 90 + 140 = -60 + 140 = 80$.

На промежутке времени $[0; 40]$ вода нагревается, на $[40; 60]$ — вода кипит, на промежутке времени $[60; 150]$ — остывает.

20. $s(0)=15 \cdot 0=0$;
 $s(1)=15 \cdot 1=15$;
 $s(1,4)=17,5$;
 $s(2)=-12 \cdot 2+35,5=-24+35,5=11,5$.

Велосипедист 1 ч 10 мин ехал в одну сторону, потом 20 мин стоял, а потом 1 час ехал в обратную сторону.



21. а) $-0,5(3x-4)+15x=4(1,5x+1)+3$;

$-1,5x+2+15x=6x+4+3$; $7,5x=5$; $x=\frac{5}{7,5}=\frac{2}{3}$.

б) $(2x-3)(2x+3)-x^2=12x-69+3x^2$; $4x^2-9-x^2=12x-69+3x^2$;
 $4x^2-x^2-3x^2-12x=9-69$; $-12x=-60$; $x=5$.

22. а) $6x^2-3x=0$; $3x(2x-1)=0$; $3x=0$; $x_1=0$ или $2x-1=0$; $x_2=\frac{1}{2}$.

б) $x^2+9x=0$; $x(x+9)=0$; $x_1=0$, $x+9=0$; $x_2=-9$.

в) $x^2-36=0$; $x^2=36$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{36}$; $x_1=6$; $x_2=-6$.

г) $5x^2+1=0$; $5x^2=-1$; $x^2=-\frac{1}{5}$. Нет решений, т.к. квадрат любого числа

больше или равен нулю.

д) $0,5x^2-1=0$; $0,5x^2=1$; $x^2=2$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$; $x_1=\sqrt{2}$; $x_2=-\sqrt{2}$.

е) $0,6x+9x^2=0$; $x(0,6+9x)=0$; $x_2=0$; $9x+0,6=0$; $x=\frac{-0,6}{9}$; $x_1=-\frac{1}{15}$.

23. а) $x^2+7x+12=0$; $D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 12=1$; $x_{1,2}=\frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}=\frac{-7 \pm 1}{2}$; $x_1=-4$, $x_2=-3$.

б) $x^2-2x-35=0$; $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-35)=144$; $x_{1,2}=\frac{2 \pm 12}{2}$; $x_1=-5$, $x_2=7$.

в) $2x^2-5x-3=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 2 \cdot (-3)=49$; $x_{1,2}=\frac{5 \pm 7}{4}$, $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=3$.

г) $3x^2-8x+5=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 3 \cdot 5=4$; $x_{1,2}=\frac{8 \pm 2}{6}$, $x_1=1$, $x_2=\frac{2}{3}$.

24. а) $[0;6]$; б) $[14;16]$; в) $[6;14]$.

25. В промежутке времени от 0 до 13 мин вода нагревалась от 20°C до 100°C , затем остывала до 70°C в промежутке от 13 до 28 мин. Время наблюдения — 28 мин. Наибольшее значение температуры равно 100°C .

26. а) $f(x)=0$ при $x=-5$; -3 ; 1 ; 4 .

б) $f(x)>0$ при $-7\leq x<-5$, $-3<x<1$ и $4<x\leq 5$; $f(x)<0$ при $-5<x<-3$ и $1<x<4$.

в) $f(x)$ возрастает при $-4<x<-1$ и $2<x<5$, убывает при $-7<x<-4$ и $-1<x<2$.

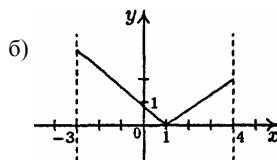
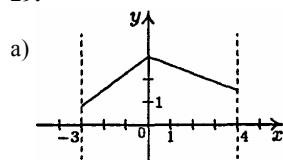
27. Функция $g(x)$ определена на промежутке $[-5; 5]$; возрастает при $x\in[-5; 0)$ и $(2; 5]$, убывает при $x\in(0; 2)$, отрицательна при $x\in[-5; 3)$, положительна при $-3<x\leq 5$, при $x=-3$ равна нулю. Наименьшее значение $g(-5)=-4$, наибольшее $-g(5)=6$.

28. Функция имеет 4 нуля. $g(x)=0$ при $x=-8$; -2 ; 4 ; 8 .

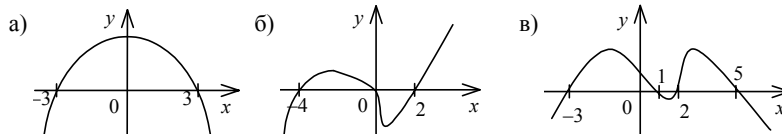
а) $g(x)<0$ при $x\in[-10; -8)\cup(-2; 4)\cup(8; 10]$.

б) $g(x)$ убывает при $x\in(-5; 0)\cup(6; 10)$.

29.



30.



31. а) $-0,8x+12=0$; $-0,8x=-12$; $x = \frac{-12}{-0,8} = 15$.

б) $(3x-10)(x+6)=0$; $3x-10=0$, или $x+6=0$; т.е. $x_1=3\frac{1}{3}$; $x=-6$.

в) $4+2x=0$ и $x^2+5\neq 0$; $2x=-4$; $x=-2$. г) нулей нет.

32. а) У уравнения $2,1x-70=0$ существует решение ($x=33\frac{1}{3}$), значит,

функция имеет один нуль.

б) Уравнение $4x(x-2)=0$ имеет 2 решения ($x=0$ и $x=2$), значит, функция имеет два нуля.

в) У уравнения $\frac{6-x}{x}=0$ существует одно решение ($x=6$), следовательно,

но, функция имеет один нуль.

33. а) $f(x) = -0,7x + 350$

1) $f(x) = 0 \Rightarrow -0,7x + 350 = 0; -0,7x = -350;$

$x = \frac{-350}{-0,7} = 500.$

2) $f(x) > 0 \Rightarrow -0,7x + 350 > 0; -0,7x > -350;$

$x < \frac{-350}{-0,7} = 500.$

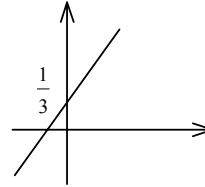
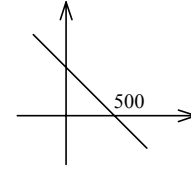
3) $f(x) < 0 \Rightarrow -0,7x + 350 < 0; -0,7x < -350; x > 500.$

б) $f(x) = 30x + 10$

1) $f(x) = 0 \Rightarrow 30x + 10 = 0; 30x = -10; x = \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$

2) $f(x) > 0 \Rightarrow 30x + 10 > 0; 30x > -10; x > \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$

3) $f(x) < 0 \Rightarrow 30x + 10 < 0; 30x < -10; x < \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$



34. $y = 8x - 5$ ($k = 8 > 0$) — возрастающая;

$y = -3x + 11$ ($k = -3 < 0$) — убывающая;

$y = -49x - 100$ ($k = -49 < 0$) — убывающая;

$y = x + 1$ ($k = 1 > 0$) — возрастающая;

$y = 1 - x$ ($k = -1 < 0$) — убывающая.

35. а) $y = 1,5x - 3$ — линейная возрастающая функция, ее график — прямая.

1) $y = 0 \Rightarrow 1,5x - 3 = 0; 1,5x = 3; x = 2.$

2) $y > 0 \Rightarrow 1,5x - 3 > 0; x > \frac{3}{1,5}; x > 2.$

3) $y < 0 \Rightarrow 1,5x - 3 < 0; 1,5x < 3; x < \frac{3}{1,5}; x < 2.$

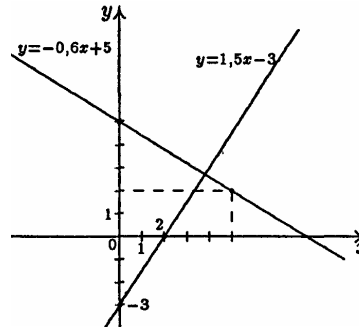
4) $k = 1,5 > 0 \Rightarrow$ функция возрастает.

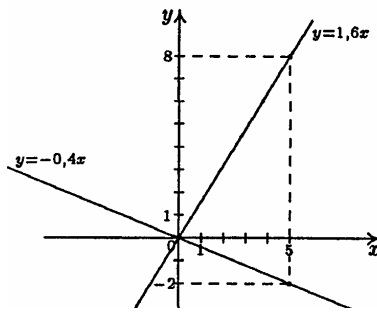
б) $y = -0,6x + 5$ — линейная убывающая функция, ее график — прямая

1) $y = 0 \Rightarrow -0,6x + 5 = 0; -0,6x = -5; x = \frac{-5}{-0,6} = 8\frac{1}{3}.$

2) $y > 0 \Rightarrow -0,6x + 5 > 0; -0,6x > -5; x < \frac{-5}{-0,6}; x < 8\frac{1}{3}.$

3) $y < 0 \Rightarrow -0,6x + 5 < 0; -0,6x < -5; x > \frac{-5}{-0,6}; x > 8\frac{1}{3}.$





36. а) $y=1,6x$ — график функции — прямая, $k>0$;
 1) $y=0$ при $x=0$;
 2) $y>0$ при $x>0$;
 3) $y<0$ при $x<0$;
 4) функция возрастает.

- б) $y=-0,4x$ — графиком функции является прямая, $k<0$;
 1) $y=0$ при $x=0$; 2) $y>0$ при $x<0$;
 3) $y<0$ при $x>0$; 4) функция убывает.

37. а) $f(x)=0 \Rightarrow 13x-78=0; 13x=78; x=\frac{78}{13}; x=6.$

б) $f(x)>0 \Rightarrow 13x-78>0; 13x>78; x>\frac{78}{13}; x>6.$

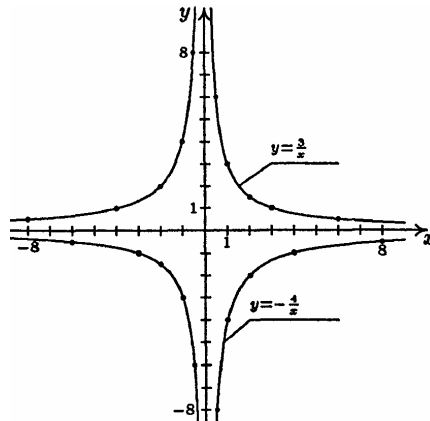
в) $f(x)<0 \Rightarrow 13x-78<0; 13x<78; x<\frac{78}{13}; x<6. k=13>0 \Rightarrow$ функция возрастает.

38. $y=x^2; D(y)=R, E(y)=[0; +\infty); y=0$ при $x=0; y>0$ при $x \neq 0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.

$y=x^3; D(y)=R, E(y)=R; y=0$ при $x=0; y>0$ при $x>0; y<0$ при $x<0$; функция возрастает при всех x .

$y=\sqrt{x}; D(y)=[0; +\infty), E(y)=[0; +\infty); y=0$ при $x=0; y>0$ при всех $x \in D(y)$; функция возрастает при всех $x \in D(y)$.

$y=|x|; D(y)=R, E(y)=[0; +\infty); y=0$ при $x=0; y>0$ при $x \neq 0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.



39. а) $y=\frac{3}{x}$.

- 1) $x \neq 0 \Rightarrow$ нулей нет;
 2) $k=3>0 \Rightarrow y>0$ при $x>0$;
 3) $k=3>0 \Rightarrow y<0$ при $x<0$;
 4) $k=3>0 \Rightarrow$ функция убывает на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

б) $y=-\frac{4}{x}$.

- 1) $y \neq 0 \Rightarrow$ нулей нет;
 2) $k=-4<0 \Rightarrow y>0$ при $x<0$;
 3) $k=-4<0 \Rightarrow y<0$ при $x>0$;
 4) $k=-4<0 \Rightarrow$ функция возрастает

на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

40. а) $0,6x^2 - 3,6x = 0$; $0,6x(x-6) = 0$; $x_1 = 0$ или $x - 6 = 0$; $x_2 = 6$.

б) $x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$; $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$.

в) $2x^2 + 17x = 0$; $x(2x + 17) = 0$; $x = 0$ или $2x + 17 = 0$; $x_2 = 0$, $2x = -17$;
 $x = -\frac{17}{2}$; $x_1 = -8,5$.

г) $0,5x^2 + 9 = 0$; $0,5x^2 = -9$; $x^2 = -\frac{9}{0,5}$. Нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

41. а) $g(2) = \frac{1}{2^2 + 5} = \frac{1}{4 + 5} = \frac{1}{9}$; $g(-2) = \frac{1}{(-2)^2 + 5} = \frac{1}{4 + 5} = \frac{1}{9} \Rightarrow g(2) = g(-2)$.

б) $g(2) = \frac{2}{2^2 + 5} = \frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{-2}{(-2)^2 + 5} = -\frac{2}{9}$; т.е. $g(2) > g(-2)$.

в) $g(2) = \frac{-2}{2^2 + 5} = \frac{-2}{4 + 5} = -\frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{-(-2)}{(-2)^2 + 5} = \frac{2}{4 + 5} = \frac{2}{9}$; т.е. $g(2) < g(-2)$.

42. а) $4x - x^3 = x(4 - x^2) = (4 - x^2)x = (2 + x)(2 - x)x$.

б) $a^4 - 169a^2 = (a^2 - 169)a^2 = (a + 13)(a - 13)a^2$.

в) $c^3 - 8c^2 = (c - 8)c^2$.

§ 2. Квадратный трехчлен

43. Сначала решим уравнение $x^2 - 6x + 7 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8$; $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2}$;
 $x_1 = 3 + \sqrt{2}$, $x_2 = 3 - \sqrt{2}$. Следовательно, корнем уравнения является $3 - \sqrt{2}$.

44. а) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$; $x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$; $x_1 = -3$, $x_2 = 2$.

б) $9x^2 - 9x + 2 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 9$; $x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{18}$; $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$.

в) $0,2x^2 + 3x - 20 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 0,2 \cdot (-20) = 25$; $x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{0,4}$; $x_1 = 5$, $x_2 = -20$.

г) $-2x^2 - x - 0,125 = 0$, $16x^2 + 8x + 1 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0$; $x_{1,2} = \frac{-8 \pm 0}{32} = -\frac{1}{4}$.

д) $0,1x^2+0,4=0$; $0,1x^2=-0,4$; $x^2=\frac{-0,4}{0,1}$; $x^2=-4$; Нет решений, т.к. квадрат

любого числа есть число неотрицательное.

е) $-0,3x^2+1,5x=0$; $-0,3x(x-5)=0$; $-0,3x=0$; $x_1=0$ или $x-5=0$; $x_2=5$.

45. а) $10x^2+5x-5=0$; $2x^2+x-1=0$; $D=1^2-4\cdot 2\cdot(-1)=9$;

$x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{4}$; $x_1=\frac{-1-3}{4}=-1$, $x_2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

б) $-2x^2+12x-18=0$; $x^2-6x+9=0$; $D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9=0$; $x=\frac{6+0}{2}=3$.

в) $x^2-2x-4=0$; $D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-4)=20$; $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{20}}{2}$; $x_1=1-\sqrt{5}$, $x_2=1+\sqrt{5}$.

г) $12x^2-12=0$; $12(x^2-1)=0$; $x^2-1=0$; $x^2=1$; $x=\pm\sqrt{1}$; $x_1=1$, $x_2=-1$.

46. а) $D=(-8)^2-4\cdot 5\cdot 3=4>0$, два корня.

б) $D=6^2-4\cdot 9\cdot 1=0$, один корень.

в) $D=6^2-4\cdot(-7)\cdot(-2)=-20<0$, нет корней.

г) $D=5^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=13>0$, два корня.

47. а) $D=(-4)^2-4\cdot(-4)\cdot 3=64>0$; два корня.

б) $D=(-4)^2-4\cdot 4\cdot 3=-32<0$; нет корней.

в) $D=(-12)^2-4\cdot 9\cdot 4=0$; один корень.

г) $D=(-12)^2-4\cdot 9\cdot(-4)=288>0$; два корня.

48. а) $x^2-6x-2=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2-2=(x-3)^2-11$

б) $x^2+5x+20=x^2+2\cdot x\cdot 2,5+(2,5)^2-(2,5)^2+20=(x+2,5)^2+13,75$.

в) $2x^2-4x+10=2(x^2-2x+5)=2(x^2-2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2+5)=2(x-1)^2+8$.

г) $\frac{1}{2}x^2+x-6=\frac{1}{2}(x^2+2x-12)=\frac{1}{2}(x^2+2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2-12)=\frac{1}{2}(x+1)^2-6,5$.

49. а) $x^2-10x+10=x^2-2\cdot x\cdot 5+5^2-5^2+10=(x-5)^2-15$.

б) $x^2+3x-1=x^2+2\cdot x\cdot\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2-1=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{13}{4}$.

в) $3x^2+6x-3=3(x^2+2x-1)=3(x^2+2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2-1)=3(x+1)^2-6$.

г) $\frac{1}{4}x^2-x+2=\frac{1}{4}(x^2-4x+8)=\frac{1}{4}(x^2-2\cdot x\cdot 2+2^2-2^2+8)=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$.

50. а) $x^2-6x+10=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+10=(x-3)^2+1>0$.

б) $5x^2-10x+5=5(x^2-2x+1)=5(x-1)^2\geq 0$.

в) $-x^2+20x-100=-(x^2-20x+100)=-(x-10)^2\leq 0$.

$$\begin{aligned} \text{г)} -2x^2+16x-33 &= -2(x^2-8x+\frac{33}{2}) = -2(x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2-4^2+\frac{33}{2}) = -2((x-4)^2+\frac{1}{2}) = \\ &= -2(x-4)^2-1 < 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{51. 1)} x^2-6x+11 &= x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+11 = (x-3)^2+2 > 0. \\ 2) -x^2+6x-11 &= -(x^2-6x+11) = -((x-3)^2+2) < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{52. } 2x^2-4x+6 &= 2(x^2-2x+3) = 2(x^2-2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2+3) = 2((x-1)^2+2) = 2(x-1)^2+4. \\ \text{При } x=1 \text{ выражение } 2x^2-4x+6 &\text{ принимает наименьшее значение,} \\ 2\cdot 1^2-4\cdot 1+6 &= 2-4+6=4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{53. } \frac{1}{3}x^2+2x+4 &= \frac{1}{3}(x^2+6x+12) = \frac{1}{3}(x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+12) = \frac{1}{3}((x+3)^2+3) = \\ &= \frac{1}{3}(x+3)^2+1. \text{ При } x=-3 \text{ выражение } \frac{1}{3}x^2+2x+4 \text{ принимает наименьшее зна-} \\ \text{чение, } \frac{1}{3}(-3)^2+2(-3)+4 &= 1. \end{aligned}$$

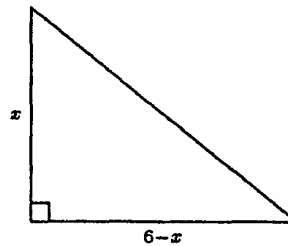
54. Пусть длина одного из катетов равна x см, тогда длина другого равна $(6-x)$ см. Найдем площадь треугольника:

$$S(x) = \frac{1}{2}x(6-x) = -\frac{1}{2}x^2+3x. \text{ Выделим квадрат}$$

$$\text{двучлена: } -\frac{1}{2}x^2+3x = -\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9) =$$

$$= -\frac{1}{2}((x-3)^2-9) = -\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}. \text{ Это выраже-}$$

ние принимает наибольшее значение при $x=3$, а это означает, что треугольник равнобедренный.



$$\begin{aligned} \text{55. В соответствии с условием запишем квадратный трехчлен } h(t): \\ -5t^2+50t+20 &= -5(t^2-10t-4) = -5(t^2-10t+25-25-4) = 5(t-5)^2+5\cdot 29. \end{aligned}$$

При $t=5$ выражение $-5t^2+50t+20$ принимает максимальное значение. В этом случае $h=h(5)=-5\cdot 25+250+20=270-125=145$ (м).

$$\text{56. а) } f(x)=0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}=0; 0,5x-1=0, 0,5x=1; x=\frac{1}{0,5}; x=2.$$

$$\text{б) } f(x)>0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}>0; 0,5x-1>0, 0,5x>1, x>\frac{1}{0,5}; x>2.$$

$$\text{в) } f(x)<0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}<0; 0,5x-1<0, 0,5x<1, x<\frac{1}{0,5}; x<2.$$

57. а) $l(0)=60$, $l(25)=60(1+0,000012 \cdot 25)=60(1+0,0003)=60+0,018=60,018$;
 $l(25)-l(0)=60,018-60=0,018$ (м).

б) $l(25)=60,018$, $l(50)=60(1+0,000012 \cdot 50)=60(1+0,0006)=60+0,036=60,036$;
 $l(50)-l(25)=60,036-60,018=0,018$ (м).

58. а) $3(x+4)^2=10x+32$; $3(x^2+8x+16)=10x+32$; $3x^2+24x+48=10x+32$;

$$3x^2+14x+16=0; D=14^2-4 \cdot 3 \cdot 16=4; x_{1,2}=\frac{-14 \pm \sqrt{4}}{6}; x_1=-2\frac{2}{3}, x_2=-2.$$

б) $31x+77=15(x+1)^2$; $31x+77=15(x^2+2x+1)$; $31x+77=15x^2+30x+15$;

$$15x^2-x-62=0; D=(-1)^2-4 \cdot 15 \cdot (-62)=3721; x_{1,2}=\frac{1 \pm \sqrt{3721}}{30}; x_1=-2, x_2=2\frac{1}{15}.$$

59. а) $ab+3b-5a-15=-5(a+3)+b(a+3)=(b-5)(a+3)$.

б) $2xy-y+8x-4=4(2x-1)+y(2x-1)=(4+y)(2x-1)$.

60. а) $3x^2-24x+21=0$; $x^2-8x+7=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot 7=36$;

$$x_1=\frac{24-6}{6}=3, x_2=\frac{24+6}{6}=5. 3x^2-24x+21=3(x-3)(x-5).$$

б) $5x^2+10x-15=0$; $x^2+2x-3=0$; $D=2^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16$;

$$x_1=\frac{-2-4}{2}=-3, x_2=\frac{-2+4}{2}=1. 5x^2+10x-15=5(x+3)(x-1).$$

в) $\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}=0$; $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4 \cdot 1 \cdot 2=1$;

$$x_1=\frac{-3-1}{2}=-2, x_2=\frac{-3+1}{2}=-1. \frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}(x+2)(x+1).$$

г) $x^2-12x+24=0$; $D=(-12)^2-4 \cdot 1 \cdot 24=48$; $x_1=\frac{12-4\sqrt{3}}{2}=6-2\sqrt{3}$,

$$x_2=\frac{12+4\sqrt{3}}{2}=6+2\sqrt{3}. x^2-12x+24=(x-6+2\sqrt{3})(x-6-2\sqrt{3}).$$

д) $-y^2+16y-15=0$; $y^2-16y+15=0$; $D=(-16)^2-4 \cdot 1 \cdot 15=196$;

$$y_1=\frac{16-\sqrt{196}}{2}=1, y_2=\frac{16+\sqrt{196}}{2}=15. -y^2+16y-15=$$

$$=-(y-1)(y-15)=(1-y)(y-15).$$

е) $-x^2-8x+9=0$; $x^2+8x-9=0$; $D=8^2-4 \cdot 1 \cdot (-9)=100$; $x_1=\frac{-8-\sqrt{100}}{2}=-9$,

$$x_2=\frac{-8+\sqrt{100}}{2}=1. -x^2-8x+9=-(x+9)(x-1)=(x+9)(1-x).$$

$$\text{ж) } 2x^2 - 5x + 3 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1; x_1 = \frac{5-1}{4} = 1, x_2 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2(x - \frac{3}{2})(x-1) = 2(x-1)(x - \frac{3}{2}) = (x-1)(2x-3).$$

$$\text{з) } 5y^2 + 2y - 3 = 0; D = 2^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 64; y_1 = \frac{-2 + \sqrt{64}}{10} = \frac{3}{5},$$

$$y_2 = \frac{-2 - \sqrt{64}}{10} = -1. 5y^2 + 2y - 3 = 5(y - \frac{3}{5})(y+1) = 5(y+1)(y - \frac{3}{5}) = (y+1)(5y-3)$$

$$\text{и) } -2x^2 + 5x + 7 = 0; 2x^2 - 5x - 7 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81; x_1 = \frac{5 - \sqrt{81}}{4} = -1,$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{81}}{4} = \frac{7}{2}. -2x^2 + 5x + 7 = -2(x+1)(x - \frac{7}{2}) = (x+1)(7-2x).$$

$$\text{61. а) } 2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = 2(x^2 - x + \frac{1}{4}) = 2(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) = 2(x - \frac{1}{2})^2$$

$$\text{б) } -9x^2 + 12x - 4 = -(9x^2 - 12x + 4) = -(3x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + 2^2 = -(3x-2)^2.$$

$$\text{в) } 16a^2 + 24a + 9 = ((4a)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4a + 3^2) = (4a+3)^2.$$

$$\text{г) } 0,25m^2 - 2m + 4 = ((0,5m)^2 - 2 \cdot 2m \cdot 0,5 + 2^2) = (0,5m-2)^2.$$

$$\text{62. а) } 2x^2 + 12x - 14 = 0; \Rightarrow x^2 + 6x - 7; D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 64; x_1 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2} = -7,$$

$$x_2 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2} = 1. 2x^2 + 12x - 14 = 2(x+7)(x-1).$$

$$\text{б) } -m^2 + 5m - 6 = 0; m^2 - 5m + 6 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1;$$

$$m_1 = \frac{5-1}{2} = 2, m_2 = \frac{5+1}{2} = 3. -m^2 + 5m - 6 = -(m-2)(m-3) = (2-m)(m-3).$$

$$\text{в) } 3x^2 + 5x - 2 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49; x_1 = \frac{-5-7}{6} = -2, x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 3(x+2)(x - \frac{1}{3}) = (x+2)(3x-1).$$

$$\text{г) } 6x^2 - 13x + 6 = 0; D = (-13)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 25; x_1 = \frac{13-5}{12} = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{13+5}{12} = \frac{3}{2}.$$

$$6x^2 - 13x + 6 = 6(x - \frac{2}{3})(x - \frac{3}{2}) = (3x-2)(2x-3).$$

63. а) $10x^2+19x-2=0$; $D=19^2-4\cdot 10\cdot(-2)=441$; $x_1=\frac{-19-21}{20}=-2$,

$x_2=\frac{-19+21}{20}=0,1$. $10x^2+19x-2=10(x-0,1)(x+2)$.

б) $0,5x^2-5,5x+15=0$; $x^2-11x+30=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 30=1$;

$x_1=\frac{11-1}{2}=5$, $x_2=\frac{11+1}{2}=6$. $0,5x^2-5,5x+15=0,5(x-6)(x-5)$.

64. а) $-3y^2+3y+11=0$; $D=3^2-4\cdot(-3)\cdot 11=141>0$. Можно.

б) $4b^2-9b+7=0$; $D=(-9)^2-4\cdot 4\cdot 7=-31<0$. Нельзя.

в) $x^2-7x+11=0$; $D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 11=5>0$. Можно.

г) $3y^2-12y+12=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 3\cdot 12=0$. Можно.

65. а) 1) $3x^2+2x-1=0$; $D=2^2-4\cdot 3\cdot(-1)=16$; $x_1=\frac{-2-4}{6}=-1$, $x_2=\frac{-2+4}{6}=\frac{1}{3}$.

$3x^2+2x-1=3(x-\frac{1}{3})(x+1)=(x+1)(3x-1)$.

2) $\frac{4x+4}{3x^2+2x-1}=\frac{4(x+1)}{(x+1)(3x-1)}=\frac{4}{3x-1}$.

б) 1) $2a^2-5a-3=0$; $D=5^2-4\cdot 2\cdot(-3)=49$; $a_1=\frac{5-7}{4}=-\frac{1}{2}$, $a_2=\frac{5+7}{4}=3$;

$2a^2-5a-3=2(a+\frac{1}{2})(a-3)=(2a+1)(a-3)$.

2) $\frac{2a^2-5a-3}{3a-9}=\frac{(2a+1)(a-3)}{3(a-3)}=\frac{2a+1}{3}$

в) 1) $b^2-b-12=0$; $D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-12)=49$; $a_1=\frac{1-7}{2}=-3$, $a_2=\frac{1+7}{2}=4$;

$b^2-b-12=(b+3)(b-4)$.

2) $\frac{16-b^2}{b^2-b-12}=\frac{(4-b)(4+b)}{(b+3)(b-4)}=-\frac{4+b}{b+3}$

г) 1) $2y^2+7y+3=0$; $D=7^2-4\cdot 2\cdot 3=25$; $y_1=\frac{-7-5}{4}=-3$, $y_2=\frac{-7+5}{4}=-\frac{1}{2}$;

$2y^2+7y+3=2(y+3)(y+\frac{1}{2})=(y+3)(2y+1)$.

2) $\frac{2y^2+7y+3}{y^2-9}=\frac{(y+3)(2y+1)}{(y-3)(y+3)}=\frac{2y+1}{y-3}$.

д) 1) $p^2-11p+10=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 10=81$; $p_1=\frac{11-9}{2}=1$, $p_2=\frac{11+9}{2}=10$;

$p^2-11p+10=(p-1)(p-10)$.

$$2) -p^2+8p+20=0; p^2-8p-20=0; D=(-8)^2-4\cdot(-20)=144;$$

$$p_1=\frac{8-12}{2}=-2, p_2=\frac{8+12}{2}=10; -p^2+8p+20=-(p+2)(p-10).$$

$$\frac{p^2-11p+10}{20+8p-p^2}=\frac{(p-1)(p-10)}{-(p-10)(p+2)}=-\frac{p-1}{p+2}.$$

$$e) 1) 3x^2+16x-12=0; D=16^2-4\cdot 3\cdot(-12)=400;$$

$$x_1=\frac{-16-20}{2\cdot 3}=-6, x_2=\frac{-16+20}{2\cdot 3}=\frac{2}{3}.$$

$$3x^2+16x-12=3(x+6)(x-\frac{2}{3})=(x+6)(3x-2).$$

$$2) -3x^2-13x+10=0; D=(-13)^2-4\cdot(-3)\cdot 10=289;$$

$$x_1=\frac{13-17}{2\cdot(-3)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}, x_2=\frac{13+17}{2\cdot(-3)}=-5.$$

$$-3x^2+16x-12=-3(x-\frac{2}{3})(x+5)=(2-3x)(x+5).$$

$$\frac{3x^2+16x-12}{10-13x-3x^2}=\frac{(x+6)(3x-2)}{(2-3x)(x+5)}=-\frac{x+6}{x+5}.$$

$$66. a) 1) x^2-11x+24=0; D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 24=25; x_1=\frac{11+5}{2}=8,$$

$$x_2=\frac{11-5}{2}=3. x^2-11x+24=(x-8)(x-3).$$

$$2) \frac{x^2-11x+24}{x^2-64}=\frac{(x-8)(x-3)}{(x-8)(x+8)}=\frac{x-3}{x+8}$$

$$6) 1) 2y^2+9y-5=0; D=9^2-4\cdot 2\cdot(-5)=121; y_1=\frac{-9-11}{4}=-5, y_2=\frac{-9+11}{4}=\frac{1}{2}.$$

$$2y^2+9y-5=2(y+5)(y-\frac{1}{2})=(y+5)(2y-1).$$

$$2) \frac{2y^2+9y-5}{4y^2-1}=\frac{(y+5)(2y-1)}{(2y-1)(2y+1)}=\frac{y+5}{2y+1}.$$

$$67. \text{ а) } 1) x^2 - 7x + 6 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25; x_1 = \frac{7 - \sqrt{25}}{2} = 1, x_2 = \frac{7 + \sqrt{25}}{2} = 6.$$

$$x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x-6).$$

$$2) \frac{36 - x^2}{6 - 7x + x^2} = \frac{(6-x)(6+x)}{(x-1)(x-6)} = \frac{6+x}{-(x-1)} = \frac{x+6}{1-x}.$$

$$\text{При } x = -9, \frac{x+6}{1-x} = \frac{-9+6}{1-(-9)} = \frac{-3}{10} = -0,3.$$

$$\text{При } x = -99, \frac{x+6}{1-x} = \frac{-99+6}{1-(-99)} = \frac{-93}{100} = -0,93.$$

$$\text{При } x = -999, \frac{x+6}{1-x} = \frac{-999+6}{1-(-999)} = \frac{-993}{1000} = -0,993.$$

$$\text{б) } 1) 4x^2 + 8x - 32 = 0; D = 8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-32) = 576; x_1 = \frac{-8 - 24}{8} = -4, x_2 = \frac{-8 + 24}{8} = 2.$$

$$4x^2 + 8x - 32 = 4(x+4)(x-2).$$

$$2) \frac{4x^2 + 8x - 32}{4x^2 - 16} = \frac{4(x+4)(x-2)}{4(x-2)(x+2)} = \frac{x+4}{x+2}$$

$$\text{При } x = -1, \frac{x+4}{x+2} = \frac{-1+4}{-1+2} = 3.$$

$$\text{При } x = 5, \frac{x+4}{x+2} = \frac{5+4}{5+2} = 1 \frac{2}{7}$$

$$\text{При } x = 10, \frac{x+4}{x+2} = \frac{10+4}{10+2} = 1 \frac{1}{6}.$$

68. Область определения функции $y=x-4$: $x \in (-\infty; +\infty)$ и имеет графиком прямую. Функция $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$ не определена при $x=2$; решим уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$: $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$, отсюда $x_1 = 2$, $x_2 = 4$ и $x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$. Поэтому $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \frac{(x-4)(x-2)}{x-2} = x - 4$ при $x \neq 2$ совпадает с функцией $y = x - 4$.

69. а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 11x - 11 = 0$; $x^2 - 1 - 22x - 22 = 0$, $x^2 - 22x - 23 = 0$;

$D = (-22)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-23) = 576$; $x_1 = \frac{22 - 24}{2} = -1$, $x_2 = \frac{22 + 24}{2} = 23$.

б) $\frac{x^2 + x}{2} - \frac{8x - 7}{3} = 0$; $\frac{3(x^2 + x) - 2(8x - 7)}{6} = 0$, $3x^2 + 3x - 16x + 14 = 0$;

$3x^2 - 13x + 14 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 14 = 1$; $x_1 = \frac{13 - 1}{6} = 2$, $x_2 = \frac{13 + 1}{6} = 2\frac{1}{3}$.

70. а) $4x^2 - 6x + 2xy - 3y = -3(2x+y) + 2x(2x+y) = (2x-3)(2x+y)$.

б) $4a^3 + 2b^3 - 2a^2b - 4ab^2 = 4a(a^2 - b^2) + 2b(b^2 - a^2) = 4a(a^2 - b^2) - 2b(a^2 - b^2) = (a^2 - b^2)(4a - 2b) = 2(a-b)(a+b)(2a-b)$.

71. С первого по 6-й день уровень воды возрастал от 0 до 6,2 дм, затем начал убывать и на 12-й день опустился до 4 дм.

72. $f(x) = 0,8x + 2,1$; $g(x) = -0,9x + 3$. Точку пересечения найдем из условия:

$f(x) = g(x)$; $0,8x + 2,1 = -0,9x + 3$; $1,7x = 0,9$; $x = \frac{0,9}{1,7} = \frac{9}{17}$;

$y = f\left(\frac{9}{17}\right) = 0,8 \cdot \frac{9}{17} + 2,1 = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{17} + \frac{21}{10} = \frac{72 + 357}{170} = \frac{429}{170}$. Точка пересечения

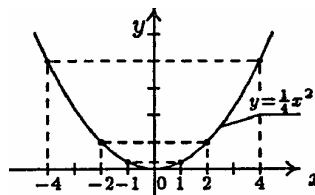
находится в I четверти.

§ 3. Квадратичная функция и ее график

73. $y = \frac{1}{4}x^2$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4

a) $x=-2,5; y=\frac{1}{4}\cdot(-2,5)^2=1,5625;$
 $x=-1,5; y=\frac{1}{4}\cdot(-1,5)^2=0,5625; x=3,5;$
 $y=\frac{1}{4}\cdot(3,5)^2=3,0625.$



б) $y=5; \frac{1}{4}x^2=5; x^2=20; x_{1,2}=\pm\sqrt{20}; x_1=-2\sqrt{5}, x_2=2\sqrt{5}.$

$y=3; \frac{1}{4}x^2=3; x^2=12; x_{1,2}=\pm\sqrt{12}; x_1=-2\sqrt{3}, x_2=2\sqrt{3}.$

$y=2; \frac{1}{4}x^2=2; x^2=8; x_{1,2}=\pm\sqrt{8}; x_1=-2\sqrt{2}, x_2=2\sqrt{2}.$

в) В $(-\infty; 0]$ — убывает; в $[0; \infty)$ — возрастает.

74. $y = -2x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8

а) При $x=1,5; y=-2\cdot(-1,5)^2=-4,5; x=0,6;$

$y=-2\cdot(0,6)^2=-0,72; x=1,5;$

$y=-2\cdot(1,5)^2=-4,5.$

б) $y=-1; -2x^2=-1; x^2=\frac{-1}{-2}=0,5;$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{0,5}; x_1\approx-0,7; x_2\approx0,7.$

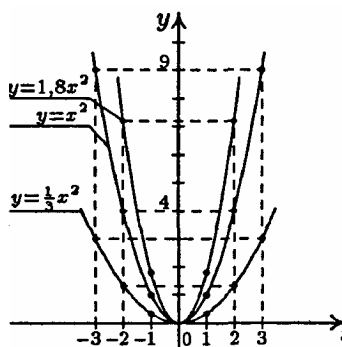
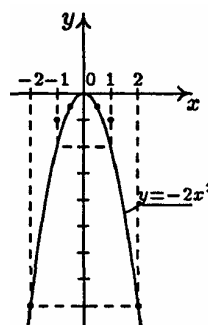
$y=-3; -2x^2=-3; x^2=\frac{-3}{-2}=1,5; x_{1,2}=\pm\sqrt{1,5};$

$x_1\approx-1,2; x_2\approx1,2.$

$y=-4,5; -2x^2=-4,5; x^2=\frac{-4,5}{-2}=2,25; x_{1,2}=\pm\sqrt{2,25};$

$x_1=-1,5; x_2=1,5.$

в) В $(-\infty; 0]$ — возрастает; в $[0; \infty)$ — убывает.

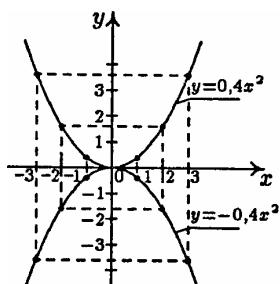


75.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y=1,8x^2$	16,2	7,2	1,8	0	1,8	7,2	16,2

$y = \frac{1}{3}x^2$	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	3
----------------------	---	---------------	---------------	---	---------------	---------------	---

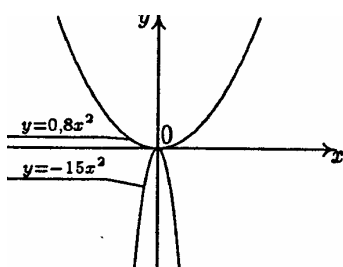
$$y_2(0,5) > y_1(0,5) > y_3(0,5); y_2(1) > y_1(1) > y_3(1); y_2(2) > y_1(2) > y_3(2).$$



76.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 0,4x^2$	3,6	1,6	0,4	0	0,4	1,6	3,6
$y = -0,4x^2$	-3,6	-1,6	-0,4	0	-0,4	-1,6	-3,6

$$E(y_1) = [0; +\infty); E(y_2) = (-\infty; 0].$$



77. а) 1) При $x=0$ $y=0$;

2) при $x \neq 0$, то $y < 0$; 3) $y(x) = y(-x)$;

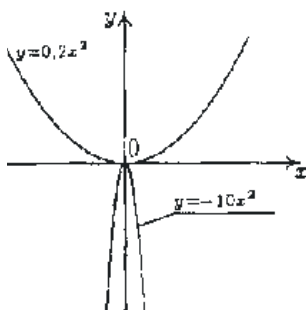
4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$;

5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$; 6) $E(y) = (-\infty; 0]$.

б) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x \neq 0$ $y > 0$;

3) $y(x) = y(-x)$; 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция принимает наименьшее значение $y=0$;

6) $E(y) = [0; \infty)$.



78. а) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x \neq 0$, то $y > 0$;

3) $y(x) = y(-x)$; 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция достигает наименьшего значения $y=0$; 6) $E(y) = [0; \infty)$.

б) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x \neq 0$ $y < 0$;

3) $y(x) = y(-x)$; 4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$; 6) $E(y) = (-\infty; 0]$.

79. а) $y = 2x^2$; $y = 50$. Приравняем: $50 = 2x^2$; $x^2 = 25$; $x = 5$ или $x = -5$. Пересекаются.

б) $y = 2x^2$; $y = 100$. Приравняем: $100 = 2x^2$; $x^2 = 50$; $x = 5\sqrt{2}$ или $x = -5\sqrt{2}$. Пересекаются.

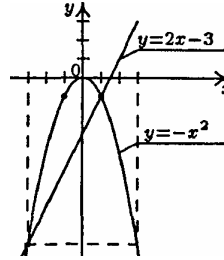
в) $y=2x^2$; $y=-8$. Приравняем: $-8=2x^2$; $x^2=-4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное. Не пересекаются.

г) $y=14x-20$; $y=2x^2$. Приравняем: $2x^2=14x-20$; $2x^2-14x+20=0$; $x^2-7x+10=0$;
 $D=49-4 \cdot 10=9$; $x=\frac{7+3}{2}=5$ или $x=\frac{7-3}{2}=2$. Пересекаются.

80. а) $y(1,5)=(-100) \cdot (1,5)^2=-225 \Rightarrow$ принадлежит;
 б) $y(-3)=(-100) \cdot (-3)^2=-900 \Rightarrow$ принадлежит;
 в) $y(2)=-100 \cdot 2^2=-400 \neq 400 \Rightarrow$ не принадлежит.

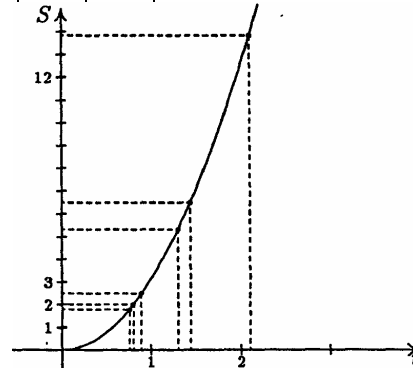
81. $y=-x^2$; $y=2x-3$. Приравняем эти функции:
 $2x-3=-x^2$; $x^2+2x-3=0$; $D=4-4 \cdot (-3)=16$; $x_1=\frac{-2+4}{2}=1$,
 $x_2=\frac{-2-4}{2}=-3$.

Если $x=1 \Rightarrow y=-1^2=-1$; если $x=-3 \Rightarrow y=-(-3)^2=-9$.



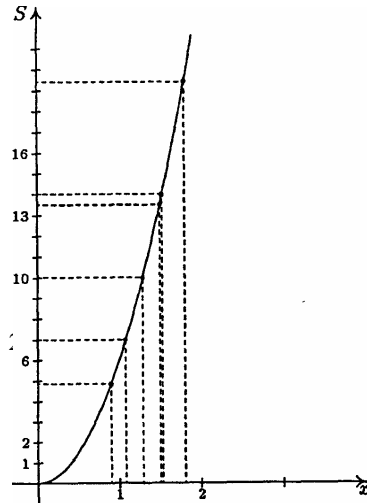
82. График функции S — парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при r^2 положителен), ее вершина — в точке $(0, 0)$. Так как $r \geq 0$ получим график $S(r)$ ($r \geq 0$) — это правая половина параболы $y=\pi x^2$.

x	1	2	3
S	π	4π	9π



а) $S(1,3) \approx 5,3$, $S(0,8) \approx 2$, $S(2,1) \approx 13,8$.

б) $S(r)=1,8$ при $r \approx 0,7$, $S(r)=2,5$ при $r \approx 0,9$, $S(r)=6,5$ при $r \approx 1,5$.



83. Площадь поверхности куба есть сумма площадей его граней. Так как они — равные квадраты, их шесть; то $S(x)=6x^2$. Так как x — ребро

куба, то $x \geq 0$. Следовательно, график функции $y=S(x)$ — это половина параболы $y=6x^2$, расположенная в первой координатной четверти.

x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2
y	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	6	$13\frac{1}{2}$	$16\frac{2}{3}$	24

а) $S(0,9) \approx 4,9$; $S(1,5) \approx 13,5$; $S(1,8) \approx 19,5$;

б) $S(x)=7$ при $x \approx 1,2$; $S(x)=10$ при $x \approx 1,3$; $S(x)=14$ при $x \approx 1,6$.

84. а) $3x^2-8x+2=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 3 \cdot 2=40 > 0$. Два корня.

б) $-\frac{1}{2}y^2+6y-18=0$; $y^2-12y+36=0$; $D=(-12)^2-4 \cdot 1 \cdot (-36)=0$. Один корень.

в) $m^2-3m+3=0$; $D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 3=-3 < 0$. Нет корней.

85. а) 1) $10a^2-a-2=0$; $D=(-1)^2-4 \cdot 10 \cdot (-2)=81$;

$$a_1 = \frac{1 - \sqrt{81}}{20} = -\frac{2}{5}, a_2 = \frac{1 + \sqrt{81}}{20} = \frac{1}{2}; 10a^2 - a - 2 = 10\left(a + \frac{2}{5}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) = (5a+2)(2a-1).$$

2) $\frac{2a-1}{10a^2-a-2} = \frac{(2a-1)}{(2a-1)(5a+2)} = \frac{1}{5a+2}$

б) 1) $6a^2-5a+1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 6 \cdot 1=1$; $a_1 = \frac{5-1}{12} = \frac{1}{3}$, $a_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{1}{2}$;

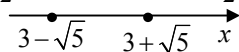
$$6a^2-5a+1 = 6\left(a - \frac{1}{3}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) = (3a-1)(2a-1).$$

2) $\frac{6a^2-5a+1}{1-4a^2} = \frac{(2a-1)(3a-1)}{-(2a-1)(2a+1)} = -\frac{(3a-1)}{(2a+1)} = \frac{1-3a}{1+2a}$.

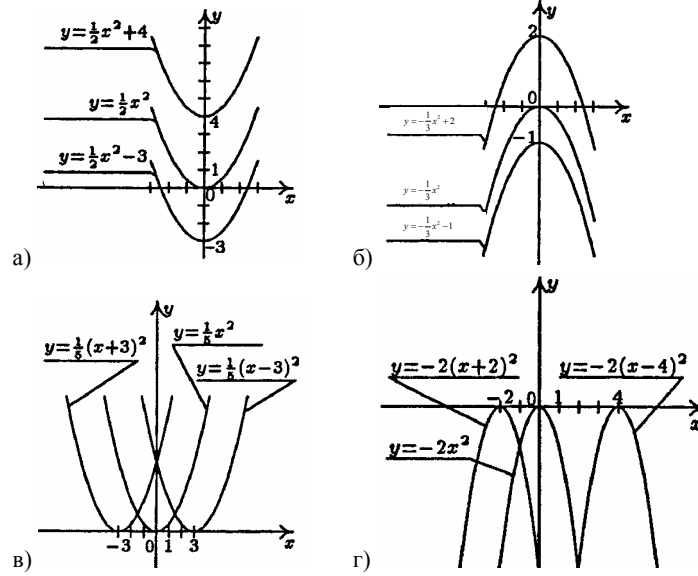
86. $(x+3)^2-(x-3)^2=(x-2)^2+(x+2)^2$; $x^2+6x+9-x^2+6x-9=x^2-4x+4+x^2+4x+4$;

$x^2+6x+9-x^2+6x-9-x^2+4x-4-x^2-4x-4=0$; $-2x^2+12x-8=0$; $x^2-6x+4=0$;

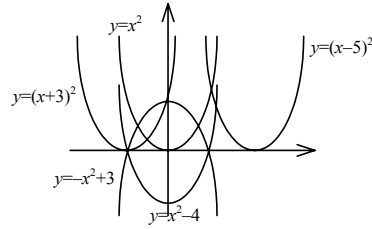
$D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 4=20$; $x_1 = \frac{6 + \sqrt{20}}{2} = 3 + \sqrt{5}$; $x_2 = \frac{6 - \sqrt{20}}{2} = 3 - \sqrt{5}$,



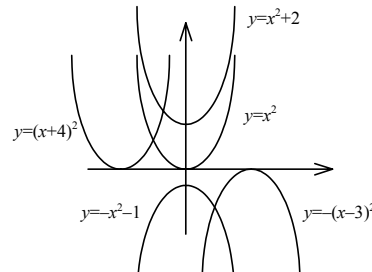
87.



88.



89.



90. а) График функции $y=10x^2+5$ – парабола, полученная из графика функции $y=10x^2$ сдвигом на 5 единиц вверх. Значит, график функции $y=10x^2+5$ расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y = -7x^2 - 3$ получается из графика $y = -7x^2$ сдвигом на 3 единицы вниз. Значит, график функции $y = -7x^2 - 3$ расположен в III и IV четвертях.

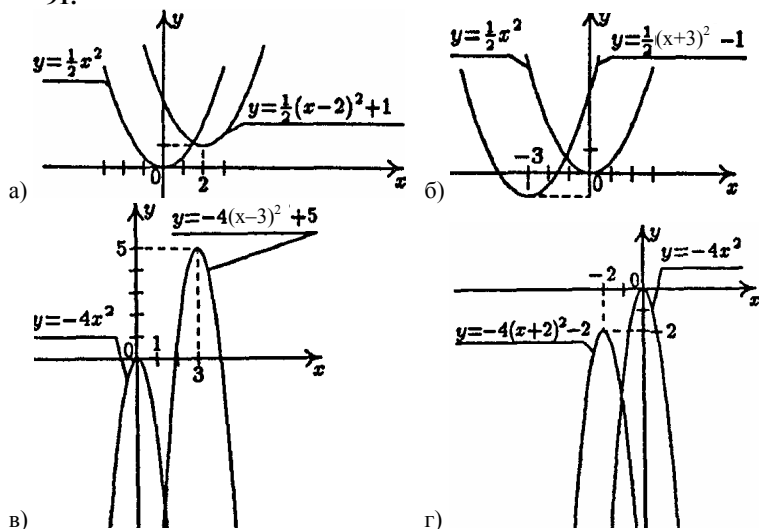
в) График функции $y = -6x^2 + 8$ – парабола, полученная из графика функции $y = -6x^2$ сдвигом вверх на 8 единиц. Значит, график функции $y = -6x^2 + 8$ расположен во всех четырех четвертях.

г) График функции $y = (x-4)^2$ – парабола, полученная из графика функции $y = x^2$ сдвигом вправо на 4 единицы. Поэтому график функции $y = (x-4)^2$ расположен в I и II четвертях.

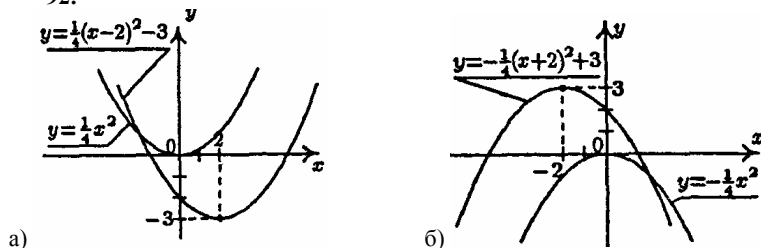
д) График функции $y = -(x-8)^2$ получается из параболы $y = -x^2$ сдвигом вправо на 8 единиц, значит, график функции $y = -(x-8)^2$ расположен в III и IV четвертях.

е) График функции $y = -3(x+5)^2$ получается из параболы $y = -x^2$ сдвигом на 5 единиц влево и растяжением в 3 раза по вертикали, поэтому график функции расположен в III и IV четвертях.

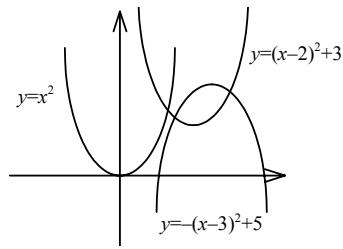
91.



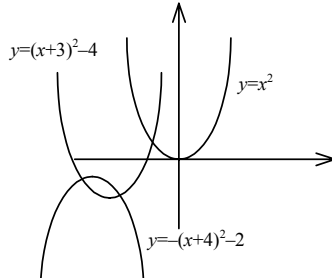
92.



93.



94.



95. а) График функции $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2$ — это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x=-4, y=0$.

б) График функции $y = \frac{1}{3}(x-4)^2 - 1$ — это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x=4, y=-1$.

в) График функции $y = \frac{1}{3}x^2 + 4$ — это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x=0, y=4$.

г) График функции $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ — это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x=0, y=-2$.

96. а) $y=12x^2-3$; нуль функции: $12x^2-3=0; 12x^2=3$;

$$x^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}; x_2 = \frac{1}{2}, x_1 = -\frac{1}{2}.$$

б) $y=6x^2+4$; нуль функции: $6x^2+4=0; 6x^2=-4; x^2=-\frac{4}{6}$. Нет корней, т.к.

квадрат любого числа есть число неотрицательное.

в) $y=-x^2-4$; нуль функции: $-x^2-4=0; -x^2=4; x^2=-4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

97. $y=0 \Rightarrow ax^2+5=0; ax^2=-5; x^2=-\frac{5}{a}$. Т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное, то $-\frac{5}{a} \geq 0 \Rightarrow a < 0$.

98. а) $0,6a-(a+0,3)^2=0,27; 0,6a-a^2-0,6a-0,09-0,27=0; -a^2-0,36=0; a^2=-0,36$, нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $\frac{y^2-2y}{4}=0,5y(6-2y); y^2-2y=2y(6-2y); y^2-2y=12y-4y^2;$

$y^2-2y-12y+4y^2=0; 5y^2-14y=0; y(5y-14)=0; y=0$ или $5y-14=0, 5y=14,$

$y=\frac{14}{5}=2,8.$

99. а) $5x-0,7 < 3x+5,1; 5x-3x < 5,1+0,7; 2x < 5,8; x < \frac{5,8}{2} = 2,9.$

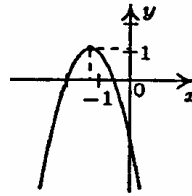
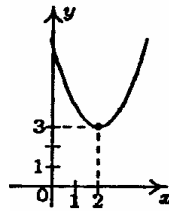
б) $0,8x+4,5 \geq 5-1,2x; 0,8x+1,2x \geq 5-4,5; 2x \geq 0,5; x \geq \frac{0,5}{2} = 0,25.$

в) $2x+4,2 \leq 4x+7,8; 2x-4x \leq 7,8-4,2; -2x \leq 3,6; x \geq \frac{3,6}{-2} = -1,8.$

г) $3x-2,6 > 5,5x-3,1; 3x-5,5x > -3,1+2,6; -2,5x > -0,5; x < \frac{-0,5}{-2,5} = 0,2.$

100. $y(5)-y(2)=5^2-2^2=25-4=21. y(8)-y(5)=8^2-5^2=64-25=39.$ Таким образом, приращение функции при изменении x от 2 до 5 меньше приращения функции при изменении x от 5 до 8.

101. а) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2, y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 + 7 = 3, (2; 3)$ — координаты вершины, $x=2$ — ось симметрии параболы.



б) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot (-2)} = -1\frac{1}{4}, y_B = 2 \cdot (-\frac{5}{4})^2 - 5 \cdot (-\frac{5}{4}) - 2 = 1\frac{1}{8}, (-1\frac{1}{4}; 1\frac{1}{8})$

— координаты вершины; $x = -1\frac{1}{4}$ — ось симметрии параболы.

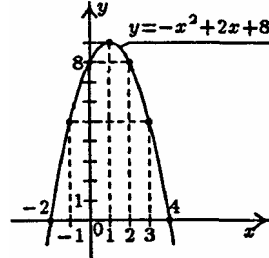
102. 1) Т.к. коэффициент при x^2 отрицательный, то график функции $y=-x^2+2x+8$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1$; $y_B = -$

$1^2+2 \cdot 1+8=9$; (1; 9) — координаты вершины; $x=1$ — ось симметрии параболы.

3)

x	0	2	3	-1	-2	4
y	8	8	5	5	0	0



а) При $x=2,5$ $y \approx 6,5$, при $x=-0,5$ $y \approx 6,5$, при $x=-3$ $y \approx -7$.

б) При $y=6$ $x \approx -0,8$ и $2,8$, при $y=0$ $x=-2$ и 4 ; при $y=-2$ $x \approx -2,2$ и $4,4$.

в) $x=-2; 4$ — нули функции; $y > 0$ при $x \in (-2; 4)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

г) Возрастает при $x \in (-\infty; 1]$; убывает при $x \in [1; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; 9]$.

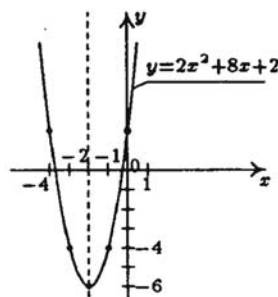
103. 1) График функции $y=2x^2+8x+2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot 2} = -2$;

$y_B = 2(-2)^2+8(-2)+2=-6$; $x=-2$ – ось симметрии.

3)

x	-1	-3	0	-4
y	-4	-4	2	2



а) При $x=-2,3$ $y \approx -5,8$, при $x=-0,5$ $y \approx -1,5$; при $x=1,2$ $y \approx 14,5$.

б) При $y=-4$ $x=-1$ или 3 ; при $y=-1$ $x \approx -0,4$ или $-3,6$; при $y=1,7$ $x \approx -0,2$ или $-3,8$.

в) $x \approx -0,3$ и $x \approx -3,7$ — нули функции; $y > 0$ при $x \in (-\infty; -3,7) \cup (-0,3; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-3,7; -0,3)$.

г) Функция убывает при $x \in (-\infty; -2]$, возрастает при $x \in [-2; +\infty)$; при $x = -2$ функция достигает наименьшего значения, равного -6 .

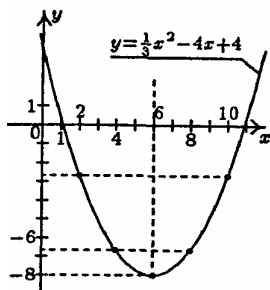
104. а) 1) Графиком функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 6, \quad y_B = \frac{1}{3} \cdot (6)^2 - 4 \cdot 6 + 4 = -8; \quad x = 6 \text{ — ось симметрии параболы.}$$

3)

x	4	8	2	1	0	-1	3
y	$-6\frac{2}{3}$	$-6\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	4	$8\frac{1}{3}$	-5



а) $y=0; \frac{1}{3}x^2 - 4x + 4 = 0; x^2 - 12x + 12 = 0;$

$D = 144 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 96;$

$x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{6}; x = 6 - 2\sqrt{6}; 6 + 2\sqrt{6};$

б) при $x=0 y=4;$

в) график функции расположен в I, II, IV четвертях;

г) график функции симметричен относительно оси $x=6;$

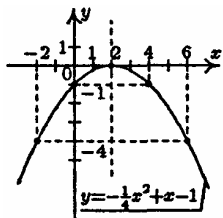
д) возрастает при $x \in [6; +\infty)$, убывает при $x \in (-\infty; 6];$

е) наименьшее значение функции $y = -8$ при $x = 6; E(y) = [-8; +\infty);$

б) 1) Графиком функции $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot (-\frac{1}{4})} = 2; \quad y_B = -\frac{1}{4} \cdot 2^2 + 2 - 1 = 0; \quad x = 2 \text{ — ось симметрии.}$$



3)

x	1	3	0	-2	-1	2
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	$-2\frac{1}{4}$	0

а) При $x=0 y=-1;$ б) при $x \neq 0 y < 0;$

в) график функции симметричен относительно оси $x=2;$

г) функция возрастает при $x \in (-\infty; 2],$ убывает при

$x \in [2; +\infty)$;

д) при $x=2$ функция достигает наибольшего значения, равного 0; $E(y) = (-\infty; 0]$.

в) 1) Графиком функции $y=x^2+3x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \cdot 1} = -1,5; \quad y_B = (-1,5)^2 + 3(-1,5) = -2,25;$$

$x = -1,5$ — оси симметрии.

3)	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
	y	0	-2	-2	0	4	10	18

а) При $x=0$ $y=0$;

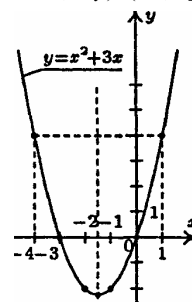
б) график функции расположен в I, II, III четвертях;

в) график функции симметричен относительно оси $x=-1,5$;

г) функция убывает при $x \in (-\infty; -1,5]$, возрастает при $x \in [-1,5; +\infty)$;

д) наименьшее значение, равное 2,25 функция достигает при $x=-1,5$;

$E(y) = [-2,25; +\infty)$.



105. а) 1) Графиком функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = 0; \quad y_B = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 5 = 5; \quad (0; 5).$$

3)	x	1	-1	2	-2	0
	y	4,5	4,5	3	3	5

б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

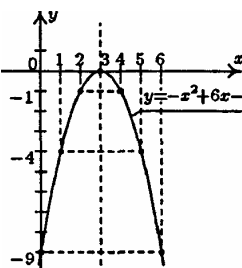
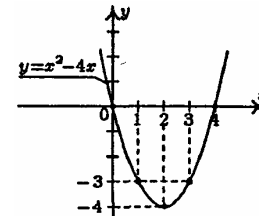
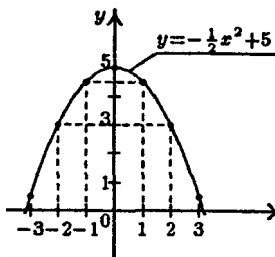
2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2; \quad y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4; \quad (2; -4).$$

3)	x	0	1	4	-1	-2	2
	y	0	-3	0	5	12	-4

в) 1) Графиком функции $y=-x^2+6x-9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

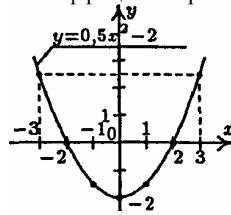


$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} = 3; y_B = -3^2 + 6 \cdot 3 - 9 = 0; (3; 0).$$

3)

x	0	1	2	3	4	5
y	-9	-4	-1	0	-1	-4

106. а) 1) Графиком функции $y=0,5x^2-2$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



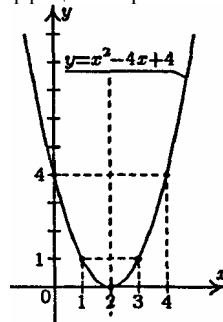
2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 0,5} = 0; y_B = -0,5 \cdot 0^2 - 2 = -2; (0; -2).$$

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2,5	0	-1,5	-2	-1,5	0	2,5

б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

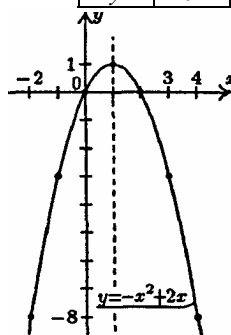


$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2; y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0; (2; 0).$$

3)

x	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1

в) 1) Графиком функции $y=-x^2+2x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1, y_B = -1^2 + 2 \cdot 1 = -1 + 2 = 1; (1; 1).$$

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-15	-8	-3	0	1	0	-3

107. а) 1) Графиком функции $y=(x-2)(x+4)=x^2+2x-8$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1,$$

$$y_B = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 8 = -9; (-1; -9).$$

3)

x	0	-2	-1	1	2	-4
y	-8	-8	-9	-5	0	0

б) 1) Графиком функции $y=-x(x+5)=-x^2-5x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot (-1)} = -2,5,$$

$$y_B = -(-2,5)^2 - 5 \cdot (-2,5) = 6,25; (-2,5; 6,25).$$

3)

x	-1	0	1
y	4	0	-6

Используя симметрию относительно прямой $x=-2,5$ найдем еще три точки.

108. На рисунке изображена парабола, у которой ветви направлены вверх значит, это не $y=-x^2-6$. Кроме того, нули изображенной функции расположены в точках $x=0$ и $x=6$ но $y=x^2+6x$ не обращаются в нуль при $x=6$, а $y=\frac{1}{2}x^2-3x$ — обращается в нуль и при $x=0$, и при $x=6$. Значит, искомая функция

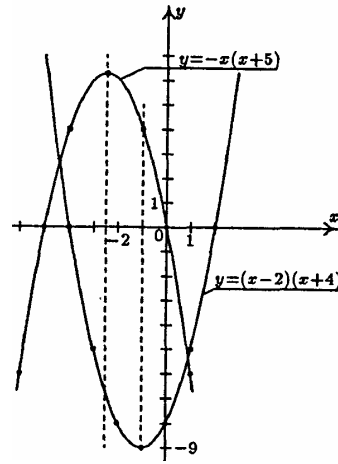
$$-y = \frac{1}{2}x^2 - 3x.$$

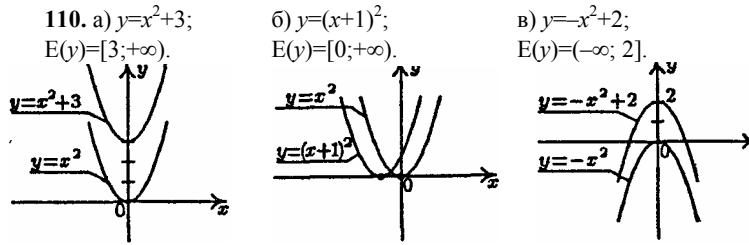
109. 1) $3a^2+5a-2=0$; $D=5^2-4 \cdot 3 \cdot (-2)=49$;

$$a_1 = \frac{-5-7}{6} = -2, a_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3};$$

$$3a^2+5a-2 = 3\left(a-\frac{1}{3}\right)(a+2) = (3a-1)(a+2);$$

$$2) \frac{(1-3a)^2}{3a^2+5a-2} = \frac{(3a-1)^2}{(3a-1)(a+2)} = \frac{3a-1}{a+2}.$$





111. а) $(x-1)^2+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+2$; $x^2-2x+1+x^2+2x+1=x^2+4x+4-2x+2$;
 $x^2+1+x^2+1-x^2-4x-4+2x-2=0$; $x^2-2x-4=0$; $D=(-2)^2-4\cdot(-4)=20$;

$$x_1 = \frac{2-2\sqrt{5}}{2} = 1-\sqrt{5}, \quad x_2 = \frac{2+2\sqrt{5}}{2} = 1+\sqrt{5}.$$

б) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2$; $4x^2-9-1=5x+x^2-4x+4$;

$$3x^2-x-14=0; D=(-1)^2-4\cdot3\cdot(-14)=169; x_1 = \frac{1-\sqrt{169}}{6} = -2,$$

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{169}}{6} = 2\frac{1}{3}.$$

112. Обозначим площадь участка x га, тогда $35x$ (т) — соберут в первый раз, $42x$ (т) — соберут во второй раз. Запишем уравнение: $35x+20=42x-50$; $7x=70$; $x=10$.

113. Пусть было x машин. Тогда $3,5x$ (т) — погрузили в первый раз $4,5x$ (т) — погрузили во второй раз. Запишем уравнение: $3,5x+4=4,5x-4$; $x=8$.

§ 4. Неравенства с одной переменной

114. а) 1) График функции $y=x^2+2x-48$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

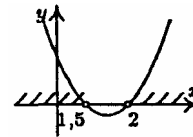
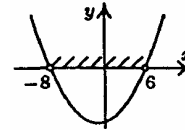
2) Решим уравнение $x^2+2x-48=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-48)=196$; $x_1 = \frac{-2+\sqrt{196}}{2} = 6$, $x_2 = \frac{-2-\sqrt{196}}{2} = -8$.

3) $(-8; 6)$.

б) 1) График функции $y=2x^2-7x+6$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем корни уравнения $2x^2-7x+6=0$;
 $D=(-7)^2-4\cdot2\cdot6=1$; $x_1 = \frac{7-1}{4} = 1,5$, $x_2 = \frac{7+1}{4} = 2$.

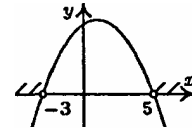
3) $(-\infty; 1,5) \cup (2; \infty)$.



в) 1) График функции $y=-x^2+2x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-x^2+2x+15=0$; $D=2^2-4\cdot(-1)\cdot 15=64$;
 $x=\frac{2+8}{2}=5$ или $x=\frac{2-8}{2}=-3$.

3) $(-\infty; -3)\cup(5; \infty)$.



г) 1) График функции $y=-5x^2+11x-6$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-5x^2+11x-6=0$; $5x^2-11x+6=0$;
 $D=(-11)^2-4\cdot 5\cdot 6=1$; $x=\frac{11+1}{10}=1,2$

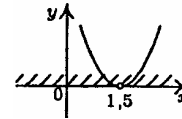
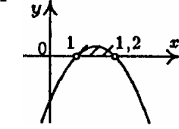
или $x=\frac{11-1}{10}=1$.

3) $(1; 1,2)$.

д) 1) График функции $y=4x^2-12x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $4x^2-12x+9=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 4\cdot 9=0$;
 $x=\frac{12+0}{8}=1,5$

3) $(-\infty; 1,5)\cup(1,5; \infty)$.



е) 1) График функции $y=25x^2+30x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $25x^2+30x+9=0$; $D=30^2-4\cdot 25\cdot 9=0$;
 $x=\frac{-30+0}{50}=-0,6$

3) нет решений.

ж) 1) График функции $y=-10x^2+9x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

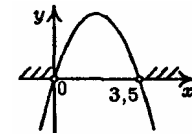
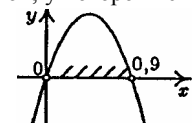
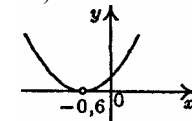
2) Решим уравнение $-10x^2+9x=0$; $x(-10x+9)=0$; $x=0$ или $-10x+9=0$; $10x=9$; $x=0,9$.

3) $(0; 0,9)$.

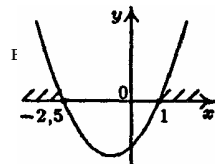
з) 1) График функции $y=-2x^2+7x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-2x^2+7x=0$; $x(-2x+7)=0$; $x=0$ или $-2x+7=0$; $2x=7$; $x=3,5$.

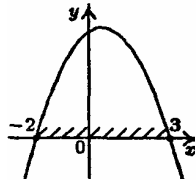
3) $(-\infty; 0)\cup(3,5; \infty)$.



и) График функции $y=2x^2+3x-5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $2x^2+3x-5=0$; $D=3^2-4\cdot 2\cdot (-5)=49$; $x=\frac{-3+7}{4}=1$ или $x=\frac{-3-7}{4}=-2,5$



3) $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$.

б) 1) График функции $y=-6x^2+6x+36$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

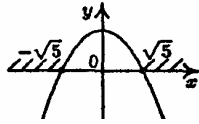
2) Решим уравнение $-6x^2+6x+36=0$; $x^2-x-6=0$

$D=1^2-4\cdot 1\cdot (-6)=25$; $x=\frac{1+5}{2}=3$ или $x=\frac{1-5}{2}=-2$

3) $[-2; 3]$

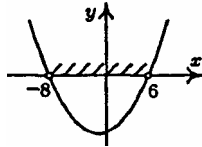
в) 1) График функции $y=-x^2+5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-x^2+5=0$; $x^2=5$; $x=\sqrt{5}$ или $x=-\sqrt{5}$



3) $(-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$

116. а) 1) График функции $y=2x^2+13x-7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $2x^2+13x-7=0$; $D=13^2-$

$-4\cdot 2\cdot (-7)=225$; $x=\frac{-13+15}{4}=0,5$ или $x=\frac{-13-15}{4}=-7$.

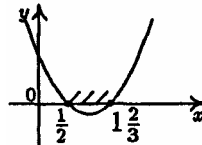
3) $(-\infty; -7) \cup (0,5; \infty)$.

б) 1) График функции $y=-9x^2+12x-4$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-9x^2+12x-4=0$; $9x^2-12x+4=0$;

$D=12^2-4\cdot 9\cdot 4=0$; $x=\frac{12+0}{18}=\frac{2}{3}$.

3) $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}; \infty)$.



в) 1) График функции $y=6x^2-13x+5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $6x^2-13x+5=0$; $D=13^2-4\cdot 6\cdot 5=49$;

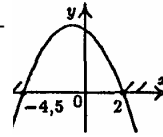
$x=\frac{13+7}{12}=1\frac{2}{3}$ или $x=\frac{13-7}{12}=\frac{1}{2}$. 3) $[\frac{1}{2}; 1\frac{2}{3}]$.

г) 1) Графиком функции $y = -2x^2 - 5x + 18 = 0$; является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-2x^2 - 5x + 18 = 0$; $2x^2 + 5x - 18 = 0$;

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18) = 169; x = \frac{-5 \pm 13}{4} = 2 \text{ или } x = \frac{-5 - 13}{4} = -4,5.$$

3) $(-\infty; -4,5] \cup [2; \infty)$.

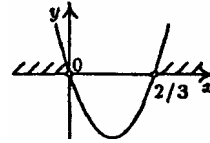


д) 1) График функции $y = 3x^2 - 2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $3x^2 - 2x = 0$; $x(3x - 2) = 0$; $x = 0$ или

$$3x - 2 = 0; 3x = 2; x = \frac{2}{3}.$$

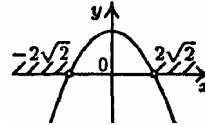
3) $(-\infty; 0) \cup (\frac{2}{3}; \infty)$.



е) 1) График функции $y = -x^2 + 8$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $8 - x^2 = 0$; $x^2 = 8$; $x = 2\sqrt{2}$ или $x = -2\sqrt{2}$

3) $(-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; \infty)$.



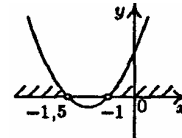
117. а) 1) График функции $y = 2x^2 + 5x + 3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение

$$2x^2 + 5x + 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1;$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{4} = -1 \text{ или } x = \frac{-5 - 1}{4} = -1,5.$$

3) $(-\infty; -1,5) \cup (-1; +\infty)$.



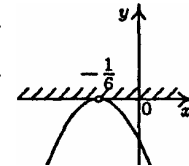
б) 1) График функции $y = -x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

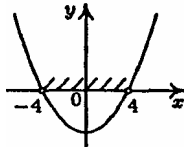
2) Решим уравнение

$$-x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36} = 0; x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0;$$

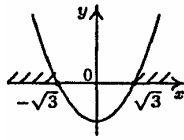
$$D = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{36} = 0; x = \frac{-\frac{1}{3} + 0}{2} = -\frac{1}{6}.$$

3) $(-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (-\frac{1}{6}; +\infty)$

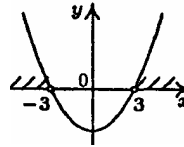




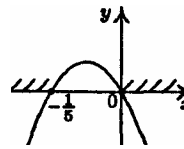
118. а) 1) График функции $y=x^2-16$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $x^2-16=0$; $(x-4)(x+4)=0$; $x-4=0$; $x=4$ или $x+4=0$; $x=-4$.
 3) $(-4; 4)$.



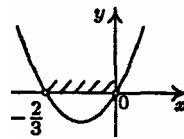
- б) 1) График функции $y=x^2-3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $x^2-3=0$; $x^2=3$; $x=\sqrt{3}$ или $x=-\sqrt{3}$.
 3) $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.



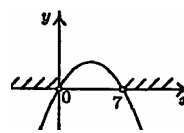
- в) 1) График функции $y=0,2x^2-1,8$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $0,2x^2-1,8=0$; $0,2x^2=1,8$; $x^2=9$; $x=3$ или $x=-3$.
 3) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.



- г) 1) график функции $y=-5x^2-x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
 2) Решим уравнение $-5x^2-x=0$; $-x(5x+1)=0$;
 $x=0$ или $5x+1=0$, т.е. $5x=-1$, $x=-\frac{1}{5}$.
 3) $(-\infty; -\frac{1}{5}] \cup [0; +\infty)$

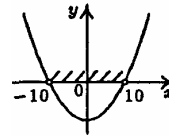


- д) 1) График функции $y=3x^2+2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $3x^2+2x=0$; $x(3x+2)=0$; $x=0$ или $3x+2=0$, т.е. $3x=-2$, $x=-\frac{2}{3}$.
 3) $(-\frac{2}{3}; 0)$



- е) 1) График функции $y=7x-x^2$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
 2) Решим уравнение $7x-x^2=0$; $x(7-x)=0$;
 $x=0$ или $7-x=0$, т.е. $x=7$.
 3) $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$.

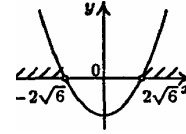
119. а) 1) График функции $y=0,01x^2-1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $0,01x^2-1=0$; $0,01x^2=1$; $x^2=100$; $x=10$ или $x=-10$.
 3) $[-10; 10]$.



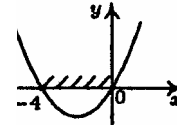
- б) 1) График функции $y=\frac{1}{2}x^2-12$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $\frac{1}{2}x^2-12=0$; $\frac{1}{2}x^2=12$; $x^2=24$;

$x=2\sqrt{6}$ или $x=-2\sqrt{6}$.

- 3) $(-\infty; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; +\infty)$.



- в) 1) График функции $y=x^2+4x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $x^2+4x=0$; $x(x+4)=0$; $x=0$ или $x+4=0$, т.е. $x=-4$.
 3) $[-4; 0]$.

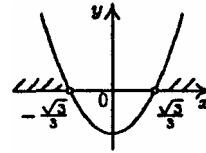


- г) 1) График функции $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{9}$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

- 2) Решим уравнение $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{9}=0$; $\frac{1}{3}x^2=\frac{1}{9}$; $x^2=\frac{1}{3}$;

$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ или $x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

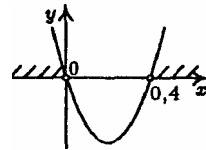
- 3) $(-\infty; -\frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$.



- д) 1) График функции $y=5x^2-2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

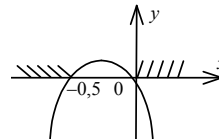
- 2) Решим уравнение $5x^2-2x=0$; $x(5x-2)=0$; $x=0$ или $5x-2=0$ т.е. $5x=2$, $x=0,4$.

- 3) $(-\infty; 0) \cup (0,4; +\infty)$.

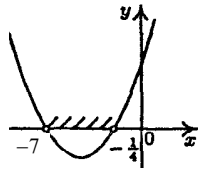


- е) 1) График функции $y=-0,6x^2-0,3x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

- 2) Решим уравнение $-0,6x^2-0,3x=0$; $-0,3x(2x+1)=0$; $x=0$ или $2x+1=0$ т.е. $2x=-1$, $x=-0,5$.



3) $(-\infty; -0,5) \cup (0; +\infty)$.



120. а) $3x^2+40x+10 < -x^2+11x+3$;

$$3x^2+40x+10+x^2-11x-3 < 0;$$

$$4x^2+29x+7 < 0.$$

1) График функции $y=4x^2+29x+7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение

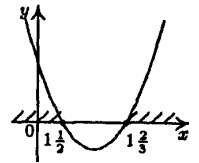
$$4x^2+29x+7=0; D=29^2-4\cdot 4\cdot 7=729;$$

$$x = \frac{-29 \pm 27}{8} = -\frac{1}{4} \text{ или } x = \frac{-29 - 27}{8} = -7.$$

3) $(-7; -\frac{1}{4})$.

б) $9x^2-x+9 \geq 3x^2+18x-6$;

$$9x^2-x+9-3x^2-18x+6 \geq 0; 6x^2-19x+15 \geq 0.$$



1) График функции $y=6x^2-19x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

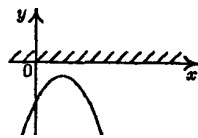
2) Решим уравнение $6x^2-19x+15=0$; $D=19^2-360=1$;

$$x = \frac{19 \pm 1}{12} = 1\frac{2}{3} \text{ или } x = \frac{19 - 1}{12} = 1\frac{1}{2}.$$

3) $(-\infty; 1\frac{1}{2}] \cup [1\frac{2}{3}; +\infty)$.

в) $2x^2+8x-111 < (3x-5)(2x+6)$; $2x^2+8x-111 < 6x^2-10x+18x-30$;

$$2x^2+8x-111-6x^2+10x-18x+30 < 0; -4x^2-81 < 0.$$



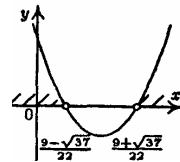
1) График функции $y=-4x^2-81$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-4x^2-81=0$; $-4x^2=81$;

$x^2 = -\frac{81}{4}$ нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

ное.

3) $(-\infty; +\infty)$.



г) $(5x+1)(3x-1) > (4x-1)(x+2)$;

$$15x^2+3x-5x-1 > 4x^2-x+8x-2;$$

$$15x^2-4x^2+3x-5x-8x+x-1+2 > 0; 11x^2-9x+1 > 0.$$

1) График функции $y=11x^2-9x+1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

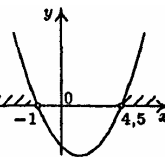
2) Решим уравнение $11x^2-9x+1=0$; $D=9^2-44=37$;

$$x = \frac{9 + \sqrt{37}}{22} \text{ или } x = \frac{9 - \sqrt{37}}{22}.$$

$$3) (-\infty; \frac{9 - \sqrt{37}}{22}) \cup (\frac{9 + \sqrt{37}}{22}; +\infty).$$

121. а) $2x(3x-1) > 4x^2 + 5x + 9$; $6x^2 - 2x > 4x^2 + 5x + 9$;
 $6x^2 - 2x - 4x^2 - 5x - 9 > 0$; $2x^2 - 7x - 9 > 0$.

1) График функции $y = 2x^2 - 7x - 9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $2x^2 - 7x - 9 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 121$; $x = \frac{7 + 11}{4} = 4,5$ или

$$x = \frac{7 - 11}{4} = -1.$$

$$3) (-\infty; -1) \cup (4,5; +\infty).$$

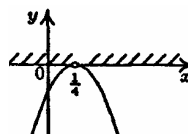
б) $(5x+7)(x-2) < 21x^2 - 11x - 13$; $5x^2 + 7x - 10x - 14 - 21x^2 + 11x + 13 < 0$;
 $-16x^2 + 8x - 1 < 0$.

1) График функции $y = -16x^2 + 8x - 1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-16x^2 + 8x - 1 = 0$; $16x^2 - 8x + 1 = 0$;

$$D = 8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0; x = \frac{8 + 0}{32} = \frac{1}{4}$$

$$3) (-\infty; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty).$$

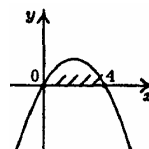


122. а) $y = \sqrt{12x - 3x^2}$ т.к. подкоренное выражение должно быть неотрицательно $12x - 3x^2 \geq 0$.

1) График функции $y = -3x^2 + 12x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-3x^2 + 12x = 0$; $3x(-x+4) = 0$; $x = 0$ или $-x+4=0$ т.е. $x=4$.

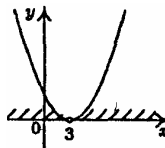
$$3) [0; 4].$$



б) $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 12x + 18}}$ Т.к. подкоренное выражение

должно быть неотрицательно, значит, $2x^2 - 12x + 18 \geq 0$. Но $2x^2 - 12x + 18 \geq 0$ стоит в знаменателе $\Rightarrow 2x^2 - 12x + 18 \neq 0$ Значит, $2x^2 - 12x + 18 > 0$

1) График функции $y = 2x^2 - 12x + 18$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при

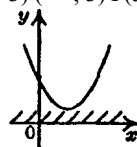


x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-12x+18=0$; $x^2-6x+9=0$;

$$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9=0; x=\frac{6+0}{2}=3.$$

3) $(-\infty; 3)\cup(3; +\infty)$.

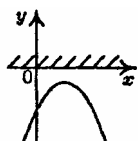


123. а) 1) График функции $y=7x^2-10x+7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $7x^2-10x+7=0$;

$$D=(-10)^2-4\cdot 7\cdot 7=-96<0.$$

3) x — любое.

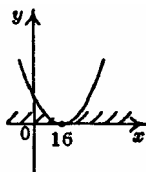


б) 1) График функции $f(y)=-6y^2+11y-10$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при y^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-6y^2+11y-10=0$; $6y^2-11y+10=0$;

$$D=(-11)^2-4\cdot 6\cdot 10=-119<0.$$

3) y — любое.

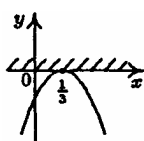


в) 1) График функции $y=\frac{1}{4}x^2-8x+64$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $\frac{1}{4}x^2-8x+64=0$; $D=64-4\cdot\frac{1}{4}\cdot 64=0$;

$$x=\frac{8+0}{\frac{1}{2}}=16.$$

3) x — любое.

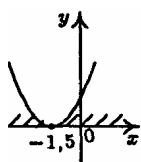


г) 1) График функции $f(y)=-9y^2+6y-1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при y^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-9y^2+6y-1=0$; $9y^2-6y+1=0$;

$$D=36-4\cdot 9\cdot 1=0; y=\frac{6+0}{18}=\frac{1}{3}.$$

3) x — любое.

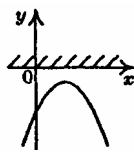


124. а) 1) График функции $y=4x^2+12x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $4x^2+12x+9=0$; $D=144-4\cdot 4\cdot 9=0$;

$$x=\frac{-12+0}{8}=-1,5.$$

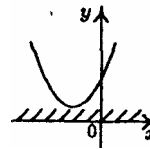
3) x — любое.



- б) 1) График функции $y = -5x^2 + 8x - 5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
 2) Решим уравнение $-5x^2 + 8x - 5 = 0$; $5x^2 - 8x + 5 = 0$;
 $D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 5 = -36 < 0$.
 3) x — любое.

125. а) $x^2 + 7x + 1 > -x^2 + 10x - 1$; $x^2 + 7x + 1 + x^2 - 10x + 1 > 0$;
 $2x^2 - 3x + 2 > 0$.

- 1) График функции $y = 2x^2 - 3x + 2$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $2x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -7 < 0$.
 3) x — любое.

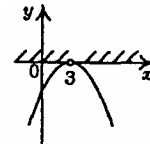


б) $-2x^2 + 10x < 18 - 2x$; $-2x^2 + 10x - 18 + 2x < 0$; $-2x^2 + 12x - 18 < 0$.

- 1) График функции $y = -2x^2 + 12x - 18$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
 2) Решим уравнение $-2x^2 + 12x - 18 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$;

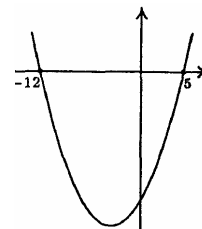
$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$; $x = \frac{6 + 0}{2} = 3$.

- 3) $x \neq 3$.



126. Обозначим длину большей стороны прямоугольника x см, тогда длина меньшей стороны $(x-7)$ см, а площадь прямоугольника $x(x-7)$ см². Получим $x(x-7) < 60$. Решим уравнение $x^2 - 7x - 60 = 0$;
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot (-60) = 289$; $x_1 = \frac{7 + 17}{2} = 12$; $x_2 = \frac{7 - 17}{2} = -5$.

Из графика видно, что $x^2 - 7x - 60 < 0$ при $x \in (-5; 12)$. Так как меньшая сторона должна быть больше 7 см, то окончательно получаем: $7 < x < 12$.

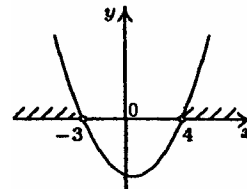


127. Обозначим ширину прямоугольника x см, тогда его длина $(x+5)$ см. $x(x+5)$ см² — площадь. По условию, $x(x+5) > 36$; решим $x^2 + 5x - 36 > 0$.

- 1) График функции $y = x^2 + 5x - 36$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
 2) Решим уравнение $x^2 + 5x - 36 = 0$; $D = 25 -$

$-4 \cdot (-36) = 169$; $x = \frac{-5 + 13}{2} = 4$ или $x = \frac{-5 - 13}{2} = -9$.

- 3) $x > 4$ см.



128. 1) $x=0 \Rightarrow y = \frac{0,5 \cdot 0 - 2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow (0; -\frac{2}{3})$ точка пересечения с Oy.

2) $y=0 \Rightarrow \frac{0,5x - 2}{3} = 0;$

$0,5x - 2 = 0; 0,5x = 2;$

$x = 4 \Rightarrow (4; 0)$ — точка пересечения с Ox

3) Функция возрастающая.

129. а) $\begin{cases} 4x - 21 < 0, \\ x + 3,5 > 0; \end{cases} \begin{cases} 4x < 21, \\ x > -3,5; \end{cases} \begin{cases} x < 5,25, \\ x > -3,5; \end{cases} -3,5 < x < 5,25$

б) $\begin{cases} 5x - 9 \leq 0, \\ 2x + 7 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} 5x \leq 9, \\ 2x \leq -7; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1,8, \\ x \leq -3,5; \end{cases} x \leq -3,5$

в) $\begin{cases} 5x - 4 \leq 10, \\ 1 - 3x < -2; \end{cases} \begin{cases} 5x \leq 14, \\ -3x < -3; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2,8, \\ x < 1; \end{cases} 1 < x \leq 2,8$

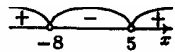
г) $\begin{cases} 3x - 6 > 5, \\ 1 - 4x > 8; \end{cases} \begin{cases} 3x > 11, \\ -4x > 7; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{11}{3}, \\ x < -\frac{7}{4}; \end{cases}$ нет решений.

130. а) $y^4 - y^3 + 0,25y^2 = y^2(y^2 - y + 0,25) = y^2(y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2) = y^2(y - \frac{1}{2})^2$

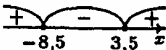
б) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}x = x(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}) = x(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{4} + (\frac{1}{4})^2) = x(x - \frac{1}{4})^2$

в) $x^2y^2 + 2x^2 - 8y^2 - 16 = x^2(y^2 + 2) - 8(y^2 + 2) = (y^2 + 2)(x^2 - 8) = (y^2 + 2)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2})$


г) $6a^2b^2 + 3b^3 - 8a^2 - 4b = 3b^2(2a^2 + b) - 4(2a^2 + b) = (2a^2 + b)(3b^2 - 4) = (2a^2 + b)(b\sqrt{3} + 2)(b\sqrt{3} - 2).$

131. а) 


$(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$

в) 


$(-\infty; -8,5] \cup [3,5; +\infty)$

б) 


$(-10; 14)$


г) 

$[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{8}]$

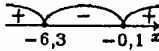
132. а) 

$(-25; 30)$

в) 

б) 

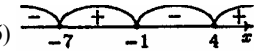
$(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$

г) 

$$\left[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right]$$

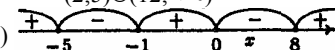
$$(-\infty; -6,3;] \cup [-0,1; +\infty)$$

133. a) 

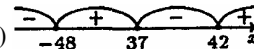
б) 

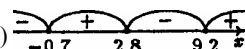
$$(2;5) \cup (12; +\infty)$$

$$(-\infty; -7) \cup (-1; 4)$$

в) 

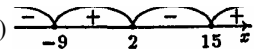
$$(-\infty; -5) \cup (-1; 0) \cup (8; +\infty)$$

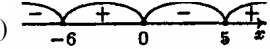
134. a) 

б) 

$$(-48; 37) \cup (42; \infty)$$

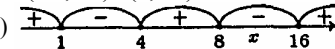
$$(-\infty; -0,7) \cup (2,8; 9,2)$$

135. a) 

б) 

$$(-\infty; -9) \cup (2; 15)$$

$$(-6; 0) \cup (5; +\infty)$$

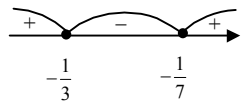
в) 

$$(1; 4) \cup (8; 16)$$

136. a) $5(x-13)(x+24) < 0; (x-13)(x+24) < 0; (-24; 13).$



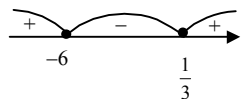
б) $-(x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3}) \geq 0; (x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3}) \leq 0; \left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}\right]$



в) $(x+12)(3-x) > 0; -(x+12)(x-3) > 0; (x+12)(x-3) < 0; (-12; 3)$



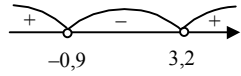
г) $(6+x)(3x-1) \leq 0; 3(x+6)(x-\frac{1}{3}) \leq 0; (x+6)(x-\frac{1}{3}) \leq 0; \left[-6; \frac{1}{3}\right]$



137. a) $2(x-18)(x-19) > 0; (x-18)(x-19) > 0; (-\infty; 18) \cup (19; \infty)$



б) $-4(x+0,9)(x-3,2) < 0; (x+0,9)(x-3,2) > 0; (-\infty; -0,9) \cup (3,2; \infty)$



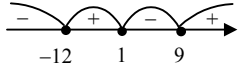
в) $(7x+21)(x-8,5) \leq 0$; $7(x+3)(x-8,5) \leq 0$; $(x+3)(x-8,5) \leq 0$; $[-3; 8,5]$



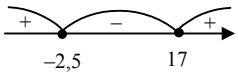
г) $(8-x)(x-0,3) \geq 0$; $-(x-8)(x-0,3) \geq 0$; $(x-8)(x-0,3) \leq 0$; $[0,3; 8]$



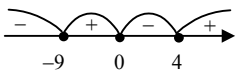
138. а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (5-x)(x+8) \geq 0$;
 $-(x-5)(x+8) \geq 0$; $(x-5)(x+8) \leq 0$; $[-8; 5]$



б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (x+12)(x-1)(x-9) \geq 0$;
 $[-12; 1] \cup [9; +\infty)$.



139. а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (2x+5)(x-17) \geq 0$;
 $2(x+2,5)(x-17) \geq 0$; $(x+2,5)(x-17) \geq 0$;
 $(-\infty; -2,5] \cup [17; +\infty)$



б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow x(x+9)(2x-8) \geq 0$;
 $2x(x+9)(x-4) \geq 0$; $x(x+9)(x-4) \geq 0$; $[-9; 0] \cup [4; +\infty)$.

140. а) $\frac{x-5}{x+6} < 0 \Rightarrow (x-5)(x+6) < 0$; $(-6; 5)$



б) $\frac{1,4-x}{x+3,8} < 0 \Rightarrow (1,4-x)(x+3,8) < 0$; $-(x-1,4)(x+3,8) < 0$;



$(x-1,4)(x+3,7) > 0$; $(-\infty; -3,8) \cup (1,4; +\infty)$

в) $\frac{2x}{x-1,6} > 0 \Rightarrow 2x(x-1,6) > 0$; $x(x-1,6) > 0$; $(-\infty; 0) \cup (1,6; +\infty)$



г) $\frac{5x-1,5}{x-4} > 0 \Rightarrow (5x-1,5)(x-4) > 0$; $5(x-0,3)(x-4) > 0$; $(x-0,3)(x-4) > 0$;



$$(-\infty; 0,3) \cup (4; +\infty)$$

141. а) $\frac{x-21}{x+7} < 0 \Rightarrow (x-21)(x+7) < 0; (-7; 21)$



б) $\frac{x+4,7}{x-7,2} > 0 \Rightarrow (x+4,7)(x-7,2) > 0; (-\infty; -4,7) \cup (7,2; +\infty)$

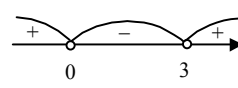
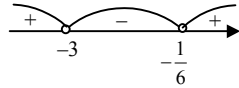


в) $\frac{6x+1}{3+x} > 0 \Rightarrow (6x+1)(3+x) > 0;$

г) $\frac{5x}{4x-12} < 0 \Rightarrow 5x(4x-12) < 0;$

$6(x+\frac{1}{6})(x+3) > 0; (x+\frac{1}{6})(x+3) > 0;$

$x(4x-12) < 0; 4x(x-3) < 0;$



$(-\infty; -3) \cup (-\frac{1}{6}; +\infty)$

$x(x-3) < 0; (0; 3)$

142. 1) График функции $y=x^2-0,5x+1,5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Вычислим координаты вершины:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-0,5}{2} = 0,25; y_{\text{в}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{23}{16} = 1\frac{7}{16}$$

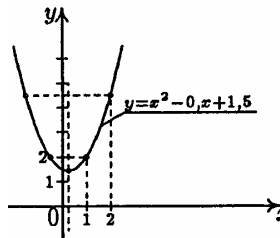
3)

x	1	2	0
y	2	4,5	1,5

Т.к. парабола симметрична относительно прямой $x=0,25$, найдем еще три точки графика.

а) При $x=0$ $y=1,5$. б) График расположен в I и II четвертях. в) График симметричен относительно оси $x=0,25$. г) Функция убывает в $(-\infty; 0,25]$ возрастает в $[0,25; \infty)$. д) Наименьшего значения $1\frac{7}{16}$ функция достигает при

$x=0,25$. $E(y) = [1\frac{7}{16}; \infty)$.



143. а) График функции $y=3x^2+4$ можно получить из параболы $y=3x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы, значит, расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y=-5x^2-1$ можно получить из параболы $y=-5x^2$ сдвигом вниз на 1 единицу, значит, расположен в III и IV четвертях.

в) График функции $y=2x^2-4$ можно получить из параболы $y=2x^2$ сдвигом вниз на 4 единицы, значит, расположен во всех четвертях.

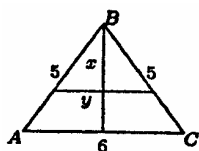
$$144. \text{ а) } y = \frac{1}{6x} + \frac{1}{6+x} \Rightarrow x \neq 0; \text{ и } 6+x \neq 0; x \neq -6;$$

$$D(y) = (-\infty; -6) \cup (-6; 0) \cup (0; +\infty).$$

$$\text{ б) } y = \sqrt{x} - \sqrt{x-4}; \begin{cases} x \geq 0, \\ x-4 \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 4; \end{cases}; D(y) = [4; +\infty).$$

$$\text{ в) } y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}; x \neq 0; \frac{1}{x} \neq -1 \Rightarrow x \neq -1; D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty).$$

$$145. y = 10x; D(f) = [0; 7]; f(0) = 0, f(7) = 70; E(f) = [0; 70].$$



146. Вычислим высоту треугольника ABC:

$$h = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ (по теореме Пифагора). Так как}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{h}{AC} = \frac{4}{6}, \text{ то: } y = \frac{6}{4}x = 1,5x. \text{ Итак, } y = f(x) = 1,5x;$$

$$D(f) = [0; 4]; E(f) = [0; 6].$$

$$147. f(-10) = \frac{-10-2}{-10+2} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2};$$

$$f(-8) = \frac{-8-2}{-8+2} = \frac{-10}{-6} = 1\frac{2}{3}; f(-5) = \frac{-5-2}{-5+2} = \frac{-7}{-3} = 2\frac{1}{3};$$

$$f(10) = \frac{10-2}{10+2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}; f(6) = \frac{6-2}{6+2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

$$148. \text{ а) } f(x) = 5x - 2; f(x) = 10 \Rightarrow 5x - 2 = 10; 5x = 12; x = \frac{12}{5}$$

$$\text{ б) } f(x) = x^2; f(x) = 10 \Rightarrow x^2 = 10;$$

$$x = \sqrt{10} \text{ или } x = -\sqrt{10}$$

$$\text{ в) } f(x) = x^2 + 1; f(x) = 10 \Rightarrow x^2 + 1 = 10; x^2 = 9; x = 3 \text{ или } x = -3.$$

149. 1) Найдем точку пересечения с Oy:

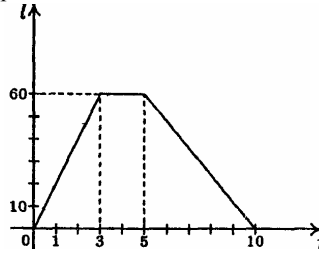
$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{0^2 + 1} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow (0; 1)$$

2) Найдем точку пересечения с Ox:

$$y=0 \Rightarrow \frac{1}{x^2+1}=0 \text{ — нет решений} \Rightarrow \text{нет точек пересечения с Ох.}$$

3) График функции расположен в I и II координатных четвертях.

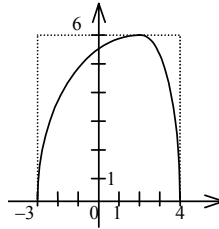
150. Скорость катера на пути от A до B (вниз по течению) равна $16+4=20$ (км/ч), на обратном пути (вверх по течению) его скорость составляет $16-4=12$ (км/ч). Расстояние от A до B катер пройдет за $60:20=3$ (ч), расстояние от B до A — за $60:12=5$ (ч). Получим:



$$l(t) = \begin{cases} 20t, & t \in [0; 3), \\ 60, & t \in [3; 5), \\ 120 - 12t, & t \in [5; 10]. \end{cases}$$

На отрезке $[0;3]$ $l(t)$ растет (катер удаляется от A), на $[3; 5]$ $l(t)$ не изменяется (катер на стоянке), на $[5; 10]$ $l(t)$ убывает (катер возвращается в A).

151.



152. а) При $y=0$: $\frac{2x+11}{10}=0$; $2x+11=0$; $2x=-11$; $x=-\frac{11}{2}$.

б) При $y=0 \Rightarrow \frac{6}{8-0,5x}=0$; нулей функции нет.

в) При $y=0 \Rightarrow \frac{3x^2-12}{4}=0$; $3x^2-12=0$; $3x^2=12$; $x^2=4$; $x_1=-2$, $x_2=2$.

153. а) $y=-0,01x$; $k=-0,01$; функция убывающая, т.к. $k < 0$.

б) $y=\frac{1}{7}x+3$; $k=\frac{1}{7}$; функция возрастающая, т.к. $k > 0$.

в) $y=16x$; $k=16$; функция возрастающая, т.к. $k > 0$.

г) $y=13-x$; $k=-1$; функция убывающая, т.к. $k < 0$.

154. Функция $y=x^2$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $x^2 \geq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow y=x^2$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=x^2+5$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $x^2+5 > 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow y=x^2+5$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=2x+5$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $2x+5 > 0$ при $x > -\frac{5}{2}$ и $2x+5 < 0$ при $x < -\frac{5}{2} \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=x^3$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y \geq 0$ при $x \geq 0$ и $y < 0$ при $x < 0 \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=-x^2$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y \leq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=-x^2-4$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y < 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

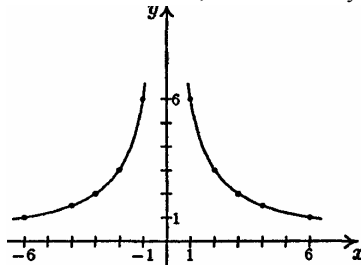
Функция $y=\sqrt{x}$: $D(y)=[0; +\infty)$; $y \geq 0$ для всех $x \geq 0 \Rightarrow$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=\sqrt{x}+1$: $D(y)=[0; +\infty)$; $y > 0$ для всех $x \geq 0 \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y=x^4+x^2+6$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y > 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

155. Изображенная на рисунке функция имеет область определения $D=(-\infty; 1]$. Из данных функций только $y=\sqrt{1-x}$ определена на этой области ($D(\sqrt{x-1})=[1; +\infty)$; $D(\sqrt{x+1})=[-1; +\infty)$).

156. Функция $y=|x-2|$ принимает нулевое значение в единственной точке $x=2$. Следовательно, ей соответствует график, изображенный на рисунке 41,б.



157. 1) Функция не определена только в точке $x=0$: при $x > 0$ имеем $y=\frac{6}{x}$, при $x < 0$ имеем $y=-\frac{6}{x}$. Функция симметрична относительно оси Oy .

2) Составим таблицу значений функции:

x	-6	-5	-3	-2	-1	1	2	3	5	6
y	1	$\frac{6}{5}$	2	3	6	6	3	2	$\frac{6}{5}$	1

3) Построим график.

4) Функция возрастает на интервале $(-\infty; 0)$, убывает на интервале $(0; +\infty)$, множество ее значений — $(0; +\infty)$.

158. Подставим значение $x=10-2\sqrt{5}$ в трехчлен $x^2-20x+80$. Получим $(10-2\sqrt{5})^2-20(10-2\sqrt{5})+80=100-40\sqrt{5}+20-200+40\sqrt{5}+80=0$. Следовательно, $10-2\sqrt{5}$ является корнем указанного трехчлена.

159. а) $\frac{1}{6}x^2+\frac{2}{3}x-2=0$; $x^2+4x-12=0$; $D=4^2-4\cdot 1\cdot (-12)=64$;

$$x_1=\frac{-4+8}{2}=2, x_2=\frac{-4-8}{2}=-6.$$

б) $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}=0$; $6x^2-4x-3=0$; $D=(-4)^2-4\cdot 6\cdot (-3)=88$;

$$x_1=\frac{2+\sqrt{22}}{6}, x_2=\frac{2-\sqrt{22}}{6}.$$

в) $-x^2+4x-2\frac{3}{4}=0$; $4x^2-16x+11=0$; $D=(-16)^2-4\cdot 4\cdot 11=80$;

$$x_1=\frac{4+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{4-\sqrt{5}}{2}.$$

г) $0,4x^2-x+0,2=0$; $2x^2-5x+1=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 1=17$; $x_1=\frac{5+\sqrt{17}}{4}, x_2=\frac{5-\sqrt{17}}{4}$.

160. а) Например, $(x-2)(x+7)=x^2+7x-2x-14=x^2+5x-14$.

б) Например, $(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2})=x^2-(3-\sqrt{2})x-(3+\sqrt{2})x+(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=x^2-3x+\sqrt{2}x-3x-\sqrt{2}x+9-2=x^2-6x+7$.

161. Так как $x=0$ — корень трехчлена $2px^2-2x-2p-3$, то $-2p-3=0 \Rightarrow p=-\frac{3}{2}$. При $p=-\frac{3}{2}$ имеем: $2(-\frac{3}{2})x^2-2x-2(-\frac{3}{2})-3=-3x^2-2x=-x(3x+2)$, поэтому второй корень трехчлена равен $x=-\frac{2}{3}$.

162. а) $2x^2-10x+3=0$; $D=(-10)^2-4\cdot 2\cdot 3=76>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-10}{2}=5, x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$.

б) $\frac{1}{3}x^2+7x-2=0$; $x^2+21x-6=0$; $D=21^2-4\cdot 1\cdot (-6)=465>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-21, x_1x_2=-6$.

в) $0,5x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4\cdot 0,5\cdot 1=34>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-12, x_1x_2=2$.

$$\text{r)} -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = 0; D = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{9} > 0; \text{ по теореме Виета,}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{3}, x_1 x_2 = -1.$$

163. Выделим квадрат двучлена: а) $2x^2 - 3x + 7 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}\right) =$

$$= 2\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} + \frac{7}{2}\right) = 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{47}{16}\right) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - 5\frac{7}{8}.$$

б) $-3x^2 + 4x - 1 = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}\right) = -3\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right) =$

$$= -3\left(\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}.$$

в) $5x^2 - 3x = 5\left(x^2 - \frac{3}{5}x\right) = 5\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{10} + \frac{9}{100} - \frac{9}{100}\right) = 5\left(\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{100}\right) =$

$$= 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{20}.$$

г) $-4x^2 + 8x = -4(x^2 - 2x) = -4(x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1 - 1) = -4((x-1)^2 - 1) = -4(x-1)^2 + 4.$

164. а) Выделим квадрат двучлена:

$$-x^2 + 20x - 103 = -(x^2 - 20x + 103) = -(x^2 - 2 \cdot x \cdot 10 + 100 - 100 + 103) = -((x-10)^2 + 3) < 0.$$

б) Выделим квадрат двучлена:

$$x^2 - 16x + 65 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 8 + 64 - 64 + 65 = (x-8)^2 + 1 > 0.$$

165. а) Выделим квадрат двучлена: $3x^2 - 4x + 5 = 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}\right) =$

$$= 3\left(x^2 - 2x \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{5}{3}\right) = 3\left(\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{9}\right) = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{3} \Rightarrow \text{наибольшего}$$

значения нет; наименьшее $3\frac{2}{3}$ при $x = \frac{2}{3}$.

б) Выделим квадрат двучлена: $-3x^2 + 12x = -(x^2 - 4x) = -3(x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 4 - 4) =$

$$= -3((x-2)^2 - 4) = -3(x-2)^2 + 12 \Rightarrow \text{наименьшего значения нет; наибольшее } 12.$$

При $x = 2$

166. Так как по условию, $a+b=40$ то $a=40-b$, тогда их произведение равно $ab=b(40-b)=-b^2+40b=-(b^2-40b+400-400)=-(b-20)^2+400$. Наибольшее значение этого выражения достигается при $b=20$; тогда и $a=40-b=40-20=20$.

167. а) $0,8x^2-19,8x-5=0$. Найдем корни: $D=392,04-4\cdot 0,8\cdot(-5)=408,04$;
 $x=25$ или $x=-\frac{1}{4}$; $0,8x^2-19,8x-5=\frac{4}{5}(x+\frac{1}{4})(x-25)=(4x+1)(\frac{1}{5}x-5)$.

б) $3,5-3\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x^2=0$. Найдем корни: $D=\frac{100}{9}-4\cdot 3,5\cdot\frac{2}{3}=\frac{16}{9}$;
 $x=\frac{3\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}\cdot 2}=\frac{7}{2}$ или $x=\frac{3\frac{1}{3}-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}\cdot 2}=\frac{3}{2}$; $3,5-3\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x^2=\frac{2}{3}(x-\frac{3}{2})(x-\frac{7}{2})$.

в) $x^2+x\sqrt{2}-2=0$. Найдем корни: $D=2-4\cdot 1\cdot(-2)=10$; $x=\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$ или
 $x=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{10}}{2}$ $x^2+x\sqrt{2}-2=(x-\frac{-\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2})(x-\frac{-\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2})$.

г) $x^2-x\sqrt{6}+1=0$. Найдем корни: $D=6-4\cdot 1\cdot 1=2$;
 $x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ или $x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ $x^2-x\sqrt{6}+1=(x-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2})(x-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2})$

168. а) 1) $m^2+6m+8=0$; $D=6^2-4\cdot 1\cdot 8=4$; $m_1=\frac{-6+2}{2}=-2$, $m_2=\frac{-6-2}{2}=-4$;
 $m^2+6m+8=(m+2)(m+4)$.

2) $\frac{2m^2-8}{m^2+6m+8}=\frac{2(m^2-4)}{(m+2)(m+4)}=\frac{2(m-2)(m+2)}{(m+2)(m+4)}=\frac{2(m-2)}{m+4}$.

б) 1) $2m^2-5m+2=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 2=9$; $m_1=\frac{5+3}{4}=2$, $m_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$;
 $2m^2-5m+2=2(m-2)(m-\frac{1}{2})=(m-2)(2m-1)$;

2) $\frac{2m^2-5m+2}{mn-2n-3m+6}=\frac{(m-2)(2m-1)}{n(m-2)-3(m-2)}=\frac{(m-2)(2m-1)}{(m-2)(n-3)}=\frac{2m-1}{n-3}$

$$169. \text{ a) } 1) 4x^2 - 3x - 1 = 0; D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25; x_1 = \frac{3+5}{8} = 1,$$

$$x_2 = \frac{3-5}{8} = -\frac{1}{4}; 4x^2 - 3x - 1 = 4(x-1)\left(x + \frac{1}{4}\right) = (x-1)(4x+1);$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{4x^2-3x-1} &= \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{(x-1)(4x+1)} = \\ &= \frac{(x+4)(4x+1) - (37x-12)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4x^2 + 16x + x + 4 - 37x + 12}{(x-1)(4x+1)} = \\ &= \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{(x-1)(4x+1)} \end{aligned}$$

$$3) 4x^2 - 20x + 16 = 0; x^2 - 5x + 4 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9; x_1 = \frac{5+3}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2} = 1; 4x^2 - 20x + 16 = 4(x-4)(x-1);$$

$$4) \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)(x-1)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)}{4x+1}.$$

$$\text{б) } 1) x^2 + 3x + 2 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1; x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1,$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2; x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2);$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2} &= \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{(x+1)(x+2)} = (x-1) \left(\frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} \right) = \\ &= (x-1) \frac{x+1+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+1} \end{aligned}$$

$$170. \text{ a) } 1) x^2 - x - 20 = 0; D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; x_1 = \frac{1+9}{2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{1-9}{2} = -4; x^2 - x - 20 = (x-5)(x+4);$$

$$2) \frac{7x-x^2}{x+4} \cdot \frac{x^2-x-20}{7-x} = \frac{x(7-x)(x-5)(x+4)}{(x+4)(7-x)} = x(x-5) = x^2 - 5x.$$

$$\text{б) } 1) x^2 + 11x + 30 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 1; x_1 = \frac{-11+1}{2} = -5, x_2 = \frac{-11-1}{2} = -6;$$

$$x^2 + 11x + 30 = (x+5)(x+6);$$

$$2) \frac{x^2 + 11x + 30}{3x - 15} : \frac{x + 5}{x - 5} = \frac{(x + 5)(x + 6)(x - 5)}{3(x - 5)(x + 5)} = \frac{x + 6}{3}.$$

$$\text{в) } 1) x^2 - 3x - 4 = 0; D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25; x_1 = \frac{3 + 5}{2} = 4, x_2 = \frac{3 - 5}{2} = -1;$$

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1);$$

$$2) \frac{2x^2 - 7}{x^2 - 3x - 4} - \frac{x + 1}{x - 4} = \frac{2x^2 - 7}{(x + 1)(x - 4)} - \frac{x + 1}{x - 4} = \frac{2x^2 - 7 - (x + 1)(x + 1)}{(x - 4)(x + 1)} =$$

$$= \frac{2x^2 - 7 - (x^2 + 2x + 1)}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{2x^2 - 7 - x^2 - 2x - 1}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x - 4)(x + 1)}$$

$$3) x^2 - 2x - 8 = 0; D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36; x_1 = \frac{2 + 6}{2} = 4, x_2 = \frac{2 - 6}{2} = -2;$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2);$$

$$4) \frac{x^2 - 2x - 8}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{(x - 4)(x + 2)}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{x + 2}{x + 1}.$$

$$\text{г) } 1) 3x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1; x_1 = \frac{5 + 1}{6} = 1, x_2 = \frac{5 - 1}{6} = \frac{2}{3};$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 3(x - 1)\left(x - \frac{2}{3}\right) = (x - 1)(3x - 2);$$

$$2) \frac{2 + x - x^2}{2 - 5x + 3x^2} + \frac{10x}{3x - 2} = \frac{2 + x - x^2}{(x - 1)(3x - 2)} + \frac{10x}{3x - 2} = \frac{2 + x - x^2 + 10x(x - 1)}{(x - 1)(3x - 2)} =$$

$$= \frac{2 + x - x^2 + 10x(x - 1)}{(x - 1)(3x - 2)} = \frac{2 + x - x^2 + 10x^2 - 10x}{(x - 1)(3x - 2)} = \frac{9x^2 - 9x + 2}{(x - 1)(3x - 2)};$$

$$3) 9x^2 - 9x + 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 9; x_1 = \frac{9 + 3}{18} = \frac{2}{3},$$

$$x_2 = \frac{9 - 3}{18} = \frac{1}{3}; 9x^2 - 9x + 2 = 9\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (3x - 2)(3x - 1);$$

$$4) \frac{9x^2 - 9x + 2}{(x - 1)(3x - 2)} = \frac{(3x - 2)(3x - 1)}{(x - 1)(3x - 2)} = \frac{3x - 1}{x - 1}$$

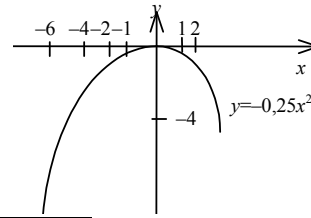
$$171. \text{ а) } x = 5; y = -7 \Rightarrow a \cdot 5^2 = -7; 25a = -7; a = -\frac{7}{25}.$$

$$\text{б) } x = -\sqrt{3}; y = 9 \Rightarrow a \cdot (-\sqrt{3})^2 = 9; 3a = 9; a = 3.$$

$$\text{в) } x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2} \Rightarrow a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}a = -\frac{1}{2}; a = -\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$r) x=100; y=10 \Rightarrow a \cdot 100^2=10; 10000a=10; a=\frac{10}{10000}=\frac{1}{1000}=0,001.$$

172. 1) График функции $y=-0,25x^2$ — парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



2) Найдем координаты вершины:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-0,25)} = 0; y_{\text{в}} = 0; (0; 0).$$

3)

x	2	-2	3	-3	1	-1	-6
y	-1	-1	-2,25	-2,25	-0,25	-0,25	-9

4) Наибольшее значение равно 0, наименьшее значение равно $y(-6)=-9$.

173. а) При $a > 0$ имеем:

$$y=ax^2 \geq 0 \Rightarrow E(y)=[0; +\infty);$$

б) при $a < 0$ имеем:

$$y=ax^2 \leq 0 \Rightarrow E(y)=(-\infty; 0].$$

174. $y=ax^2; y=ax$.

Найдем точки пересечения: $ax^2=ax; ax^2-ax=0; ax(x-1)=0; x=0$ или $x-1=0; x=1$. При $x=0$ получим точку пересечения $(0; 0)$, при $x=1$ получим $(1; a)$.

175. Перенеся параболу $y=7x^2$ вверх на 5 единиц, получим новую параболу — график функции $y=7x^2+5$.

Перенеся ее влево на 8 единиц, получим параболу — график функции $y=7(x+8)^2+5$.

$$\text{Итак, } y=7(x+8)^2+5.$$

176. а) График функции $y=-x^3$ получается из графика функции $y=x^3$ вертикальным отражением относительно оси Ox .

График функции $y=(x-3)^3$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге на 3 единицы вправо.

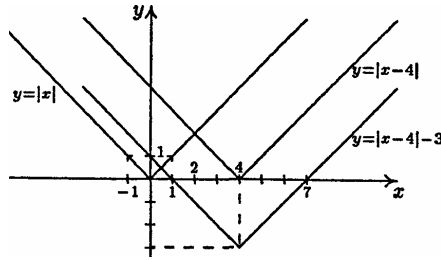
График функции $y=x^3+4$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге вверх на 4 единицы.

б) График функции $y=-\sqrt{x}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при отражении относительно оси Ox .

График функции $y=\sqrt{x+5}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 5 единиц влево.

График функции $y=\sqrt{x}-1$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 1 единицу вниз.

177. 1) Строим график функции $y=|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$



2) График функции $y=|x-4|$ получается из построенного графика при сдвиге на 4 единицы вправо.

3) График функции $y=|x-4|-3$ получается из графика функции $y=|x-4|$ при сдвиге на 3 единицы вниз.

178. График функции $y=x^2-6x+c$ есть парабола, у которой ветви направлены вверх.

$$\text{Координаты вершины: } x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3; y_v = 9 - 18 + c = c - 9.$$

График функции располагается выше данной горизонтальной прямой, если выше нее будет расположена вершина параболы.

а) График располагается выше прямой $y=4$ при $c-9 > 4$, т.е. при $c > 13$.

б) График располагается выше прямой $y=-1$ при $c-9 > -1$ т.е. при $c > 8$.

179*. Вычислим координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2}$,

$$y_v = \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{2} + c = c - \frac{b^2}{4}. \text{ Чтобы вершина оказалась в точке } (6; -12), \text{ положим:}$$

$$-\frac{b}{2} = 6, b = -12; c - \frac{b^2}{4} = -12, c = \frac{b^2}{4} - 12, \text{ так как } b = -12,$$

$$c = \frac{144}{4} - 12 = 36 - 12 = 24.$$

180. Прямая является осью симметрии параболы, когда на этой прямой лежит вершина параболы.

$$x_v = \frac{16}{2a} = \frac{8}{a}; \text{ должно быть } \frac{8}{a} = 4, \text{ т.е. } a = 2.$$

181. $y=ax^2+c; y=0 \Rightarrow ax^2+c=0; ax^2=-c; x^2=-\frac{c}{a} \Rightarrow$ уравнение имеет реше-

ния при

$$1) a > 0, c \leq 0 \quad 2) a < 0, c \geq 0 \quad 3) a = 0, c = 0.$$

182*. Так как график проходит через $M(1; 2)$, имеем: $2 = a + b - 18$.

Так как он проходит через $N(2; 10)$, имеем: $10 = 4a + 2b - 18$.

Из первого уравнения получим $a=20-b$; из второго получим $10=4(20-b)+2b-18$; $28=80-4b+2b$; $b=40-14=26$, откуда $a=20-26=-6$.

183. а) 1) Графиком функции $y=x^2+2x-15$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).
2) Найдем координаты вершины:

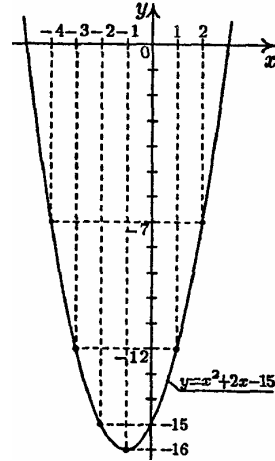
$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1;$$

$$y_{\text{в}} = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 15 = -16;$$

$(-1; -16)$.

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-12	-15	-16	-15	-12	-7



б) 1) Графиком функции $y=0,5x^2-3x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

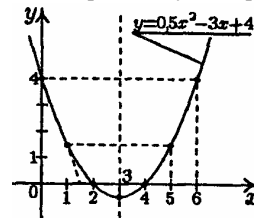
$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 0,5} = 3;$$

$$y_{\text{в}} = \frac{1}{2} \cdot 9 - 9 + 4 = -\frac{1}{2};$$

$(3; -\frac{1}{2})$.

3)

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	$7\frac{1}{2}$	4	1,5	0	$-\frac{1}{2}$	0	1,5

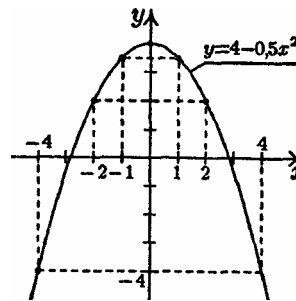


в) 1) Графиком функции $y=4-0,5x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

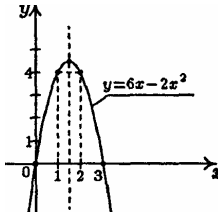
$$y_{\text{в}} = 0 + 4 = 4; (0; 4) \text{ — координаты вершины.}$$



3)

x	0	1	-1	2	-2
y	4	3,5	3,5	2	2

г) 1) Графиком функции $y=6x-2x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



2) Найдем координаты вершины:
 $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-2)} = 1,5$; $y_B = 6 \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4,5$;

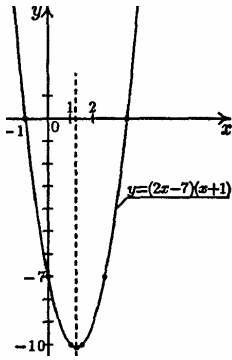
(1,5; 4,5).

3)

x	1	2	0	3	-1	-2
y	4	4	0	0	-8	-20

д) $y=(2x-7)(x+1)=2x^2-7x+2x-7=2x^2-5x-7$.

1) Графиком функции $y=(2x-7)(x+1)$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot 2} = 1,25$;

$y_B = 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{4} - 7 = -10 \frac{1}{8}$; $\left(1 \frac{1}{4}; -10 \frac{1}{8}\right)$.

3)

x	1	0	-1	2	-2
y	-10	-7	0	-9	11

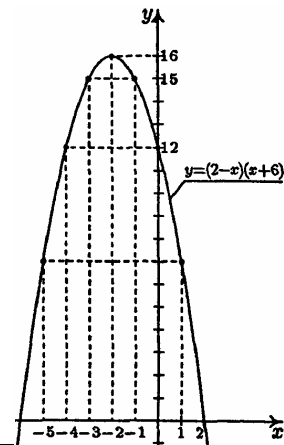
е) $y=(2-x)(x+6)=2x-x^2+12-6x=-x^2-4x+12$.

1) Графиком функции $y=(2-x)(x+6)$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2$;

$y_B = -(-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 12 = 16$; $(-2; 16)$.



3)

x	-1	-3	0	-4	2	-2
y	15	15	12	12	0	16

184. а) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины:

$$x_v = \frac{0,5}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{12}, \quad y_v = 3 \cdot \frac{1}{144} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{16} = \frac{1}{48} - \frac{1}{24} + \frac{1}{16} = \frac{1-2+3}{48} = \frac{1}{24}$$

Так как $y_v = \frac{1}{24}$, $E(y) = [\frac{1}{24}; +\infty)$.

б) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x_v = -\frac{1,2}{4} = -0,3$; $y_v = 2 \cdot 0,09 +$

$+1,2 \cdot (-0,3) + 2 = 0,18 - 0,36 + 2 = 2,18 - 0,36 = 1,82$. Следовательно, $E(y) = [1,82; +\infty)$.

в) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_v = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 4$, $y_v = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 4 \cdot 4 - 5,5 = -8 + 16 - 5,5 = 8 - 5,5 = 2,5$. Следовательно, $E(y) = (-\infty; 2,5]$.

г) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_v = -\frac{2}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$, $y_v = -3 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{14}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{14}{3} = \frac{-1+2-14}{3} = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}$. Следовательно, $E(y) = (-\infty; -4\frac{1}{3}]$.

185. График зависимости высоты от времени — парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты ее вершины:

$$t_b = \frac{-24}{-2 \cdot 4,9} = \frac{12}{4,9} = \frac{120}{49} = 2 \frac{22}{49} \text{ (с)}. \text{ Максимальная высота, на которую под-}$$

нялся мяч, — это ордината вершины h_b : $h_b = 24 \cdot \frac{120}{49} - 4,9 \cdot \left(\frac{120}{49}\right)^2 = \frac{24 \cdot 120}{49} -$

$$\frac{49 \cdot 120^2}{10 \cdot 49^2} = \frac{24 \cdot 120}{49} - \frac{120 \cdot 12}{49} = \frac{24 \cdot 120 - 12 \cdot 120}{49} = \frac{12 \cdot 120}{49} = \frac{1440}{49} = 29 \frac{19}{49} \text{ (м)}.$$

Заметим, что мяч поднимался в промежутке времени $[0; 2 \frac{22}{49}]$. Найдем мо-

мент падения мяча: $h(t)=0; 24t-4,9t^2=0$.

Мяч упадет при $24-4,9t=0$ (при $t=0$ его бросили). $4,9t=24;$

$$t = \frac{240}{49} = 4 \frac{44}{49} \text{ (с)}.$$

Итак, мяч падал в промежуток времени $[2 \frac{22}{49}; 4 \frac{44}{49}]$ и при $t = 4 \frac{44}{49}$ упал

на землю.

186*. а) График такой функции — парабола, у которой ветви направлены вверх, а абсцисса вершины равна -3 . Например, функция $y=(x+3)^2$ удовлетворяет условию задачи.

б) График этой функции — парабола, у которой ветви направлены вниз, а абсцисса вершины равна 6 . Например, функция $y=-(x-6)^2$ удовлетворяет условию задачи.

187*. а) $y=0$ при $x=3$ и $x=4 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 9+3p+q=0, & \begin{cases} q=-3(p+3), \\ 16+4p+q=0; \end{cases} & \begin{cases} q=-3(p+3), \\ 16+4p-3(p+3)=0; \end{cases} & \begin{cases} q=-3(p+3), \\ 16+p-9=0; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=-3(p+3), & \begin{cases} q=12, \\ p=-7; \end{cases} & \begin{cases} q=12, \\ p=-7; \end{cases} \end{cases}$$

б) При $x=0$ имеем $y=6$, при $x=2$ имеем $y=0 \Rightarrow q=6;$

$$4+2p+q=0 \Rightarrow 4+2p+6=0; 2p=-10; p=-5.$$

Итак, $q=6, p=-5$.

в) При $x=6$ функция достигает наименьшего значения \Rightarrow координаты вершины параболы, являющейся ее графиком, $(6; 24)$. Поскольку $x_b = -\frac{b}{2a}$,

имеем: $6 = -\frac{p}{2}$, т.е. $p = -12$. Поскольку $y_b = 24$, имеем: $36 + 6p + q = 24 \Rightarrow$

$$36 - 6 \cdot 12 + q = 24; 12 - 6 \cdot 12 = -q, -q = -5 \cdot 12, q = 60. \text{ Итак, } q = 60, p = -12.$$

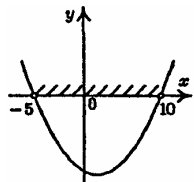
188*. а) Ветви параболы направлены вниз, значит, $a < 0$. Выделим квадрат двучлена: $ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x)+c=a((x+\frac{b}{2a})^2-(\frac{b}{2a})^2)+c$.

Заметим, что сдвиг вдоль оси Ox зависит от знаков a и b : если они совпадают, это — сдвиг влево на $\frac{b}{2a}$ единиц, если они разных знаков, это — сдвиг

вправо на $\frac{b}{2a}$ единиц. В данном случае график сдвинут вправо от $y=0$, значит, b и a имеют разные знаки, т.е. $b > 0$. Так как $ax^2+bx+c=x(b+ax)+c$, коэффициент c определяет сдвиг вдоль оси Oy графика функции $x(b+ax)$. В нашем случае у a и b разные знаки, значит, один нуль квадратичной функции $x(b+ax)$ равен 0, а второй лежит правее нуля. Так как на данном графике оба корня лежат правее нуля, произошел сдвиг вниз, следовательно, $c < 0$.

б) Ветви параболы направлены вверх, следовательно, $a > 0$. График сдвинут вправо от оси Oy , значит, a и b разных знаков, т.е. $b < 0$. Так как a и b разных знаков, второй нуль функции ax^2+bx правее $x=0$. Т.к. на данном графике оба нуля лежат правее оси Oy , значит, произошел сдвиг вверх, т.е. $c > 0$. Итак, $a > 0, b < 0, c > 0$.

189. а) 1) График функции $y=x^2-5x-50$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Решим уравнение

$$x^2-5x-50=0; D=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-50)=225;$$

$$x_1=\frac{5+15}{2}=10, x_2=\frac{5-15}{2}=-5.$$

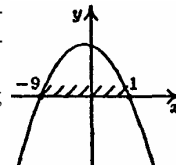
3) $(-5; 10)$.

б) 1) Графиком функции $y=-m^2-8m+9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при m^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-m^2-8m+9=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot (-1) \cdot 9=100$;

$$m_1=\frac{8+10}{2 \cdot (-1)}=-9, m_2=\frac{8-10}{-2}=1.$$

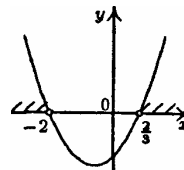
3) $[-9; 1]$.



в) 1) Графиком функции $z=3y^2+4y-4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при y^2 положительный).

2) Решим уравнение $3y^2+4y-4=0$; $D=4^2-4 \cdot 3 \cdot (-4)=64$;

$$y_1=\frac{-4+8}{6}=\frac{2}{3}, y_2=\frac{-4-8}{6}=-2.$$

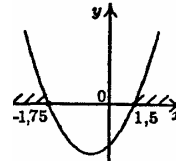


3) $(-\infty; -2) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$.

г) $8p^2 + 2p - 21 \geq 0$.

1) Графиком функции $8p^2 + 2p - 21$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при p^2 положительный).

2) Решим уравнение $8p^2 + 2p - 21 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-21) = 676$; $p_1 = \frac{-2 + 26}{16} = 1,5$, $p_2 = \frac{-2 - 26}{16} = -1,75$

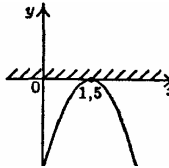


3) $(-\infty; -1,75] \cup [1,5; +\infty)$.

д) $-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$.

1) Графиком функции $y = -4x^2 + 12x - 9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-4x^2 + 12x - 9 = 0$; $4x^2 - 12x + 9 = 0$;
 $D = 12^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-9) = 0$; $x = \frac{-12 + 0}{-8} = 1,5$.



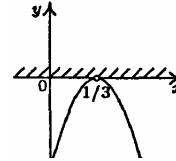
3) $(-\infty; +\infty)$.

е) $-9x^2 + 6x - 1 < 0$.

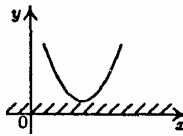
1) Графиком функции $y = -9x^2 + 6x - 1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $9x^2 - 6x + 1 = 0$;

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0$; $x = \frac{6 + 0}{18} = \frac{1}{3}$.



3) $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.



190. а) $2(x^2 + x - 3x - 3) > x^2 + 5x - 7x - 35$; $x^2 - 2x + 29 > 0$.

1) Графиком функции $y = x^2 - 2x + 29$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

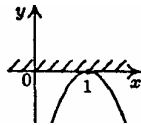
2) Решим уравнение $x^2 - 2x + 29 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 29 < 0$ — нет корней. 3) x — любое.

б) $(x+5)(x-7) \leq 4(x^2 + 2x - 4x - 8)$; $x^2 + 5x - 7x - 35 \leq 4x^2 + 8x - 16x - 32$;
 $x^2 + 5x - 7x - 35 - 4x^2 - 8x + 16x + 32 \leq 0$; $-3x^2 + 6x - 3 \leq 0$.

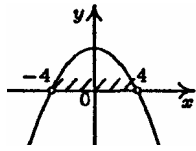
1) Графиком функции $y = -3x^2 + 6x - 3$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-3x^2 + 6x - 3 = 0$; $x^2 - 2x + 1 = 0$;

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$. $x = \frac{2 + 0}{2} = 1$.



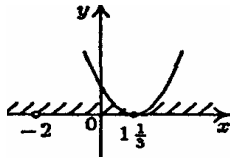
3) x — любое.



191. а) 1) Т.к. подкоренное выражение неотрицательно, то $144-9x^2 \geq 0$ и $144-9x^2$ стоит в знаменателе $\Rightarrow 144-9x^2 \neq 0$ Значит, $144-9x^2 > 0$.

2) Графиком функции $y=144-9x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

3) Решим уравнение: $144-9x^2=0$; $9x^2=144$; $x^2=16$; $x=4$ или $x=-4$. 4) $(-4; 4)$.



б) 1) Так как подкоренное выражение неотрицательно, то $16-24x+9x^2 \geq 0$. Т.к. $x+2$ стоит в знаменателе дроби, $\Rightarrow x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$.

2) Графиком функции $y=9x^2-24x+16$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

3) Решим уравнение $9x^2-24x+16=0$; $D=(-24)^2-4 \cdot 9 \cdot 16=0$; $x = \frac{24+0}{18} = \frac{4}{3}$.

4) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

192*. Решим первое неравенство. Рассмотрим уравнение $x^2+6x-7=0$;

$$D=6^2-4 \cdot 1 \cdot (-7)=64; x_1 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2} = 1, x_2 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2} = -7;$$

$(x-1)(x+7) \leq 0$ при $-7 \leq x \leq 1$.



Решим второе неравенство: $x^2-2x-15 \leq 0$; $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-15)=64$;

$$x_1 = \frac{2+8}{2} = 5, x_2 = \frac{2-8}{2} = -3; (x-5)(x+3) \leq 0 \text{ при } -3 \leq x \leq 5.$$

Общие решения неравенств: $-3 \leq x \leq 1$.

193*. а) Решим первое неравенство системы. $4x^2-27x-7=0$;

$$D=(-27)^2-4 \cdot 4 \cdot (-7)=841; x_1 = \frac{27+29}{8} = \frac{56}{8} = 7 \text{ или}$$

$$x_2 = \frac{27-29}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}; (x-7)(x+\frac{1}{4}) > 0 \text{ при } x < -\frac{1}{4} \text{ и } x > 7. \text{ Учти-}$$

тывая второе уравнение системы, получаем: $x > 7$.

б) Решим первое неравенство системы. $-3x^2+17x+6 < 0$;

$$3x^2-17x-6 > 0. \text{ Рассмотрим уравнение } 3x^2-17x-6=0;$$

$$D=17^2+6 \cdot 12=289+72=361; x_1 = \frac{17+19}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ или } x_2 = \frac{17-19}{6} = -\frac{1}{3};$$

$(x-6)(x+\frac{1}{3}) > 0$ при $x < -\frac{1}{3}$ и $x > 6$. Учитывая второе уравнение системы, получаем: $x < -\frac{1}{3}$.

в) Решим второе неравенство системы:

$$2x^2 - 18 > 0; 2(x^2 - 9) > 0 \quad 2(x-3)(x+3) > 0$$

при $x < -3$ и $x > 3$. Из первого неравенства следует, что $x < -1$, получаем: $x < -3$.

г) Решим второе неравенство системы: $3x^2 - 15x > 0; 3x(x-5) < 0$ при $0 < x < 5$. Из первого неравенства следует, что $x > 4$, получаем: $4 < x < 5$.

194*. а) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение

$$x^2 + x - 6 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25; x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3;$$

$(x-2)(x+3) < 0$ при $-3 < x < 2$.

Решим второе неравенство системы: $-x^2 + 2x + 3 > 0; x^2 - 2x - 3 < 0;$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16; x_1 = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ или } x_2 = \frac{2-4}{2} = -1;$$

$(x-3)(x+1) < 0$ при $-1 < x < 3$.

Учитывая решение первого неравенства, получаем: $-1 < x < 2$.

б) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение

$$x^2 + 4x - 5 = 0; D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36; x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1, x_2 = \frac{-4-6}{2} = -5;$$

$(x-1)(x+5) > 0$ при $x < -5$ и $x > 1$.

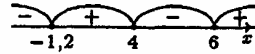
Решим второе неравенство системы. Рассмотрим уравнение:

$$x^2 - 2x - 8 = 0; D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36; x_1 = \frac{2+6}{2} = 4, x_2 = \frac{2-6}{2} = -2;$$

$(x+2)(x-4) < 0$ при $-2 < x < 4$.

Учитывая решение первого неравенства системы, получаем: $1 < x < 4$.

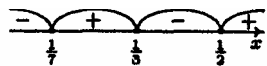
195. а) $(x+1,2)(6-x)(x-4) > 0; -(x+1,2)(x-6)(x-4) > 0; (x+1,2)(x-6)(x-4) < 0;$



$$(-\infty; -1,2) \cup (4; 6)$$

б) $(\frac{1}{3} - x)(\frac{1}{2} - x)(\frac{1}{7} - x) < 0; -(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{7}) < 0;$

$$(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{7}) > 0;$$



$$(\frac{1}{7}; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$$

в) $(x+0,6)(1,6+x)(1,2-x) > 0; -(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2) > 0;$
 $(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2) < 0;$

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-1,6} \overbrace{+}^{-0,6} \overbrace{-}^{1,2} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-\infty; -1,6) \cup (-0,6; 1,2) \\ \text{г) } (1,7-x)(1,8+x)(1,9-x) < 0; (x-1,7)(x+1,8)(x-1,9) < 0; \\ \begin{array}{c} \overbrace{-}^{-1,8} \overbrace{+}^{1,7} \overbrace{-}^{1,9} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-\infty; -1,8) \cup (1,7; 1,9) \end{array}$$

196. а) $(3x-5)(x+4)(2-x)=0$; $3x-5=0$ или $x+4=0$ или $2-x=0$;

т.е. $x = 1\frac{2}{3}$ или $x=-4$ или $x=2$.

б) $(3x-5)(x+4)(2-x) > 0$; $-3(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2) > 0$;

$(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2) < 0$.

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-4} \overbrace{+}^{1\frac{2}{3}} \overbrace{-}^2 \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-\infty; -4) \cup (1\frac{2}{3}; 2)$$

в) $(3x-5)(x+4)(2-x) < 0$; $-3(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2) < 0$; $(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2) > 0$.

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-4} \overbrace{+}^{1\frac{2}{3}} \overbrace{-}^2 \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-4; 1\frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$$

197. а) $18(x-2)(x-7) > 0$; $(x-2)(x-7) > 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{+}^2 \overbrace{-}^7 \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$$

б) $-(x-7,3)(x-9,8) > 0$; $(x-7,3)(x-9,8) < 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{+}^{7,3} \overbrace{-}^{9,8} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (7,3) \cup (9,8)$$

в) $-(x+0,8)(x-4)(x-20) < 0$; $(x+0,8)(x-4)(x-20) > 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-0,8} \overbrace{+}^4 \overbrace{-}^{20} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-0,8; 4) \cup (20; +\infty)$$

г) $-10(x+0,3)(x-17)(x-5) \geq 0$; $(x+0,3)(x-17)(x-5) \leq 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-0,3} \overbrace{+}^5 \overbrace{-}^{17} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array} \quad (-\infty; -0,3] \cup [5; 17)$$

198. а) $(x-4)(x+4)(x+17) > 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-17} \overbrace{+}^{-4} \overbrace{-}^4 \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array}$$

$(-17; -4) \cup (4; +\infty)$

б) $(x-\frac{2}{3})(x-11)(x+11) < 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-11} \overbrace{+}^{\frac{2}{3}} \overbrace{-}^{11} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array}$$

$(-\infty; -11) \cup (\frac{2}{3}; 11)$

в) $x(x-5)(x+5) < 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-5} \overbrace{+}^0 \overbrace{-}^5 \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array}$$

$(-\infty; -5) \cup (0; 5)$

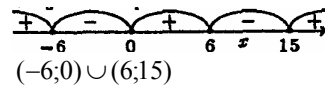
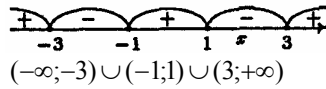
г) $x(x-0,1)(x+0,1) > 0$;

$$\begin{array}{c} \overbrace{-}^{-0,1} \overbrace{+}^0 \overbrace{-}^{0,1} \overbrace{+}^x \\ \hline \end{array}$$

$(-0,1; 0) \cup (0,1; +\infty)$

д) $(x-3)(x+3)(x-1)(x+1) > 0$;

е) $x(x-15)(x-6)(x+6) < 0$;



199*. а) Т.к. $x^2+17>0$ при всех x , решим только неравенство $(x-6)(x+2)<0$; его решение: $-2<x<6$.



б) Т.к. $2x^2+1>0$ при всех x , решим только неравенство $x(x-4)<0$; его решение: $x<0$ и $x>4$.



в) Т.к. $(x-1)^2 \geq 0$ при всех x , этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=1$. Решим неравенство $x-24<0$; $x<24$. Учитывая, что $x \neq 1$, получаем $x<1$ и $1<x<24$.



г) Т.к. $(x-4)^2 \geq 0$ при всех x , этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=4$. Решим неравенство $(x+7)(x-21) > 0$. Его решение: $x<-7$ и $x>21$.

200. а) Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит под корнем, то $(3x-1)(6x+1) \geq 0$. Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow (3x-1)(6x+1) \neq 0$. Следовательно, $(3x-1)x(6x+1) > 0$; $6 \cdot 3(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{6}) > 0$; $(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{6}) > 0$; $(-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.

б) $y = \frac{7}{\sqrt{(11x+2)(x-4)}}$. Т.к. подкоренное выражение неотрицательно \Rightarrow

$(11x+2)(x-4) \geq 0$. Т.к. $(11x+2)(x-4)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow (11x+2)(x-4) \neq 0$.

Следовательно, $(11x+2)(x-4) > 0$; $(x + \frac{2}{11})(x - 4) > 0$; $(-\infty; -\frac{2}{11}) \cup (4; +\infty)$.

201. а) Выражение $\frac{x-3}{x+1}$ не определено в точке $x=-1$, поэтому в решении первого неравенства эта точка не входит. Но она входит в решение второго, т.к. при $x=-1$ левая часть второго неравенства равна нулю, значит неравенства не равносильны.

б) В решение первого неравенства точка $x=8$ не входит, а второго — входит, следовательно, неравенства не равносильны.

$$202^*. \text{ а) } \frac{x-8}{x+4} > 0; (x-8)(x+4) > 0; \quad \text{ б) } \frac{x+16}{x-11} < 0 \Leftrightarrow (x+16)(x-11) < 0;$$



$$x \in (-\infty; -4) \cup (8; +\infty).$$



$$x \in (-16; 11).$$

$$\text{ в) } \frac{x+1}{3-x} \geq 0; \begin{cases} (x+1)(x-3) \leq 0; \\ x \neq 3. \end{cases}$$



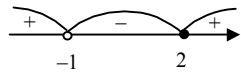
$$x \in [-1; 3).$$

$$\text{ г) } \frac{6-x}{x-4} \leq 0; \begin{cases} (x-6)(x-4) \geq 0, \\ x \neq 4. \end{cases}$$



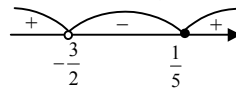
$$x \in (-\infty; 4) \cup [6; +\infty).$$

$$\text{ д) } \frac{2x-4}{3x+3} \leq 0; \begin{cases} (x+1)(x-2) \leq 0, \\ x \neq -1. \end{cases}$$



$$x \in (-1; 2].$$

$$\text{ е) } \frac{5x-1}{2x+3} \geq 0; \begin{cases} (x-\frac{1}{5})(x+\frac{3}{2}) \geq 0, \\ x \neq -\frac{3}{2}. \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -\frac{3}{2}) \cup [\frac{1}{5}; +\infty).$$

ГЛАВА II. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

§ 5. Уравнения с одной переменной

203. а) 5; б) 6; в) 5; г) $(x+8)(x-7)=x^2+8x-7x-56=0$, его степень 2; д) 1; е) $5x^3-5x(x^2+4)=17 \Rightarrow 5x^3-5x^3-20x=17 \Rightarrow -20x-17=0$, его степень равна 1.

204. а) $(8x-1)(2x-3)-(4x-1)^2=38; 16x^2-2x-24x+3-(16x^2-8x+1)=38;$
 $16x^2-2x-24x+3-16x^2+8x-1-38=0; -18x-36=0; -18x=36; x=-2.$

$$\text{ б) } \frac{(15x-1)(1+15x)}{3} = 2\frac{2}{3}; \quad \frac{(15x-1)(1+15x)}{3} = \frac{8}{3}; \quad 225x^2-1=8; \quad 225x^2=9;$$

$$x^2 = \frac{9}{225}; \quad x_1 = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}, \quad x_2 = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{ в) } 0,5y^3-0,5y(y+1)(y-3)=7; \quad 0,5y^3-0,5y(y^2+y-2y-3)-7=0;$$

$$y^2+1,5y-7=0; \quad D=2,25+28=30,25; \quad y_1 = \frac{-1,5+5,5}{2} = 2, \quad y_2 = \frac{-1,5-5,5}{2} = -3,5.$$

$$\text{г) } x^4 - x^2 = \frac{(1+2x^2)(2x^2-1)}{4}; 4(x^4-x^2) = (1+2x^2)(2x^2-1); 4x^4 - 4x^2 = 4x^4 - 1;$$

$$4x^4 - 4x^2 - 4x^4 = -1; 4x^2 = 1; x^2 = \frac{1}{4}; x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}.$$

205. а) $(6-x)(x+6) - (x-11)x = 36; 36 - x^2 - (x^2 - 11x) - 36 = 0; 36 - x^2 - x^2 + 11x - 36 = 0;$
 $-2x^2 + 11x = 0; x(-2x + 11) = 0; x = 0$ или $-2x + 11 = 0$, т.е. $-2x = -11, x = 5,5$.

б) $\frac{1-3y}{11} - \frac{3-y}{5} = 0; \frac{5(1-3y) - 11(3-y)}{55} = 0; 55 \neq 0 \Rightarrow 5 - 15y - 33 + 11y = 0;$
 $-4y = 28; y = -7.$

в) $9x^2 - \frac{(12x-11)(3x+8)}{4} = 1; 36x^2 - (36x^2 - 33x + 96x - 88) - 4 = 0;$

$$36x^2 - 36x^2 + 33x - 96x + 88 - 4 = 0; -63x = -84; x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

г) $\frac{(y+1)^2}{12} - \frac{1-y^2}{24} = 4; \frac{(y+1)^2}{12} - \frac{1-y^2}{24} - 4 = 0; \frac{2(y+1)^2 - (1-y)^2 - 96}{24} = 0;$

$$24 \neq 0 \Rightarrow 2(y^2 + 2y + 1) - 1 + y^2 - 96 = 0; 3y^2 + 4y - 95 = 0; D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-95) = 1156;$$

$$y_1 = \frac{-4 + 34}{6} = 5, y_2 = \frac{-4 - 34}{6} = -6\frac{1}{3}.$$

206. $5x^6 + 6x^4 + x^2 = -4$. В левую часть уравнения x входит только в четной степени \Rightarrow число неотрицательное, а в правой части — число отрицательное, значит уравнение корней не имеет.

207. Пусть существует корень $x_0 < 0$. Так как отрицательное число в нечетной степени есть число отрицательное, найдем знак левой части: $12x_0^5 + 7x_0^3 + 11x_0 - 3 < 0$, а в правой части $121 > 0$. Т.е. равенство не выполняется ни при каких x , т.е. нет корней.

208. $ax = 8; x = \frac{8}{a}$. Чтобы $\frac{8}{a}$ было целым числом, a должно быть делителем 8, т.е. $a = 1, 2, 4, 8$. Так как возможны и отрицательные решения, окончательно получаем: $-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8$.

209. $9x = p - 2;$

$$x = \frac{p-2}{9}. p-2 < 0; p < 2.$$

210. а) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $2x^2 + 6x + b = 0; D = 36 - 4 \cdot 2 \cdot b = 36 - 8b > 0; 36 - 8b > 0; -8b > -36; b < 4,5$.

б) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$.

$$5x^2 - 4x + 3b = 0; D = 16 - 4 \cdot 5 \cdot 3b = 16 - 60b > 0; 16 - 60b > 0; -60b > -16; b < \frac{4}{15}.$$

в) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$.
 $3x^2 + bx + 3 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = b^2 - 36 > 0$; $(b-6)(b+6) > 0$. $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.

г) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $x^2 + bx + 5 = 0$;
 $D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = b^2 - 20 > 0$; $(b - 2\sqrt{5})(b + 2\sqrt{5}) > 0$; $(-\infty; -2\sqrt{5}) \cup (2\sqrt{5}; +\infty)$.

211. а) Уравнение имеет один корень, когда $D = 0$. $3x^2 - 6x + 2u = 0$;

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2u = 36 - 24u = 0; 24u = 36; u = \frac{36}{24} = 1,5.$$

б) Уравнение имеет один корень, когда $D = 0$. $5x^2 + 2ux + 5 = 0$;

$$D = 4u^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5 = 4u^2 - 100 = 0; 4u^2 = 100; u^2 = \frac{100}{4} = 25; u = 5 \text{ или } u = -5.$$

в) Уравнение имеет один корень, когда $D = 0$. $x^2 - 3ux + 18 = 0$;

$$D = 9u^2 - 4 \cdot 18 = 9u^2 - 72 = 0; 9u^2 = 72; u^2 = 8; u = 2\sqrt{2} \text{ или } u = -2\sqrt{2}.$$

г) Уравнение имеет один корень, когда $D = 0$. $2x^2 - 12x + 3u = 0$;

$$D = 144 - 4 \cdot 2 \cdot 3u = 144 - 24u = 0; 24u = 144; u = 6.$$

212. а) Уравнение не имеет корней, если $D < 0$. $6x^2 + tx + 6 = 0$;

$$D = t^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = t^2 - 144 < 0; (t-12)(t+12) < 0; -12 < t < 12.$$

б) Уравнение не имеет корней, если $D < 0$. $12x^2 + 4x + t = 0$;

$$D = 16 - 4 \cdot 12 \cdot t = 16 - 48t < 0; 16 < 48t; t > \frac{16}{48}; t > \frac{1}{3}.$$

в) Уравнение не имеет корней, если $D < 0$. $2x^2 - 15x + t = 0$;

$$D = 225 - 4 \cdot 2 \cdot t = 225 - 8t < 0; 225 < 8t; t > \frac{225}{8}; t > 28 \frac{1}{8}.$$

г) Уравнение не имеет корней, если $D < 0$. $2x^2 + tx + 18 = 0$;

$$D = t^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = t^2 - 144 < 0; (t-12)(t+12) < 0; -12 < t < 12.$$

213. а) $y^3 - 6y = 0$; $y(y^2 - 6) = 0$; $y_1 = 0$ или $y^2 - 6 = 0$, $y^2 = 6$, $y_2 = \sqrt{6}$, $y_3 = -\sqrt{6}$.

б) $6x^4 + 3,6x^2 = 0$; $x^2(6x^2 + 3,6) = 0$; $x_1 = 0$ или $6x^2 + 3,6 = 0$, т.е. $6x^2 = -3,6$, $x^2 = -0,6$.
 Во втором случае нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

в) $x^3 + 3x = 3,5x^2$; $x(x^2 - 3,5x + 3) = 0$; $x_1 = 0$ или $x^2 - 3,5x + 3 = 0$; $D = 12,25 - 4 \cdot 3 = 0,25$;

$$x_2 = \frac{3,5 + 0,5}{2} = 2, x_3 = \frac{3,5 - 0,5}{2} = 1,5.$$

г) $x^3 - 0,1x = 0,3x^2$; $x(x^2 - 0,3x - 0,1) = 0$;

$$x_1 = 0; x^2 - 0,3x - 0,1 = 0;$$

$$D = 0,09 - 4 \cdot 1 \cdot (-0,1) = 0,49; x_2 = \frac{0,3 + 0,7}{2} = 0,5; x_3 = \frac{0,3 - 0,7}{2} = -0,2.$$

д) $9x^3-18x^2-x+2=0$; $(9x^3-18x^2)+(-x+2)=0$; $9x^2(x-2)-(x-2)=0$;
 $(x-2)(9x^2-1)=0$; $(x-2)(3x-1)(3x+1)=0$; $x-2=0$ или $3x-1=0$ или $3x+1=0$; $x_1=2$;
 $x_2=\frac{1}{3}$; $x_3=-\frac{1}{3}$.

е) $y^4-y^3-16y^2+16y=0$; $y^3(y-1)-16y(y-1)=0$; $(y-1)(y^3-16y)=0$;
 $y(y-1)(y^2-16)=0$; $y(y-1)(y-4)(y+4)=0$; $y=0$ или $y-1=0$ или $y-4=0$ или $y+4=0$;
 $y_1=0$; $y_2=1$; $y_3=4$; $y_4=-4$.

ж) $p^3-p^2=p-1$; $p^3-p^2-p+1=0$; $(p^3-p^2)+(-p+1)=0$; $p^2(p-1)-(p-1)=0$; $(p^2-1)x$
 $x(p-1)=0$; $(p-1)(p+1)(p-1)=0$; $(p-1)^2(p+1)=0$; $p-1=0$ или $p+1=0$; $p_1=1$; $p_2=-1$.

з) $x^4-x^2=3x^3-3x$; $x^4-x^2-3x^3+3x=0$; $x^2(x^2-1)-3x(x^2-1)=0$; $(x^2-1)(x^2-3x)=0$;
 $x(x-1)(x+1)(x-3)=0$; $x=0$ или $x-1=0$ или $x+1=0$ или $x-3=0$; $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=-1$;
 $x_4=3$.

214. а) $0,7x^4-x^3=0$; $x^3(0,7x-1)=0$; $x_1=0$ или $0,7x-1=0$; $0,7x=1$, $x_2=1\frac{3}{7}$.

б) $0,5x^3-72x=0$; $x(0,5x^2-72)=0$; $x_1=0$ или $0,5x^2-72=0$, т.е. $0,5x^2=72$, $x^2=144$,
 $x_2=12$ или $x_3=-12$.

в) $x^3+4x=5x^2$; $x^3+4x-5x^2=0$; $x(x^2-5x+4)=0$; $x_1=0$ или $x^2-5x+4=0$;
 $D=25-4\cdot 4=9$; $x_2=\frac{5+3}{2}=4$ или $x_3=\frac{5-3}{2}=1$.

г) $3x^3-x^2+18x-6=0$; $x^2(3x-1)+6(3x-1)=0$; $(3x-1)(x^2+6)=0$; $3x-1=0$ или
 $x^2+6=0$; $3x=1$, $x=\frac{1}{3}$ или $x^2=-6$. Нет решения, т.к. квадрат любого числа есть

число неотрицательное.

д) $2x^4-18x^2=5x^3-45x$; $2x^4-18x^2-5x^3+45x=0$; $2x^2(x^2-9)-5x(x^2-9)=0$;
 $(x^2-9)(2x^2-5x)=0$; $x(x-3)(x+3)(2x-5)=0$; $x_1=0$ или $x-3=0$ или $x+3=0$ или $2x-$
 $5=0$; $x_2=3$; $x_3=-3$; $x_4=2,5$.

е) $3y^2-2y=2y^3-3$; $3y^2-2y-2y^3+3=0$; $y^2(3-2y)+(3-2y)=0$;
 $(3-2y)(y^2+1)=0$; $3-2y=0$ или $y^2+1=0$; $2y=3$, $y=1,5$ или $y^2=-1$ — нет решений,
т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

215. $x^3+2x-3=0$; $x^3=3-2x$.

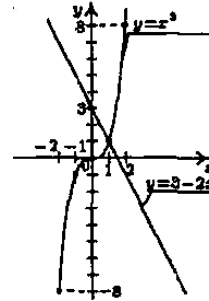
1) График функции $y=x^3$ — кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

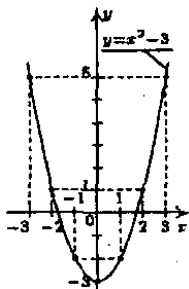
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) График функции $y=3-2x$ — прямая.

x	0	2
y	3	-1

$x=1$.





216. 1) График функции $y=x^2-3$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины: $x_b = -\frac{b}{2a} =$

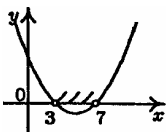
$= -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_b = 0 - 3 = -3; (0; -3), x=0$ — ось симметрии.

3)

x	1	-1	2	-2	0
y	-2	-2	1	1	-3

Возрастает на $[0; +\infty)$; убывает на $(-\infty; 0]$.

217. а) 1) График функции $y=x^2-10x+21$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

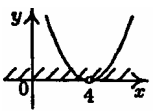


2) Решим уравнение $x^2-10x+21=0; D=(-10)^2-4 \cdot 1 \cdot 21=16;$

$x_1 = \frac{10+4}{2} = 7, x_2 = \frac{10-4}{2} = 3.$

3) (3; 7).

б) 1) График функции $y=x^2-8x+16$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

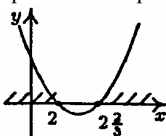


2) Решим уравнение $x^2-8x+16=0; D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot 16=0;$

$x = \frac{8+0}{2} = 4.$

3) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty).$

в) 1) График функции $y=3x^2-14x+16$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

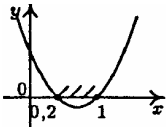


2) Решим уравнение $3x^2-14x+16=0; D=(-14)^2-4 \cdot 3 \cdot 16=4;$

$x_1 = \frac{14+2}{6} = 2 \frac{2}{3}, x_2 = \frac{14-2}{6} = 2.$

3) $(-\infty; 2] \cup [2 \frac{2}{3}; +\infty).$

г) 1) График функции $y=5x^2-6x+1$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $5x^2-6x+1=0; D=(-6)^2-4 \cdot 5 \cdot 1=16;$

$x_1 = \frac{6+4}{10} = 1, x_2 = \frac{6-4}{10} = 0,2$

3) $[0,2; 1].$

218. Обозначим скорость второго автомобиля x км/ч, тогда скорость первого равна $(x+10)$ км/ч; $\frac{540}{x}$ ч — время движения второго автомобиля,

$\frac{540}{x+10}$ ч — первого. По условию $\frac{540}{x}$ больше $\frac{540}{x+10}$ на $\frac{3}{4}$. Получим:

$$\frac{540}{x} - \frac{540}{x+10} = \frac{3}{4}; \quad \frac{540}{x} - \frac{540}{x+10} - \frac{3}{4} = 0;$$

$$\frac{2160(x+10) - 2160x - 3x(x+10)}{4x(x+10)} = 0; \quad x(x+10) \neq 0,$$

$$2160x + 21600 - 2160x - 3x^2 - 30x = 0; \quad x^2 + 10x - 7200 = 0; \quad D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7200) = 28900;$$

$$x_1 = \frac{-10 + 170}{2} = 80, \quad x_2 = \frac{-10 - 170}{2} = -90 \quad \text{— не подходит, т.к. скорость}$$

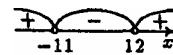
положительна. Если $x=80$, то $x+10=80+10=90$.

Ответ: 80 км/ч; 90 км/ч.

219. а) $(x+8)(x-1,5) < 0; (-8; 1,5)$. б) $\frac{12-x}{x+11} > 0; (12-x)(x+11) > 0;$

$$-(x-12)(x+11) > 0; (x-12)(x+11) < 0;$$

$$(-11; 12).$$

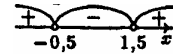
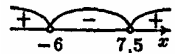


в) $(15-2x)(x+6) > 0; -2(x-\frac{15}{2})(x+6) > 0;$ г) $\frac{6-4x}{x+0,5} < 0; (6-4x)(x+0,5) < 0;$

$$(x-7,5)(x+6) < 0; (-6; 7,5).$$

$$-4(x-\frac{6}{4})(x+0,5) < 0; (x-1,5)(x+0,5) > 0;$$

$$(-\infty; -0,5) \cup (1,5; +\infty).$$



220. а) $(2x^2+3)^2 - 12(2x^2+3) + 11 = 0$. Обозначим $2x^2+3=v \Rightarrow v^2 - 12v + 11 = 0;$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 11 = 100; \quad v_2 = \frac{12+10}{2} = 11 \quad \text{или} \quad v_1 = \frac{12-10}{2} = 1; \quad 2x^2+3=11 \quad \text{или}$$

$2x^2+3=1$. 1) $2x^2=8; x^2=4; x_2=2$ или $x_1=-2$; 2) $2x^2=-2; x^2=-1$ — нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $(t^2-2t)^2 - 3 = 2(t^2-2t)$. Обозначим $t^2-2t=v \Rightarrow v^2 - 3 = 2v; v^2 - 2v - 3 = 0;$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16; \quad v_2 = \frac{2+4}{2} = 3 \quad \text{или} \quad v_1 = \frac{2-4}{2} = -1; \quad t^2-2t=3 \quad \text{или} \quad t^2-2t=-1;$$

$$t^2-2t-3=0 \quad \text{или} \quad t^2-2t+1=0; \quad t_1 = \frac{2+4}{2} = 3, \quad t_2 = \frac{2-4}{2} = -1; \quad t_3 = \frac{2+0}{2} = 1.$$

в) $(x^2+x-1)(x^2+x+2) = 40$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v+2) = 30;$

$$v^2 - v + 2v - 2 - 40 = 0; \quad v^2 + v - 42 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 169;$$

$$v_2 = \frac{-1 + \sqrt{169}}{2} = 6 \quad \text{или} \quad v_1 = \frac{-1 - \sqrt{169}}{2} = -7; \quad x^2+x=6 \quad \text{или} \quad x^2+x=-7;$$

$x^2+x-6=0$ или $x^2+x+7=0$; $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$, $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$. Второе уравнение не имеет корней. Т.к. $D=1^2-4\cdot1\cdot7=-27<0$.

г) $(2x^2+x-1)(2x^2+x-4)+2=0$. Обозначим $2x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v-4)+2=0$;
 $v^2-v-4v+4+2=0$; $v^2-5v+6=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=1$; $v_2 = \frac{5+1}{2} = 3$, $v_1 = \frac{5-1}{2} = 2$;

$2x^2+x=3$ или $2x^2+x=2$; $2x^2+x-3=0$ или $2x^2+x-2=0$; $x_1 = \frac{-1+5}{4} = 1$ или

$$x_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{3}{2}; \quad x_3 = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}; \quad x_4 = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}.$$

221. а) $(x^2+3)^2-11(x^2+3)+28=0$. Обозначим $x^2+3=v \Rightarrow v^2-11v+28=0$;
 $D=(-11)^2-4\cdot1\cdot28=9$; $v_2 = \frac{11+3}{2} = 7$;

$$v_1 = \frac{11-3}{2} = 4 \Rightarrow x^2+3=7 \text{ или } x^2+3=4; \quad x^2=4$$

или $x^2=1$; $x_1=2$ или $x_2=-2$; $x_3=1$ или $x_4=-1$.

б) $(x^2-4x)^2+9(x^2-4x)+20=0$. Обозначим $x^2-4x=v \Rightarrow v^2+9v+20=0$;

$$D=9^2-4\cdot1\cdot20=1$$
; $v_2 = \frac{-9+1}{2} = -4$ или $v_1 = \frac{-9-1}{2} = -5$; $x^2-4x=-4$ или

$x^2-4x=-5$; $x^2-4x+4=0$ или $x^2-4x+5=0$; $x = \frac{4+0}{2} = 2$; второе уравнение решений не имеет, т.к. $D<0$.

в) $(x^2+x)(x^2+x-5)=84$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow v(v-5)=84$; $v^2-5v-84=0$;

$$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-84)=361$$
; $v_2 = \frac{5+19}{2} = 12$ или $v_1 = \frac{5-19}{2} = -7$; $x^2+x=12$ или

$$x^2+x=-7$$
; $x^2+x-12=0$ или $x^2+x+7=0$; $x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$ или $x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$;

у второго уравнения нет корней, т.к. $D=1^2-4\cdot1\cdot7=-27<0$.

222. а) $x^4-5x^2-36=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-5v-36=0$;

$$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-36)=169$$
; $v_2 = \frac{5+13}{2} = 9$ или $v_1 = \frac{5-13}{2} = -4 \Rightarrow x^2=9$ или

$x^2=-4$; из первого уравнения $x=3$ или $x=-3$; у второго уравнения нет решений, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

б) $y^4-6y^2+8=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2-6v+8=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$;

$$v_2 = \frac{6+2}{2} = 4 \text{ или } v_1 = \frac{6-2}{2} = 2$$
; $y^2=4$ или $y^2=2$; $y_1=2$ или $y_2=-2$;

$$y_3 = \sqrt{2} \text{ или } y_4 = -\sqrt{2}.$$

в) $t^4+10t^2+25=0$. Обозначим $t^2=v \Rightarrow v^2+10v+25=0$; $D=10^2-4 \cdot 1 \cdot 25=0$;
 $v = \frac{-10+0}{2} = -5$; $t^2=-5$; нет корней.

г) $4x^4-5x^2+1=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 4v^2-5v+1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 4 \cdot 1=9$;
 $v_2 = \frac{5+3}{8} = 1$ или $v_1 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2=1$ или $x^2 = \frac{1}{4}$; $x_1=1$ или $x_2=-1$;
 $x_4 = \frac{1}{2}$ или $x_3 = -\frac{1}{2}$.

д) $9x^4-9x^2+2=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 9v^2-9v+2=0$; $D=(-9)^2-4 \cdot 9 \cdot 2=9$;
 $v_2 = \frac{9+3}{18} = \frac{2}{3}$ или $v_1 = \frac{9-3}{18} = \frac{1}{3}$; $x^2 = \frac{2}{3}$ или $x^2 = \frac{1}{3}$; $x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$ или
 $x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$; $x_3 = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $x_4 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$.

е) $16y^4-8y^2+1=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow 16v^2-8v+1=0$;
 $D=(-8)^2-4 \cdot 16 \cdot 1=0$; $v = \frac{8+0}{32} = \frac{1}{4} \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}$; $y_2 = \frac{1}{2}$; $y_1 = -\frac{1}{2}$.

223. а) $x^4-25x^2+144=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-25v+144=0$;
 $D=(-25)^2-4 \cdot 1 \cdot 144=49$; $v_2 = \frac{25+\sqrt{49}}{2} = 16$; $v_1 = \frac{25-\sqrt{49}}{2} = 9 \Rightarrow x^2=16$
или $x^2=9$; $x_1=4$; $x_2=-4$; $x_3=3$; $x_4=-3$.

б) $y^4+14y^2+48=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2+14v+48=0$;
 $D=14^2-4 \cdot 1 \cdot 48=4$; $v_2 = \frac{-14+2}{2} = -6$; $v_1 = \frac{-14-2}{2} = -8 \Rightarrow$
 $y^2=-6$ или $y^2=-8$; — нет корней,

т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

в) $x^4-4x^2+4=0$. Обозначим $x^2=v$; $v^2-4v+4=0$; $D=(-4)^2-4 \cdot 1 \cdot 4=0$;
 $v = \frac{4+0}{2} = 2$; $x^2=2$; $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$.

г) $t^4-2t^2-3=0$. Обозначим $t^2=v$; $v^2-2v-3=0$; $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16$;
 $v_2 = \frac{2+4}{2} = 3$ или $v_1 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow t^2=3$ или $t^2=-1$; $t_1 = \sqrt{3}$ или
 $t_2 = -\sqrt{3}$; у второго нет корней, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

д) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$. Обозначим $x^2 = v \Rightarrow 2v^2 - 9v + 4 = 0$;
 $D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49$; $v_2 = \frac{9+7}{4} = 4$; $v_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 4$

или $x^2 = \frac{1}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = -\sqrt{\frac{1}{2}}$; $x_4 = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

е) $5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow 5v^2 - 5v + 2 = 0$;
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -15 < 0$ — нет корней.

224. а) $y = x^4 - 5x^2 + 4$.

Точка пересечения с Оу: $x=0 \Rightarrow y=0^4 - 5 \cdot 0^2 + 4 = 4 \Rightarrow (0; 4)$.

Точка пересечения с Ох: $y=0 \Rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; обозначим $x^2 = v \Rightarrow$

$v^2 - 5v + 4 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$; $v_2 = \frac{5+3}{2} = 4$ или $v_1 = \frac{5-3}{2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4$ или

$x^2 = 1$; из первого уравнения $x_1 = 2$ или $x_2 = -2$ из второго $x_3 = 1$ или $x_4 = -1$.

$(2; 0)$; $(-2; 0)$; $(1; 0)$; $(-1; 0)$.

б) $y = x^4 + 3x^2 - 10$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4 + 3 \cdot 0^2 - 10 = -10$; \Rightarrow
 $(0; -10)$.

Если $y=0 \Rightarrow x^4 + 3x^2 - 10 = 0$; обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 + 3v - 10 = 0$;

$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$; $v_2 = \frac{-3+7}{2} = 2$ или $v_1 = \frac{-3-7}{2} = -5 \Rightarrow x^2 = 2$ или

$x^2 = -5$; из первого уравнения $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$, у второго уравнения

корней нет. $(\sqrt{2}; 0)$; $(-\sqrt{2}; 0)$ — точки пересечения с Ох.

в) $y = x^4 - 20x^2 + 100$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4 - 20 \cdot 0^2 + 100 = 100 \Rightarrow$
 $(0; 100)$.

Если $y=0 \Rightarrow x^4 - 20x^2 + 100 = 0$; обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 20v + 100 = 0$;

$D = (-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100 = 0$; $v = \frac{20+0}{2} = 10 \Rightarrow x^2 = 10$; $x_1 = \sqrt{10}$; $x_2 = -\sqrt{10}$.

$(\sqrt{10}; 0)$; $(-\sqrt{10}; 0)$ — точки пересечения с Ох.

г) $y = 4x^4 + 16x^2$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=4 \cdot 0 + 16 \cdot 0 = 0 \Rightarrow (0; 0)$.

Если $y=0 \Rightarrow 4x^4 + 16x^2 = 0$; $4x^2(x^2 + 4) = 0$, $x=0$; $(0; 0)$ — точка пересечения с Ох.

225. а) $(x^2-1)(x^2+1) - 4(x^2-11) = 0$; $x^4 - 1 - 4x^2 + 44 = 0$; $x^4 - 4x^2 + 43 = 0$; обозначим
 $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 4v + 43 = 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 43 < 0$. Нет корней.

б) $3x^2(x-1)(x+1) - 10x^2 + 4 = 0$; $3x^2(x^2-1) - 10x^2 + 4 = 0$; $3x^4 - 3x^2 - 10x^2 + 4 = 0$; обо-
 значим $x^2 = v \Rightarrow 3v^2 - 13v + 4 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121$;

$$v_2 = \frac{13 + \sqrt{121}}{6} = 4 \text{ или } v_1 = \frac{13 - \sqrt{121}}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2=4 \text{ или } x^2=\frac{1}{3};$$

из первого уравнения $x_1=2$ или $x_2=-2$; из второго $x_3 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$; $x_4 = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

226. а) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+5x+5=0$; $x^4(x+1)-6x^2(x+1)+5(x+1)=0$;
 $(x+1)(x^4-6x^2+5)=0$; $x+1=0$, $x_1=-1$ или $x^4-6x^2+5=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow$
 $v^2-6v+5=0$; $D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 5=16$; $v_2 = \frac{6+4}{2} = 5$ или $v_1 = \frac{6-4}{2} = 1 \Rightarrow x^2=5$ или

$x^2=1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{5}$; $x_3=\sqrt{5}$; из второго $x_4=1$; $x_5=-1$.

б) $x^4(x-1)-2x^2(x-1)-3(x-1)=0$; $(x-1)(x^4-2x^2-3)=0$; $x-1=0$, $x_1=1$ или $x^4-2x^2-3=0$. Обозначим $x^2=y \Rightarrow y^2-2y-3=0$; $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16$; $y_2 = \frac{2+4}{2} = 3$

или $y_1 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow x^2=3$ или $x^2=-1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{3}$;

$x_3=\sqrt{3}$, у второго уравнения корней нет, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

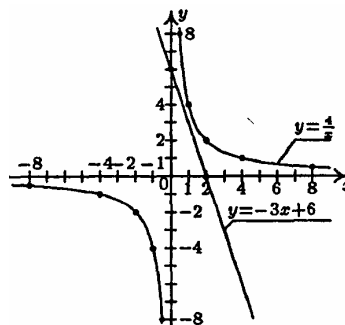
227. а) График функции $y = \frac{4}{x}$ -

гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.

x	1	2	3	4	-1	-2	-4	-6	-8
y	4	2	$\frac{4}{3}$	1	-4	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$

б) График функции $y=-3x+6$ - прямая.

x	0	3
y	6	-3



228. а) $3x^2+2px+5=0$; уравнение имеет 2 корня, когда $D>0$:
 $D=(2p)^2-4 \cdot 3 \cdot 5=4p^2-60>0$; $4p^2-60>0$; $4(p^2-15)>0$; $p^2-15>0$;

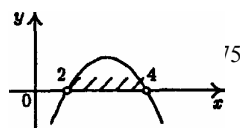
$(p - \sqrt{15})(p + \sqrt{15}) > 0$. $(-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty)$

б) $6x^2-4x+p=0$; уравнение не имеет корней, если $D<0$;

$D=16-4 \cdot 6 \cdot p=16-24p<0$; $-24p<-16$; $p>\frac{16}{24}$; $p>\frac{2}{3}$.

229. а) $-x^2+6x-8>0$.

1) График функции $y=-x^2+6x-8$ - парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



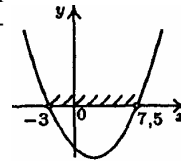
2) Решим уравнение $-x^2+6x-8=0$; $x^2-6x+8=0$; $D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 8=4$;

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4; \quad x_2 = \frac{6-2}{2} = 2.$$

3) (2; 4).

б) $2x^2-9x-45<0$.

1) График функции $y=2x^2-9x-45$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Решим уравнение $2x^2-9x-45=0$; $D=(-9)^2-$

$$-4\cdot 2\cdot (-45)=441; \quad x_1 = \frac{9+21}{4} = 7,5; \quad x_2 = \frac{9-21}{4} = -3.$$

3) $(-3; 7,5)$.

в) $\frac{5-4x}{x} > 0, \quad \frac{4(x-\frac{5}{4})}{x} < 0.$ (0; 1,25).

г) $\frac{30+x}{x-30} < 0.$ (-30; 30)

§ 6. Системы уравнений с двумя переменными

230. а) $x=-1; y=3 \Rightarrow (-1)^2-3+2=0$. Следовательно, $(-1; 3)$ является решением уравнения.

б) $x=-1; y=3 \Rightarrow (-1)\cdot 3+3\neq 6$. Следовательно, $(-1; 3)$ не является решением уравнения.

231. а) $x=-2; y=1. (-2)^2+(1)^2=5; 6\cdot(-2)+5\cdot 1=-12+5=-7$. Следовательно, $(-2; 1)$ не является решением системы.

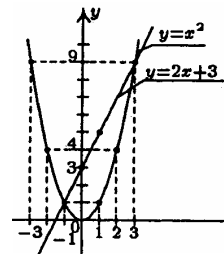
б) $x=1; y=-2, 1^2+(-2)^2=5; 6\cdot 1+5\cdot(-2)=-4$. Следовательно, $(1; -2)$ является решением системы.

232. а) 2; б) 1; в) $4+2=6$;

г) уравнение эквивалентно такому: $x-xy-4=0$, его степень равна 2;

д) уравнение эквивалентно такому: $x^4-4x^2y^2+4y^4-5y=0$, его степень равна 4;

е) уравнение эквивалентно такому: $7x^8-12xy+y-7x^8-7x^2=0$, т.е. $-12xy+y-7x^2=0$, его степень равна 2.



233. 1) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный)

2) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\cdot 1} = 0 \Rightarrow y_b=0; (0; 0).$$

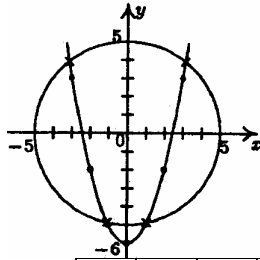
3)

x	1	3	-3	0	-1
y	1	9	9	0	1

4) График функции $y=2x+3$ – прямая.

x	-1	1
y	1	5

Точки пересечения — $(-1; 1); (3; 9)$



234. 1) График $x^2+y^2=25$ – окружность с центром в $(0; 0)$.

2) График функции $y=x^2-6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; \quad y_b = 0^2 - 6 = -6; \quad (0; -6).$$

4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	-2	5	-6	-5	-2	3

Приближенные точки пересечения — $(3,2; 3,9); (-3,2; 3,9); (-1,1; -4,9); (1,1; -4,9)$.

235. 1) График уравнения $x^2+y^2=100$ – окружность с центром в $(0; 0)$.

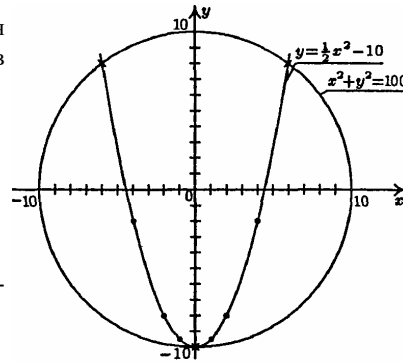
2) График функции

$y = \frac{1}{2}x^2 - 10$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 0;$$

$$y_b = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 10 = -10; \quad (0; -10).$$



4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{11}{2}$	-8	-4,5	-10	-9,5	-8	$-\frac{11}{2}$

Точки пересечения — $(-10; 0); (6; 8); (-6; 8)$.

$$236. a) \begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y = \frac{2}{3}x - 2. \end{cases}$$

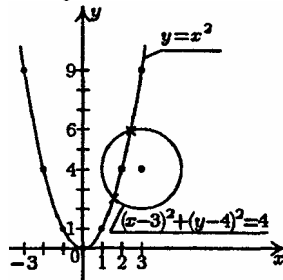
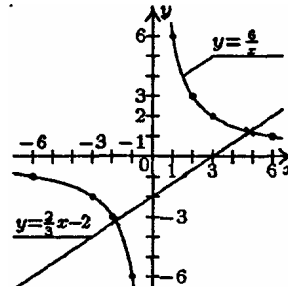
1) График функции $y = \frac{6}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=6>0$).

x	-1	-2	-3	-6	1	2	3	6
y	-6	-3	-2	-1	6	3	2	1

2) График функции $y = \frac{2}{3}x - 2$ – прямая.

x	0	6
y	-2	2

Приближенные точки пересечения — (4,8; 1,2); (-2; -3,2).



$$6) \begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y = x^2. \end{cases}$$

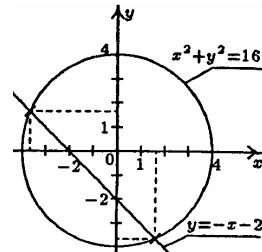
- 1) График уравнения $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ – окружность с центром в точке (3; 4) и радиусом 2.
- 2) График функции $y = x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
- 3) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_b = 0; (0; 0)$$

4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

Приближенные точки пересечения — (1,6; 2,5); (2,4; 5,8).



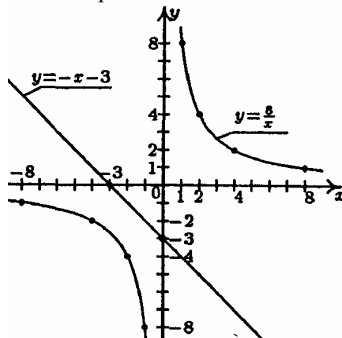
$$237. a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x + y + 2 = 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x - 12. \end{cases}$$

- 1) График уравнения $x^2 + y^2 = 16$ – окружность с центром в (0; 0) и радиусом 4.
 - 2) График функции $y = -x - 2$ – прямая.
- Точки пересечения — (-3,6; 1,6); (1,6; -3,6).

$$6) \begin{cases} xy = 8, \\ x + y + 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{8}{x}, \\ y = -x - 3. \end{cases}$$

1) График функции $y = \frac{8}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=8>0$).

2) График функции $y = -x - 3$ – прямая. Решений нет.

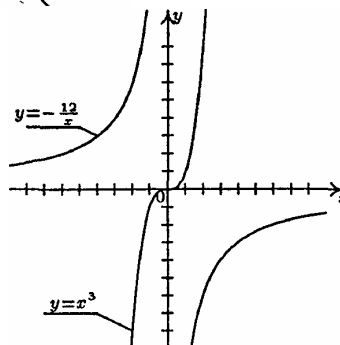


$$238. a) \begin{cases} y = x^3, \\ xy = -12. \end{cases}$$

1) График функции $y = x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

2) График функции $y = \frac{12}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены во II и IV ч. (т.к. $k=-12<0$).

Решений нет.

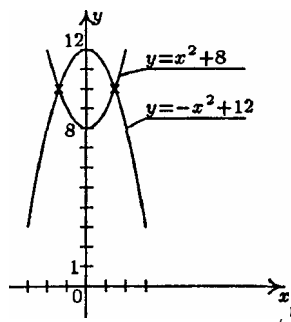


$$6) \begin{cases} y = x^2 + 8, \\ y = -x^2 + 12; \end{cases}$$

1) График функции $y = x^2 + 8$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0, \quad y_b = 8; \quad (0; 8)$$



3) График функции $y = -x^2 + 12$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

4) Найдем координаты вершины: $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$, $y_b = 12$; (0; 12).

5) 2 решения.

$$B) \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = \frac{3}{x}. \end{cases}$$

1) График функции $y = x^2 + 1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

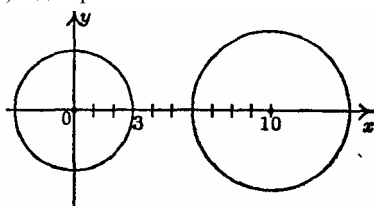
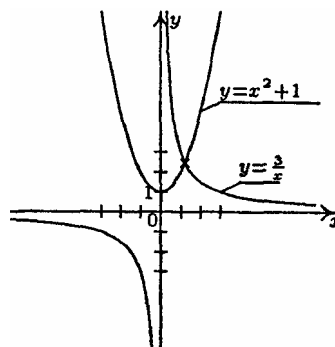
2) Найдем координаты вершины:

$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$, $y_b = 1$; (0; 1)

3) График функции $y = \frac{3}{x}$ – гипербола,

у которой ветви расположены в I и III ч.

4) Одно решение.



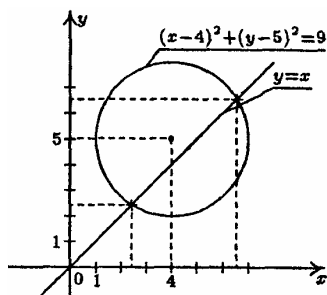
$$Г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x - 10)^2 + y^2 = 16. \end{cases}$$

1) График уравнения $x^2 + y^2 = 9$ – окружность с центром в (0; 0) и радиусом 3.

2) График уравнения $(x - 10)^2 + y^2 = 16$

– окружность с центром в (10; 0) и радиусом 4.

Нет решений.



$$239. a) \begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ y = x. \end{cases}$$

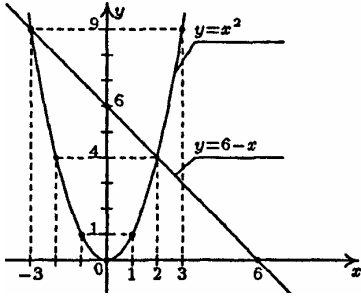
1) График уравнения

$(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$ – окружность с центром в (4; 5) и радиусом 3.

2) График функции $y = x$ – прямая (биссектриса I и III ч.)

Точки пересечения — (2, 4; 2, 4);

(6, 6; 6, 6).



$$б) \begin{cases} y = x^2, \\ y = 6 - x. \end{cases}$$

1) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_b = 0.$$

3)

x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	1	4	9	0	1	4	9

4) График функции $y=6-x$ – прямая.

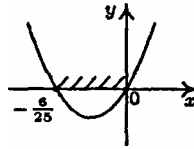
x	0	2
y	6	4

Точки пересечения — (2; 4); (-3; 9).

240. а) 1) График функции $y=25x^2+6x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $25x^2+6x=0$; $x(25x+6)=0$, $x_1=0$;

$$25x+6=0; 25x=-6, x_2 = -\frac{6}{25}.$$



3) $\left[-\frac{6}{25}; 0\right]$

б) $(x-13)(x+13) > 0$

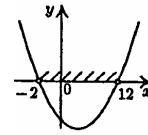
$(-\infty; -13) \cup (13; +\infty)$

в) $x^2-10x-24 < 0$.

1) График функции $y=x^2-10x-24$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2-10x-24=0$; $D = (-10)^2 -$

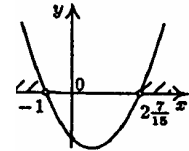
$$-4 \cdot (-24) = 196; x_1 = \frac{10+14}{2} = 12; x_2 = \frac{10-14}{2} = -2$$



3) $(-2; 12)$.

г) $15x^2-30-22x-7 > 0$; $15x^2-22x-37 > 0$.

1) График функции $y=15x^2-22x-37$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $15x^2 - 22x - 37 = 0$; $D = 484 - 4 \cdot 15 \cdot (-37) = 2704$; $x_2 = \frac{22 + 52}{30} = 2\frac{7}{15}$; $x_1 = \frac{22 - 52}{30} = -1$.

3) $(-\infty; -1) \cup \left(2\frac{7}{15}; \infty\right)$

241. а) $\begin{cases} 11(1+2y) - 9y = 37, \\ x = 1 + 2y; \end{cases} \quad \begin{cases} 11 + 22y - 9y = 37, \\ x = 1 + 2y; \end{cases}$

$\begin{cases} 13y = 26, \\ x = 1 + 2y; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2, \\ x = 1 + 2 \cdot 2 = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = 2. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 16x - 4(3x - 2) = 5, \\ y = 3x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 16x - 12x + 8 = 5, \\ y = 3x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = -3, \\ y = 3x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -0,75, \\ y = -4,25. \end{cases}$

242. а) $\begin{cases} -10x - 4y = -60, \\ 3x + 4y = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} -7x = -63, \\ 3x + 4y = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9, \\ 3 \cdot 9 + 4y = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9, \\ y = -7,5. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y - 4x = -170, \\ 5x - 2y = 127; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -43, \\ 5 \cdot (-43) - 2y = 127; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -43, \\ y = -171. \end{cases}$

243. Обозначим скорость 1-го велосипедиста x км/ч, тогда скорость 2-го равна $(x + 2)$ км/ч. $\left(\frac{36}{x}\right)$ ч — время 1-го; $\left(\frac{36}{x+2}\right)$ ч — время 2-го.

По условию $\left(\frac{36}{x}\right)$ больше $\left(\frac{36}{x+2}\right)$ на $\frac{1}{4}$, составим уравнение:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} = \frac{1}{4}; \quad \frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} - \frac{1}{4} = 0; \quad \frac{144(x+2) - 144x - x(x+2)}{4x(x+2)} = 0;$$

$$x(x+2) \neq 0; \quad 144x + 288 - 144x - x^2 - 2x = 0; \quad x^2 + 2x - 288 = 0; \quad D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-288) = 1156;$$

$$x_2 = \frac{-2 + 34}{2} = 16; \quad x_1 = \frac{-2 - 34}{2} = -18 \quad \text{— не подходит по смыслу задачи.}$$

Если $x = 16$, то $x + 2 = 16 + 2 = 18$.

Ответ: 16 км/ч, 18 км/ч.

244. а) $\begin{cases} y^2 - x = -1, \\ x = y + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - (y + 3) = -1, \\ x = y + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - y - 2 = 0, \\ x = y + 3. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2 - y - 2 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$;

$$y_2 = \frac{1 + 3}{2} = 2; \quad y_1 = \frac{1 - 3}{2} = -1.$$

$$\begin{cases} y_1 = 2, \\ x_1 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2y = 26; \end{cases} \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2(x - 1) - 26 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2x - 24 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 2x - 24 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100$;

$$x_2 = \frac{2+10}{2} = 6 \text{ или } x_1 = \frac{2-10}{2} = -4. \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -4, \\ y_2 = -5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} xy + x = -4, \\ x - y = 6; \end{cases} \begin{cases} (y+6)y + y + 6 = -4, \\ x = y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 6y + y + 6 + 4 = 0, \\ x = y + 6; \end{cases} \begin{cases} y^2 + 7y + 10 = 0, \\ x = y + 6; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 7y + 10 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$;

$$y_2 = \frac{-7+3}{2} = -2; \quad y_1 = \frac{-7-3}{2} = -5.$$

$$\begin{cases} y_2 = -2, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -5, \\ x_1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = -2. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x + y = 9, \\ y^2 + x = 29 \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x, \\ (9 - x)^2 + x = 29; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 - x, \\ 81 - 18x + x^2 + x - 29 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x, \\ x^2 - 17x + 52 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 17x + 52 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 52 = 81$;

$$x_2 = \frac{17+\sqrt{81}}{2} = 13; \quad x_1 = \frac{17-\sqrt{81}}{2} = 4. \begin{cases} x_2 = 13, \\ y_2 = -4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

$$\text{245. а) } \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - x = 39; \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - (3 - y) - 39 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 + y - 42 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + y - 42 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 169$;

$$y_2 = \frac{-1+\sqrt{169}}{2} = 6; \quad y_1 = \frac{-1-\sqrt{169}}{2} = -7.$$

$$\begin{cases} x_1 = 10, \\ y_1 = -7; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -3, \\ y_2 = 6. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} y = 1 + x, \\ x + y^2 = -1; \end{cases} \begin{cases} y = 1 + x, \\ x + (1 + x)^2 + 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1 + x, \\ x^2 + 3x + 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 3x + 2 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$;

$$x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1; \quad x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2. \quad \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 0; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x^2 + y = 14, \\ y - x = 8; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (8 + x) - 14 = 0, \\ y = 8 + x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ y = 8 + x. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$;

$$x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2 \text{ или } x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3. \quad \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x + y = 4, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 4 - x + x(4 - x) - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ -x^2 + 3x - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 = 1$;

$$x_2 = \frac{3+1}{2} = 2; \quad x_1 = \frac{3-1}{2} = 1.$$

$$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 3. \end{cases}$$

$$246. а) \begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ (3 + y)y = -2; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ 3y + y^2 + 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 3y + 2 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$;

$$y_2 = \frac{-3+1}{2} = -1; \quad y_1 = \frac{-3-1}{2} = -2$$

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -1. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y = -x + 2,5, \\ x(-x + 2,5) = 1,5; \end{cases} \begin{cases} y = -x + 2,5, \\ -x^2 + 2,5x - 1,5 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 2,5x + 1,5 = 0$; $D = (-2,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1,5 = 0,25$;

$$x_2 = \frac{2,5+0,5}{2} = 1,5 \text{ или } x_1 = \frac{2,5-0,5}{2} = 1.$$

$$\begin{cases} x_2 = 1,5, \\ y_2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 1,5. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} x+y=-1, \\ x^2+y^2=1; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+(-x-1)^2=1; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+x^2+2x+1-1=0; \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=-x-1, \\ 2x^2+2x=0; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ 2x(x+1)=0; \end{cases} \begin{cases} x_2=0, \\ y_2=-1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1=-1, \\ y_1=0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} x-y=2, \\ x^2-y^2=17; \end{cases} \begin{cases} x=y+2, \\ (y+2)^2-y^2-17=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+2, \\ y^2+4y+4-y^2-17=0; \end{cases} \begin{cases} x=y+2, \\ 4y=13; \end{cases} \begin{cases} x=\frac{21}{4}, \\ y=\frac{13}{4}. \end{cases}$$

$$\text{247. а)} \quad \begin{cases} x+y=8, \\ xy=-20; \end{cases} \begin{cases} x=8-y, \\ (8-y)y+20=0; \end{cases} \begin{cases} x=8-y, \\ 8y-y^2+20=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2-8y-20=0$; $D=(-8)^2-4\cdot 1\cdot (-20)=144$;

$$y_2 = \frac{8+12}{2} = 10 \text{ или } y_1 = \frac{8-12}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_1=10, \\ y_1=-2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=10. \end{cases}$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} x-y=0,8, \\ xy=2,4; \end{cases} \begin{cases} x=0,8+y, \\ (0,8+y)y-2,4=0; \end{cases} \begin{cases} x=0,8+y, \\ 0,8y+y^2-2,4=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $5y^2+4y-12=0$; $D=4^2-4\cdot 5\cdot (-12)=256$;

$$y_2 = \frac{-4+16}{10} = 1,2 \text{ или } y_1 = \frac{-4-16}{10} = -2.$$

$$\begin{cases} x_1=1,2; \\ y_1=-2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=2, \\ y_2=1,2. \end{cases}$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x^2-y^2=8, \\ x-y=4; \end{cases} \begin{cases} (4+y)^2-y^2=8, \\ x=4+y; \end{cases} \begin{cases} 16+8y+y^2-y^2-8=0, \\ x=4+y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8y=-8, \\ x=4+y; \end{cases} \begin{cases} y=-1, \\ x=3; \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} x^2+y^2=5, \\ x+y=-3; \end{cases} \begin{cases} (-x-3)^2+x^2-5=0, \\ y=-x-3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 + x^2 - 5 = 0, \\ y = -x - 3; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 + 6x + 4 = 0, \\ y = -x - 3. \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 3x + 2 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$;

$$x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1; \quad x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = -2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

$$248. \text{ a) } \begin{cases} y - 2x = 2, \\ 5x^2 - y = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - (2x + 2) - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - 2x - 3 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $5x^2 - 2x - 3 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 64$;

$$x_2 = \frac{2+8}{10} = 1; \quad x_1 = \frac{2-8}{10} = -0,6.$$

$$\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = 4; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -0,6, \\ y_1 = 0,8. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - 2y^2 = 2, \\ 3x + y = 7; \end{cases} \begin{cases} x - 2(7 - 3x)^2 = 2, \\ y = 7 - 3x; \end{cases} \begin{cases} x - 2(49 - 42x + 9x^2) - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 98 + 84x - 18x^2 - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases} \begin{cases} -18x^2 + 85x - 100 = 0, \\ y = 7 - 3x. \end{cases}$$

Решим уравнение $18x^2 - 85x + 100 = 0$; $D = (-85)^2 - 4 \cdot 18 \cdot 100 = 25$;

$$x_2 = \frac{85+5}{36} = 2,5; \quad x_1 = \frac{85-5}{36} = 2\frac{2}{9}.$$

$$\begin{cases} x_2 = 2\frac{1}{2}, \\ y_2 = -\frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2\frac{2}{9}, \\ y_1 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 52, \\ y - x = 14; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 3(14 + x)^2 - 52 = 0, \\ y = 14 + x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 588 - 84x - 3x^2 - 52 = 0, \\ y = 14 + x; \end{cases} \begin{cases} -2x^2 - 84x - 640 = 0, \\ y = 14 + x. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2+42x+320=0$; $D=42^2-4\cdot 1\cdot 320=484$; $\sqrt{D} = \pm 22$;

$$x_2 = \frac{-42+22}{2} = -10; \quad x_1 = \frac{-42-22}{2} = -32.$$

$$\begin{cases} x_2 = -10, \\ y_2 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -32, \\ y_1 = -18. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 11, \\ x + 2y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(-2y+3)^2 + 2y^2 = 11, \\ x = -2y + 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(4y^2 - 12y + 9) + 2y^2 - 11 = 0, \\ x = -2y + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 14y^2 - 36y + 16 = 0, \\ x = -2y + 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7y^2 - 18y + 8 = 0 \\ x = -2y + 3 \end{cases}$$

Решим уравнение $7y^2-18y+8=0$; $D=(-18)^2-4\cdot 7\cdot 8=100$; $y_2 = \frac{18+10}{14} = 2$

$$\text{или } y_1 = \frac{18-10}{14} = \frac{4}{7}.$$

$$\begin{cases} y_2 = 2, \\ x_2 = -1; \end{cases} \quad \text{или } \begin{cases} y_1 = \frac{4}{7}, \\ x_1 = 1\frac{6}{7}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 1\frac{6}{7}, \\ y_1 = \frac{4}{7}; \end{cases} \quad \text{или } \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 2. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ 3x = 4y; \end{cases} \quad \begin{cases} (\frac{4}{3}y)^2 + y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{16}{9}y^2 + y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{25}{9}y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = 36, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \quad \begin{cases} y_2 = 6, \\ x_2 = 8; \end{cases} \quad \text{или } \begin{cases} y_1 = -6, \\ x_1 = -8; \end{cases} \quad \text{или } \begin{cases} x_2 = 8, \\ y_2 = 6. \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32, \\ 2x - y = 8. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - (2x-8)^2 = 32, \\ y = 2x - 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 32x - 64 - 32 = 0, \\ y = 2x - 8; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x^2 + 32x - 96 = 0, \\ y = 2x - 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 16x + 48 = 0 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 16x + 48 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 64$

$$x_2 = \frac{16 + 8}{2} = 12; \quad x_1 = \frac{16 - 8}{2} = 4.$$

$$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = 16; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 0. \end{cases}$$

$$249. \text{ a) } \begin{cases} 2xy - y = 7, \\ x - 5y = 2; \end{cases} \begin{cases} 2y(5y + 2) - y = 7, \\ x = 5y + 2; \end{cases} \begin{cases} 10y^2 + 3y - 7 = 0, \\ x = 5y + 2. \end{cases}$$

Решим уравнение $10y^2 + 3y - 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-7) = 289$;

$$y_2 = \frac{-3 + 17}{20} = 0,7; \quad y_1 = \frac{-3 - 17}{20} = -1.$$

$$\begin{cases} y_2 = 0,7, \\ x_2 = 5,5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = -3; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 5,5, \\ y_2 = 0,7. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - xy = 33, \\ 4x - y = 17; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - x(4x - 17) = 33, \\ y = 4x - 17; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17; \end{cases} \begin{cases} -2x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 17x + 33 = 0 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 17x + 33 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 33 = 25$; $x_2 = \frac{17 + 5}{4} = 5,5$

$$\text{или } x_1 = \frac{17 - 5}{4} = 3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 5,5, \\ y_2 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + 2y = 18, \\ 3x = 2y; \end{cases} \begin{cases} (\frac{2}{3}y)^2 + 2y - 18 = 0, \\ x = \frac{2}{3}y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{9}y^2 + 2y - 18 = 0, \\ x = \frac{2}{3}y. \end{cases} \quad \begin{cases} 2y^2 + 9y - 81 = 0 \\ x = \frac{2}{3}y \end{cases}$$

Решим уравнение $2y^2 + 9y - 81 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-81) = 729$; $\sqrt{D} = \pm 27$;

$$y_2 = \frac{-9 + 27}{4} = 4,5; \quad y_1 = \frac{-9 - 27}{4} = -9.$$

$$\begin{cases} y_2 = 4,5, \\ x_2 = 3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -9, \\ x_1 = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -6, \\ y_1 = -9; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 4,5. \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} x - y - 4 = 0, \\ x^2 + y^2 = 8,5; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4, \\ (y + 4)^2 + y^2 - 8,5 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 4, \\ y^2 + 8y + 16 + y^2 - 8,5 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4, \\ 2y^2 + 8y + 7,5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4 \\ 4y^2 + 16y + 15 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 + 16y + 15 = 0$; $D = 16^2 - 4 \cdot 4 \cdot 15 = 16$;

$$y_2 = \frac{-16 + 4}{8} = -1,5 \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{-16 - 4}{8} = -2,5.$$

$$\begin{cases} x_1 = 1,5; \\ y_1 = -2,5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 2,5; \\ y_2 = -1,5. \end{cases}$$

$$\Delta) \begin{cases} x^2 + 4y = 10, \\ x - 2y = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} (2y - 5)^2 + 4y = 10, \\ x = 2y - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 - 20y + 25 + 4y - 10 = 0, \\ x = 2y - 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y^2 - 16y + 15 = 0, \\ x = 2y - 5. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 - 16y + 15 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 15 = 16$;

$$y_2 = \frac{16 + 4}{8} = 2,5; \quad y_1 = \frac{16 - 4}{8} = 1,5.$$

$$\begin{cases} y_2 = 2,5, \\ x_2 = 0; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = 1,5, \\ x_1 = -2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 1,5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 0, \\ y_2 = 2,5. \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x - 2y + 1 = 0, \\ 5xy + y^2 = 16. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y - 1, \\ 5y(2y - 1) + y^2 - 16 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 10y^2 - 5y + y^2 - 16 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y - 1, \\ 11y^2 - 5y - 16 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение

$$11y^2 - 5y - 16 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-16) = 729; \sqrt{D} = \pm 27;$$

$$y_2 = \frac{5 + 27}{22} = 1 \frac{5}{11}; y_1 = \frac{5 - 27}{22} = -1.$$

$$\begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \frac{10}{11}, \\ y_2 = 1 \frac{5}{11}. \end{cases}$$

$$250. \text{ a) } \begin{cases} 2x + 4y = 5(x - y), \\ x^2 - y^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 4y = 5x - 5y, \\ x^2 - y^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y, \\ (3y)^2 - y^2 = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y, \\ 9y^2 - y^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y, \\ y^2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}, \\ y_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \\ y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} u - v = 6(u + v), \\ u^2 - v^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} u - v = 6u + 6v, \\ u^2 - v^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} -5u = 7v \\ u^2 - v^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ (-\frac{7}{5}v)^2 - v^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ \frac{49}{25}v^2 - v^2 = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ v^2 = \frac{25}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} u_1 = 3,5, \\ v_1 = -2,5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} u_2 = -3,5, \\ v_2 = 2,5. \end{cases}$$

$$251. \text{ a) } \begin{cases} 6(y-x) - 50 = y, \\ y - xy = 24; \end{cases} \begin{cases} 6y - 6x - 50 = y, \\ y(1-x) = 24; \end{cases} \begin{cases} 5y - 6x - 50 = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5 \cdot 24}{1-x} - 6x - 50 = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}; \end{cases} \begin{cases} \frac{120 - 6x(1-x) - 50(1-x)}{1-x} = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 120 - 6x + 6x^2 - 50 + 50x = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}; \end{cases} \begin{cases} 6x^2 + 44x + 70 = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}. \end{cases} \begin{cases} 3x^2 + 22x + 35 = 0 \\ y = \frac{24}{1-x} \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 + 22x + 35 = 0$; $D = 22^2 - 4 \cdot 3 \cdot 35 = 64$;

$$x_2 = \frac{-22 + 8}{6} = -2\frac{1}{3}; \quad x_1 = \frac{-22 - 8}{6} = -5.$$

$$\begin{cases} x_2 = -2\frac{1}{3}, \\ y_2 = 7\frac{1}{5}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -5, \\ y_1 = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} p + 5t = 2(p+t), \\ pt - t = 10; \end{cases} \begin{cases} p + 5t = 2p + 2t, \\ pt - t = 10; \end{cases} \begin{cases} p = 3t, \\ 3t \cdot t - t - 10 = 0; \end{cases} \begin{cases} p = 3t \\ 3t^2 - t - 10 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3t^2 - t - 10 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 121$; $t_2 = \frac{1 + 11}{6} = 2$

$$\text{или } t_1 = \frac{1 - 11}{6} = -1\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} p_1 = -5, \\ t_1 = -1\frac{2}{3}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} p_2 = 6, \\ t_2 = 2. \end{cases}$$

$$252. \text{ a) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = 160, \\ y - x = 1; \end{cases} \begin{cases} (x-2)(x+4) = 160, \\ y = x + 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 4x - 8 - 160 = 0, \\ y = x + 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 168 = 0, \\ y = x + 1; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 2x - 168 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-168) = 676$; $\sqrt{D} = \pm 26$;

$$x_2 = \frac{-2 + 26}{2} = 12 \text{ или } x_1 = \frac{-2 - 26}{2} = -14. \begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = 13; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -14, \\ y_1 = -13. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x-1)(y+10) = 9, & (y+10)(y+10) = 9, \\ x-y = 11; & x = 11+y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 20y + 100 - 9 = 0, \\ x = 11 + y. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2+20y+91=0$; $D=20^2-4\cdot 1\cdot 91=36$;

$$y_2 = \frac{-20+6}{2} = -7 \text{ или } y_1 = \frac{-20-6}{2} = -13.$$

$$\begin{cases} y_2 = -7, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -13, \\ x_1 = -2. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -13; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = -7. \end{cases}$$

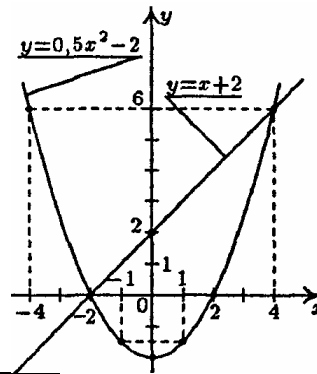
$$253. \begin{cases} y = 0,5x^2 - 2, \\ y - x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = 0,5x^2 - 2, \\ y = x + 2. \end{cases}$$

1) График функции $y=0,5x^2-2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\cdot 0,5} = 0; \quad y_0 = -2;$$

(0; -2).



3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{5}{2}$	0	-1,5	-2	-1,5	0	$\frac{5}{2}$

4) График функции $y=x+2$ – прямая.

x	0	2
y	2	4

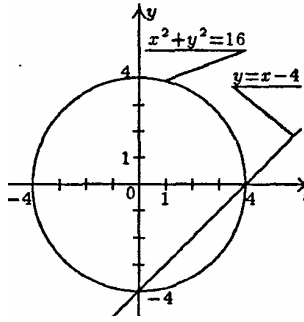
5) Решение системы: (-2; 0); (4; 6).

$$6) \begin{cases} y = x + 2, \\ x + 2 = 0,5x^2 - 2; \end{cases} \begin{cases} y = x + 2, \\ 0,5x^2 - x - 4 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot (-8)=36$;

$$x_2 = \frac{2+6}{2} = 4; \quad x_1 = \frac{2-6}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = 0. \end{cases}$$



254. а) 1) График уравнения $x^2+y^2=16$ – окружность с центром в т. (0; 0) и радиусом 4.

2) График функции $y=x-4$ – прямая.

x	0	2
y	-4	-2

3) Решения системы: (4; 0); (0; -4).

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} (y+4)^2 + y^2 - 16 = 0, \\ x = y + 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 8y + 16 + y^2 - 16 = 0, \\ x = y + 4; \end{cases} \begin{cases} y^2 + 8y = 0, \\ x = y + 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y(y+4) = 0, \\ x = y + 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = 0, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -4, \\ x_1 = 0. \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 0. \end{cases}$$

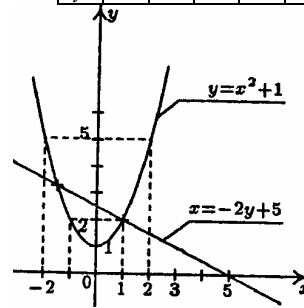
$$6) \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ x + 2y = 5; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ x = -2y + 5. \end{cases}$$

1) График функции $y=x^2+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент x^2 при положительен).

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_B = 1; (0;1)$.

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	10	5	2	1	2	5	10



4) График функции $x=-2y+5$ – прямая.

x	1	5
y	2	0

5) Решения системы: (-1, 2); (3, 2).

$$6) \begin{cases} x = -2y + 5, \\ (-2y + 5)^2 + 1 - y = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y + 5, \\ 4y^2 - 21y + 25 + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2-21y+25=0; D=(-21)^2-4 \cdot 4 \cdot 25=25;$

$$y_2 = \frac{21+5}{8} = 3\frac{1}{4} \text{ или } y_1 = \frac{21-5}{8} = 2. \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -1, 5, \\ y_2 = 3\frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$255. \text{ a) } \begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ x - 2y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2y+1)^2 + (2y+1)y - y^2 = 11, \\ x = 2y + 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + y - y^2 = 11, \\ x = 2y + 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y^2 + 5y - 10 = 0, \\ x = 2y + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 2 = 0 \\ x = 2y + 1 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + y - 2 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$;

$$y_2 = \frac{-1+3}{2} = 1; \quad y_1 = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} y_2 = 1, \\ x_2 = 3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -2, \\ x_1 = -3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + xy - 3y = 9, \\ 3x + 2y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + xy - 3y = 9, \\ 2y = -3x - 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x(-1,5x - 0,5) - 3(-1,5x - 0,5) = 9, \\ y = -1,5x - 0,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 1,5x^2 - 0,5x + 4,5x + 1,5 - 9 = 0, \\ y = -1,5x - 0,5; \end{cases} \quad \begin{cases} -0,5x^2 + 4x - 7,5 = 0, \\ y = -1,5x - 0,5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 = 0 \\ y = -1,5x - 0,5 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 8x + 15 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 = 4$; $x_2 = \frac{8+2}{2} = 5$;

$$x_1 = \frac{8-2}{2} = 3. \quad \begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = -8; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -5. \end{cases}$$

$$256. \text{ a) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1, \\ x + 2y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (-2y)^2 + y^2 + 3y(-2y) + 1 = 0, \\ x = -2y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 + y^2 - 6y^2 = -1, \\ x = -2y; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = 1, \\ x = -2y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = 1, \\ x_2 = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} u + 2v = 4, \\ u^2 + uv - v = -5; \end{cases} \begin{cases} u = 4 - 2v, \\ (4 - 2v)^2 + (4 - 2v)v - v = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 4 - 2v, \\ 16 - 16v + 4v^2 + 4v - 2v^2 - v = -5; \end{cases} \begin{cases} u = 4 - 2v, \\ 2v^2 - 13v + 21 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $2v^2 - 13v + 21 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 21 = 1$;

$$v_2 = \frac{13+1}{4} = 3,5 \text{ или } v_1 = \frac{13-1}{4} = 3.$$

$$\begin{cases} u_1 = -2, \\ v_1 = 3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} u_2 = -3, \\ v_2 = 3,5. \end{cases}$$

$$257. \text{ a) } \begin{cases} x - y = 5, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ \frac{6}{y+5} + \frac{6}{y} - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ \frac{6y + 6(y+5) - y(y+5)}{y(y+5)} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 5, \\ 6y + 6y + 30 - y^2 - 5y = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ -y^2 + 7y + 30 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ y^2 - 7y - 30 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 7y - 30 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 169$; $y_2 = \frac{7+13}{2} = 10$

$$\text{или } y_1 = \frac{7-13}{2} = -3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 15, \\ y_2 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = -3. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x + y = 6, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ \frac{4}{x} - \frac{4}{6-x} - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ \frac{4(6-x) - 4x - x(6-x)}{x(6-x)} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 - x, \\ 24 - 4x - 4x - 6x + x^2 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ x^2 - 14x + 24 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 14x + 24 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 100$; $x_2 = \frac{14+10}{2} = 12$

$$\text{или } x_1 = \frac{14-10}{2} = 2.$$

$$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = -6. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 4; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2,5; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{1-3x} + 5 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x, \\ \frac{2(1-3x) + 2x + 5x(1-3x)}{x(1-3x)} = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 2 - 6x + 2x + 5x - 15x^2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x, \\ -15x^2 + x + 2 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x \\ 15x^2 - x - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $15x^2 - x - 2 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-2) = 121$; $x_2 = \frac{1+11}{30} = \frac{2}{5}$;

$$x_1 = \frac{1-11}{30} = -\frac{1}{3}.$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{2}{5}, \\ y_2 = -\frac{1}{5}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3}, \\ y_1 = 2. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}, \\ x - 2y = 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{y} - \frac{3}{2y+2} - 1 = 0, \\ x = 2y + 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{3(2y+2) - 3y - y(2y+2)}{y(2y+2)} = 0, \\ x = 2y + 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y + 6 - 3y - 2y^2 - 2y = 0 \\ x = 2y + 2 \end{cases} \begin{cases} -2y^2 + y + 6 = 0, \\ x = 2y + 2. \end{cases} \begin{cases} 2y^2 - y - 6 = 0 \\ x = 2y + 2 \end{cases}$$

Решим уравнение $2y^2 - y - 6 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49$; $y_2 = \frac{1+7}{4} = 2$;

$$y_1 = \frac{1-7}{4} = -1,5.$$

$$\begin{cases} y_2 = 2, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1,5, \\ x_1 = -1. \end{cases} \begin{cases} x_1 = -1, \\ y_1 = -1,5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 2. \end{cases}$$

$$258. а) \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3y = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3(x^2 - 8x + 16) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3x^2 + 24x - 48 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ -3x^2 + 26x - 48 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16 \\ 3x^2 - 26x + 48 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение

$$3x^2 - 26x + 48 = 0; D = (-26)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 48 = 100;$$

$$x_2 = \frac{26 + 10}{6} = 6; \quad x_1 = \frac{26 - 10}{6} = 2\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} y_2 = 4, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 1\frac{7}{9}, \\ x_1 = 2\frac{2}{3}. \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2\frac{2}{3}, \\ y_1 = 1\frac{7}{9}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 4. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 65, \\ 3x - y + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} (x-5)^2 + (3x+2)^2 = 65, \\ y = 3x + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 + 9x^2 + 12x + 4 - 65 = 0, \\ y = 3x + 6; \end{cases} \begin{cases} 10x^2 + 2x - 36 = 0, \\ y = 3x + 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 + x - 18 = 0 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

Решим уравнение $5x^2 + x - 18 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-18) = 361$; $x_2 = \frac{-1 + 19}{10} = 1,8$;

$$x_1 = \frac{-1 - 19}{10} = -2. \begin{cases} x_2 = 1,8, \\ y_2 = 11,4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 0. \end{cases}$$

$$259. \begin{cases} x - y = 4, \\ y = x^2 - 5x + 5; \end{cases} \begin{cases} y = x - 4, \\ x - 4 - x^2 + 5x - 5 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 4, \\ -x^2 + 6x - 9 = 0. \end{cases} \begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 6x + 9 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$; $x = \frac{6 + 0}{2} = 3$,

$y = 3 - 4 = -1$. Решение системы: $(3; -1)$.

$$260. \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ 2x + y + 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ y = -2x - 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 3 - 2x^2 + 5x - 1 = 0, \\ y = -2x - 3; \end{cases} \begin{cases} -2x^2 + 3x - 4 = 0, \\ y = -2x - 3. \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4 = 0 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 3x + 4 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -23 < 0$.

Т.к. $D < 0$, то нет корней \Rightarrow кривые не имеют точек пересечения.

$$261. \text{ a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 12, \\ xy = -6; \end{cases} \begin{cases} \left(-\frac{6}{y}\right)^2 + y^2 = 12, \\ x = -\frac{6}{y}; \end{cases} \begin{cases} \frac{36}{y^2} + y^2 = 12, \\ x = -\frac{6}{y}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 + y^4 = 12y^2 \\ x = -\frac{6}{y} \end{cases} \begin{cases} y^4 - 12y^2 + 36 = 0, \\ x = -\frac{6}{y}. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 12y^2 + 36 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow v^2 - 12v + 36 = 0$;

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0; v = \frac{12 + 0}{2} = 6; y^2 = 6 \Rightarrow y_2 = \sqrt{6}; y_1 = -\sqrt{6};$$

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{6}, \\ y_1 = -\sqrt{6}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\sqrt{6}, \\ y_2 = \sqrt{6}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34, \\ xy = 20; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - \left(\frac{20}{x}\right)^2 - 34 = 0, \\ y = \frac{20}{x}; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - \frac{400}{x^2} - 34 = 0, \\ y = \frac{20}{x}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 400 - 34x^2 = 0, \\ y = \frac{20}{x}. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^4 - 17x^2 - 200 = 0$. Обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 17v - 200 = 0$;

$$D = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-200) = 1089; v_2 = \frac{17 + 33}{2} = 25 \text{ или } v_1 = \frac{17 - 33}{2} = -8; x^2 = 25$$

или $x^2 = -8$ — нет корней, из первого уравнения получаем: $x_2 = 5$ или $x_1 = -5$.

$$\begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -5, \\ y_1 = -4. \end{cases}$$

$$262. \text{ a) } \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 = 32, \\ x^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 16 \\ x^2 - 2y^2 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4, \\ 4^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -4, \\ (-4)^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ 2y^2 = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -4 \\ 2y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4, \\ y^2 = 1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -4, \\ y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -4, \\ y_1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_4 = 4, \\ y_4 = -1; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -4, \\ y_3 = -1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} xy + x = 56, \\ xy + y = 54; \end{cases} \begin{cases} x - y = 2, \\ xy + y = 54; \end{cases} \begin{cases} x = y + 2, \\ ((y + 2)y + y - 54 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 2y + y - 54 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 3y - 54 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 3y - 54 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54) = 225$;

$$y_2 = \frac{-3 + 15}{2} = 6 \text{ или } y_1 = \frac{-3 - 15}{2} = -9. \begin{cases} x_1 = -7, \\ y_1 = -9; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 8, \\ y_2 = 6. \end{cases}$$

$$263. \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 9; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{9}{y}\right)^2 + y^2 - 18 = 0, \\ x = \frac{9}{y}; \end{cases} \begin{cases} \frac{81}{y^2} + y^2 - 18 = 0 \\ x = \frac{9}{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^4 - 18y^2 + 81 = 0, \\ x = \frac{9}{y}. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 18y^2 + 81 = 0$; обозначим $y^2 = t$; $t^2 - 18t + 81 = 0$;

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81 = 0; t = \frac{18 + 0}{2} = 9; y^2 = 9 \Rightarrow y_2 = 3 \text{ или } y_1 = -3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -3. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 11, \\ xy = 30; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - \left(\frac{30}{x}\right)^2 - 11 = 0, \\ y = \frac{30}{x}; \end{cases} \begin{cases} x^2 - \frac{900}{x^2} - 11 = 0 \\ y = \frac{30}{x} \end{cases} \begin{cases} x^4 - 11x^2 - 900 = 0, \\ y = \frac{30}{x}. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^4 - 11x^2 - 900 = 0$.

Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 11t - 900 = 0$; $D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-900) = 3721$;

$$t_2 = \frac{11 + 61}{2} = 36 \text{ или } t_1 = \frac{11 - 61}{2} = -25; x^2 = 36; x_1 = 6 \text{ или } x_2 = -6; x^2 = -25 —$$

корней нет. $\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -6, \\ y_2 = -5. \end{cases}$

$$в) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 = 72, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 36, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 6, \\ 36 - y^2 = 11; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -6, \\ 36 - y^2 = 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -6, \\ y_3 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -6, \\ y_4 = -5. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x - xy = 10, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} 3x + y = 16, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x + 16 + x(-3x + 16) - 6 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x + 16 - 3x^2 + 16x - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x^2 + 13x + 10 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 16 \\ 3x^2 - 13x - 10 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 - 13x - 10 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 289$;

$$x_2 = \frac{13 + 17}{6} = 5 \text{ или } x_1 = \frac{13 - 17}{6} = -\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = 1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{3}, \\ y_1 = 18. \end{cases}$$

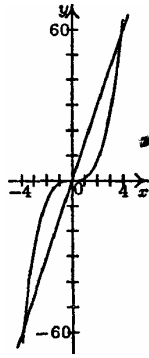
$$264. а) \begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 + 6; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (x^2 + 6)^2 - 36 = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x^4 + 12x^2 + 36 - 36 = 0 \\ y = x^2 + 6 \end{cases} \begin{cases} x^4 + 13x^2 = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases} \begin{cases} x^2(x^2 + 13) = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ y = 6. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x^2 = -13 \\ y = 6 \end{cases} \text{ - нет решений}$$

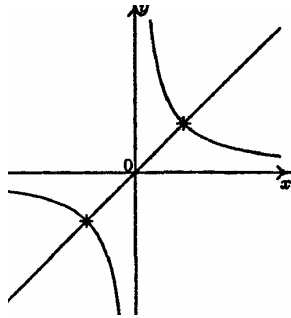
$$б) \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x-2)^2 + y^2 = 36; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x-2)^2 - x^2 = 20; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 - 4x + 4 - x^2 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ 4x = -16; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x = -4 \end{cases} \begin{cases} 16 + y^2 = 16 \\ x = -4 \end{cases} \begin{cases} y = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$



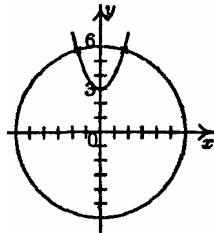
$$265. \text{ а) } \begin{cases} y = x^3, \\ y = 15x; \end{cases}$$

- 1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.
 - 2) График функции $y=15x$ – прямая, проходящая через начало координат.
- 3 решения.



$$\text{б) } \begin{cases} xy = 10, \\ y = x; \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{10}{x}, \\ y = x; \end{cases}$$

- 1) График функции $y = \frac{10}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.
 - 2) График функции $y=x$ – прямая (биссектриса I и III ч.).
- 2 решения.



$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 + 3; \end{cases}$$

- 1) График уравнения $x^2 + y^2 = 36$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 6.
- 2) График функции $y=x^2+3$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; \quad y_B = 3; \quad (0; 3)$$

2 решения.

$$266. \text{ а) } 0,2x(x-1) - x(0,2x+0,5) < 0,6x-4;$$

$$0,2x^2 - 0,2x - 0,2x^2 - 0,5x - 0,6x + 4 < 0; \quad -1,3x < -4; \quad x > 3 \frac{1}{13}.$$

$$\text{б) } 1,2x(3-x) + 0,4x(3x-1) < x+1,1;$$

$$3,6x - 1,2x^2 + 1,2x^2 - 0,4x - x - 1,1 < 0; \quad 2,2x < 1,1; \quad x < \frac{1}{2}.$$

267. а) $-x^2-2x+168>0$.

1) График функции $y=-x^2-2x+168$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $x^2+2x-168=0$;

$$D=2^2-4\cdot 1\cdot(-168)=676; x_1 = \frac{-2+26}{2} = 12;$$

$$x_2 = \frac{-2-26}{2} = -14.$$

3) $(-14; 12)$.

б) $15x^2+x-2<0$.

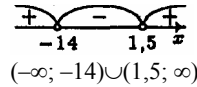
1) График функции $y=15x^2+x-2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $15x^2+x-2=0$; $D=1^2-4\cdot 15\cdot(-2)=121$;

$$x_1 = \frac{-1+11}{30} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-1-11}{30} = -\frac{2}{5}.$$

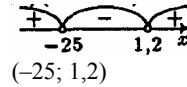
3) $\left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{3}\right)$

в) $\frac{x+14}{3-2x} < 0; \frac{x+14}{x-1,5} > 0;$

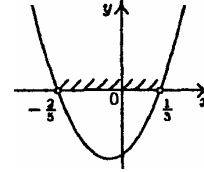
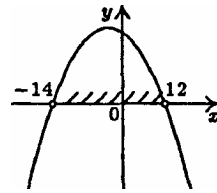


$(-\infty; -14) \cup (1,5; \infty)$

г) $\frac{6-5x}{x+25} > 0; \frac{x-1,2}{x+25} < 0;$



$(-25; 1,2)$



268. Пусть первое число равно x , а второе — y , из условия $x+y=12$ и $xy=35$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+y=12, \\ xy=35; \end{cases} \begin{cases} y=12-x, \\ x(12-x)=35; \end{cases} \begin{cases} y=12-x, \\ 12x-x^2-35=0; \end{cases} \begin{cases} y=12-x \\ x^2-12x+35=0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2-12x+35=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 1\cdot 35=4$;

$$x_2 = \frac{12+2}{2} = 7; x_1 = \frac{12-2}{2} = 5. \begin{cases} x_2 = 7, \\ y_2 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = 7. \end{cases}$$

Ответ: 5 и 7.

269. Пусть меньшее из чисел равно x , тогда большее равно $(x+7)$. По условию $x(x+7)=-12$. Получим уравнение:

$$x^2+7x+12=0; D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1; x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3; x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4.$$

При $x=-3$, $x+7=-3+7=4$; при $x=-4$, $x+7=-4+7=3$.

Ответ: 3 и -4 или 4 и -3.

270. Обозначим стороны прямоугольника a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=100$ и по условию $2a+2b=28$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 100, \\ 2a + 2b = 28; \end{cases} \begin{cases} a^2 + b^2 = 100, \\ a + b = 14; \end{cases} \begin{cases} a = 14 - b, \\ (14 - b)^2 + b^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 14 - b, \\ 196 - 28b + b^2 + b^2 - 100 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 14 - b, \\ 2b^2 - 28b + 96 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 14 - b, \\ b^2 - 14b + 48 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $b^2 - 14b + 48 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 4$;

$$b_2 = \frac{14 + 2}{2} = 8; \quad b_1 = \frac{14 - 2}{2} = 6. \quad \begin{cases} b_2 = 8, \\ a_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_1 = 6, \\ a_1 = 8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

271. Обозначим длину первой стороны прямоугольника x см, а второй — y см, тогда $x+14=y$. По теореме Пифагора $x^2+y^2=26^2=676$. Составим систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 676, \\ x + 14 = y; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (x + 14)^2 = 676, \\ x + 14 = y; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x^2 + 28x + 196 - 676 = 0, \\ y = x + 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 28x - 480 = 0, \\ y = x + 14. \end{cases} \begin{cases} x^2 + 14x - 240 = 0 \\ y = x + 14 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2 + 14x - 240 = 0$; $D = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240) = 1156$;

$$x_1 = \frac{-14 + 34}{2} = 10; \quad x_2 = \frac{-14 - 34}{2} = -24 \text{ — не подходит по смыслу за-}$$

дачи. $\begin{cases} x = 10, \\ y = 24. \end{cases}$

Ответ: 10 см; 24 см.

272. Пусть длина участка равна x м, а ширина — y м. Длина изгороди равна периметру участка: $2x + 2y = 200$. Площадь участка — $xy = 2400$.

Имеем систему:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 200, \\ xy = 2400; \end{cases} \begin{cases} x + y = 100, \\ xy = 2400; \end{cases} \begin{cases} x = 100 - y \\ (100 - y)y - 2400 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 100 - y, \\ 100y - y^2 - 2400 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 100y + 2400 = 0$;

$$D = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2400 = 400; \quad y_1 = \frac{100 + 20}{2} = 60; \quad y_2 = \frac{100 - 20}{2} = 40.$$

$$\begin{cases} x_1 = 40, \\ y_1 = 60; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 60, \\ y_2 = 40. \end{cases}$$

Ответ: 60 м и 40 м.

273. Обозначим длины катетов a см и b см. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 37^2 = 1369$ Периметр треугольника $a + b + 37 = 84$. Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 1369, \\ a + b + 37 = 84; \end{cases} \begin{cases} a^2 + b^2 = 1369, \\ a + b = 47; \end{cases} \begin{cases} a^2 + b^2 - 1369 = 0 \\ a = 47 - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (47 - b)^2 + b^2 - 1369 = 0, \\ a = 47 - b. \end{cases} \begin{cases} 2b^2 - 94b + 840 = 0, \\ a = 47 - b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 - 47b + 420 = 0 \\ a = 47 - b \end{cases}$$

Решим уравнение $b^2 - 47b + 420 = 0$ $D = (-47)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 420 = 529$;

$$\sqrt{D} = \pm 23; b_1 = \frac{47 + 23}{2} = 35; b_2 = \frac{47 - 23}{2} = 12.$$

$$\begin{cases} b_1 = 35, \\ a_1 = 12; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_2 = 12, \\ a_2 = 35. \end{cases}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 12 = 210 \text{ см}^2.$$

274. Обозначим скорость первого отряда x км/ч, а второго y км/ч. Тогда первый отряд прошел $4x$ км, а второй $4y$ км. По теореме Пифагора $(4y)^2 + (4x)^2 = 24^2$, по условию, $4x - 4,8 = 4y$. Получим систему:

$$\begin{cases} 4x - 4,8 = 4y, \\ (4y)^2 + (4x)^2 = 24^2; \end{cases} \begin{cases} x - 1,2 = y, \\ 16(x - 1,2)^2 + 16x^2 - 576 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1,2 = y, \\ (x - 1,2)^2 + x^2 - 36 = 0; \end{cases} \begin{cases} x - 1,2 = y, \\ x^2 - 2,4x + 1,44 + x^2 - 36 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1,2 = y \\ x^2 - 1,2x - 17,28 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2 - 1,2x - 17,28 = 0$; $D = 1,44 - 4 \cdot (-17,28) = 70,56$;

$$x_1 = \frac{1,2 + 8,4}{2} = 4,8 \text{ или } x_2 = \frac{1,2 - 8,4}{2} = -3,6 \text{ — не подходит по смыслу}$$

задачи.

$$\begin{cases} x = 4,8, \\ y = 4,8 - 1,2 = 3,6. \end{cases}$$

Ответ: 4,8 км/ч и 3,6 км/ч.

275. Обозначим скорость первого тела через x м/с, а второго — через y м/с. Тогда первое тело за 6 с проходит $6x$ м, а второе тело за 8 с проходит $8y$ м. По условию $6x=8y$. За 15 с первое проходит путь $15x$ м, а второе тело — $15y$ м. По теореме Пифагора $(15x)^2 + (15y)^2 = 9$. Имеем систему:

$$\begin{cases} 6x = 8y, \\ 225x^2 + 225y^2 = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ 25\frac{16}{9}y^2 + 25y^2 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y^2 = \frac{9}{625}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{25}, \\ x = \frac{4}{25}; \end{cases} \quad \text{или } y = -\frac{3}{25} \text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

Ответ: 0,12 м/с и 0,16 м/с.

276. Обозначим длины сторон прямоугольника через a см и b см. Тогда площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, соответственно равны a^2 см² и b^2 см². По условию $2a^2+2b^2=122$. Площадь прямоугольника равна $ab=30$. Получим систему:

$$\begin{cases} 2a^2 + 2b^2 = 122, \\ ab = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{30}{b}\right)^2 + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{900}{b^2} + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases} \quad \begin{cases} 900 + b^4 - 61b^2 = 0, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases}$$

Решим уравнение $b^4 - 61b^2 + 900 = 0$. Обозначим $b^2 = t$, тогда

$$t^2 - 61t + 900 = 0; \quad D = (-61)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 900 = 121; \quad t_1 = \frac{61+11}{2} = 36 \text{ или}$$

$$t_2 = \frac{61-11}{2} = 25, \text{ тогда } b^2 = 36 \text{ или } b^2 = 25.$$

$b = 6$ или $b = -6$ (не подходит по смыслу задачи); $b = 5$ или $b = -5$ (не подходит по смыслу задачи),

$$\begin{cases} a = 5, \\ b = 6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a = 6, \\ b = 5. \end{cases}$$

Ответ: 5 см и 6 см.

277. Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По условию $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = 24$. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 100$. Запишем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}ab = 24, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} ab = 48, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ \left(\frac{48}{b}\right)^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ 2304 + b^4 - 100b^2 = 0. \end{cases}$$

Обозначим $b^2 = t$. Решим уравнение $t^2 - 100t + 2304 = 0$.

$$D = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2304 = 784. \quad t = \frac{100 + 28}{2} = 64 \quad \text{или} \quad t = \frac{100 - 28}{2} = 36;$$

$b^2 = 64$ или $b^2 = 36$. $b=8$ или $b=-8$ (не подходит по смыслу задачи); $b=6$ или $b=-6$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} b = 8, \\ a = 6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b = 6, \\ a = 8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

278. Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 13^2 = 169$. Если первый катет увеличить на 4 см, то его длина станет $(a+4)$ см, а длина гипотенузы будет равна $13+2=15$ см. По теореме Пифагора $(a+4)^2 + b^2 = 225$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169, \\ (a+4)^2 + b^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ (a+4)^2 + 169 - a^2 = 225; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ a^2 + 8a + 16 + 169 - a^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ 8a = 40; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - 5^2, \\ a = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 12, \\ a = 5; \end{cases}$$

($b=-12$ — не подходит по смыслу).

Ответ: 5 см и 12 см.

279. Обозначим время работы первого экскаватора за x ч, а второго — за y ч. По условию $x+4=y$. Первый экскаватор, работая отдельно, выполнит за 1 час $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть всей работы.

Работая вместе, за 1 ч они выполняют $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ часть всей работы, а за

3 ч 45 мин $= \frac{15}{4}$ ч они выполнят всю работу, т.е. $\frac{15}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$. Запишем

систему:

$$\begin{cases} x+4=y, \\ \frac{15}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x+4=y, \\ 15 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}\right) = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4=y \\ \frac{15(x+4)+15x-4x(x+4)}{x(x+4)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $15x+60+15x-4x^2-16x=0$; $2x^2-7x-30=0$;

$D=(-7)^2-4\cdot 2\cdot (-30)=289$; $x_1 = \frac{7+17}{4} = 6$; $x_2 = \frac{7-17}{4} = -\frac{5}{2}$ (не подходит

по смыслу задачи).

$$\begin{cases} x=6, \\ y=10. \end{cases}$$

Ответ: 6 ч и 10 ч.

280. Пусть первый комбайнер, работая отдельно, выполнит работу за x ч, а второй — за y ч. Тогда $x+24=y$. За 1 ч, работая отдельно, первый комбайнер уберет $\frac{1}{x}$ часть поля, а второй — $\frac{1}{y}$ часть поля. Работая совместно два ком-

байнера уберут все поле за 35 ч, т.е. $35 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+24=y, \\ \frac{35}{x} + \frac{35}{y} = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y=x+24, \\ \frac{35}{x} + \frac{35}{x+24} - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=x+24 \\ \frac{35(x+24)+35x-x(x+24)}{x(x+24)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $35x+840+35x-x^2-24x=0$; $x^2-46x-840=0$;
 $D=(-46)^2-4\cdot 1\cdot(-840)=5476$; $x_1 = \frac{46+74}{2} = 60$ или $x_2 = \frac{46-74}{2} = -14$ (не
 подходит по смыслу задачи), $\begin{cases} x = 60, \\ y = 84. \end{cases}$

Ответ: 60 ч и 84 ч.

281. Обозначим время, за которое первая бригада заасфальтирует участок дороги за x ч, а вторая — за y ч. По условию $x-4=y$. За 1 час, работая
 отдельно, первая бригада заасфальтирует $\frac{1}{x}$ часть участка дороги, а вторая

бригада — $\frac{1}{y}$ часть участка. Работая вместе, за 1 час обе бригады заас-

фальтируют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ часть всего участка. Работая вместе 24 часа, они заас-

фальтируют 5 участков, т.е. $24\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 5$. Получим систему:

$$\begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}\right) - 5 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4=y \\ \frac{24(x-4) + 24x - 5x(x-4)}{x(x-4)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\frac{24(x-4) + 24x - 5x(x-4)}{x(x-4)} = 0$.

$24x-96+24x-5x^2+20x=0$; $5x^2-68x+96=0$; $D=(-68)^2-4\cdot 5\cdot 96=2704$; $\sqrt{D} = \pm 52$;
 $x_1 = \frac{68+52}{10} = 12$ или $x_2 = \frac{68-52}{10} = 1,6$. $\begin{cases} y = 8, \\ x = 12. \end{cases}$ или $\begin{cases} y = -2,4, \\ x = 1,6; \end{cases}$ — не

подходит по смыслу задачи;

Ответ: 8 ч и 12 ч.

282. Обозначим массу детали старого типа x кг, а детали нового типа —
 y кг. По условию $x=y+0,2$. Из 22 кг металла получится $\frac{22}{y}$ деталей нового

типа, а из 24 кг металла получится $\frac{24}{x}$ деталей старого типа. По условию

$$2 + \frac{24}{x} = \frac{22}{y}. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} 2 + \frac{24}{x} = \frac{22}{y} \\ x = y + 0,2; \end{cases} \begin{cases} \frac{24}{y+0,2} + 2 - \frac{22}{y} = 0, \\ x = y + 0,2. \end{cases} \begin{cases} \frac{24y + 2y(y+0,2) - 22(y+0,2)}{y(y+0,2)} = 0 \\ x = y + 0,2 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{24y + 2y(y+0,2) - 22(y+0,2)}{y(y+0,2)} = 0.$

$$y^2 + 1,2y - 2,2 = 0; D = 1,44 - 4(-2,2) = 10,24;$$

$$y_1 = \frac{-1,2 + 3,2}{2} = 1; y_2 = \frac{-1,2 - 3,2}{2} = -2,2 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

$$\begin{cases} y = 1, \\ x = 1 + 0,2 = 1,2. \end{cases}$$

Ответ: 1 кг и 1,2 кг.

283. Обозначим скорость первого пешехода — x км/ч, а скорость второго — y км/ч. За 4 часа первый пешеход пройдет $4x$ км, а второй — $4y$ км. Расстояние между ними составит 4 км. Получим уравнение $4x + 4y + 4 = 40$, т.е. $x + y = 9$. За 1 час первый пешеход прошел x км, после чего ему до встречи осталось пройти $(20 - x)$ км. Эту часть пути он пройдет за время $(\frac{20 - x}{x})$ ч,

что равно времени, за которое пройдет половину пути второй пешеход, т.е.

$$\frac{20 - x}{x} = \frac{20}{y}. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} x + y = 9; \\ \frac{20 - x}{x} = \frac{20}{y}; \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x; \\ \frac{20 - x}{x} - \frac{20}{9 - x} = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x \\ \frac{(20 - x)(9 - x) - 20x}{x(9 - x)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\frac{(20 - x)(9 - x) - 20x}{x(9 - x)} = 0. x^2 - 49x + 180 = 0;$

$$D = (-49)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 180 = 1681; x = \frac{49 + 41}{2} = 45 \text{ или } x = \frac{49 - 41}{2} = 4.$$

$$\begin{cases} y = -36 \\ x = 45 \end{cases} \text{ — не подходит по смыслу задачи; или } \begin{cases} x = 4, \\ y = 5; \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

284. Обозначим скорость первого туриста x км/ч, а второго — y км/ч. Тогда $x=y+1$. Первый турист пройдет путь из M в N за $\frac{18}{x}$ ч, а второй за $\frac{18}{y}$ ч. По условию, второй турист пришел в N на 54 мин $= \frac{9}{10}$ ч позже пер-

вого, т.е. $\frac{18}{x} + \frac{9}{10} = \frac{18}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x = y + 1, \\ \frac{18}{x} + \frac{9}{10} = \frac{18}{y}; \end{cases} \begin{cases} x = y + 1, \\ \frac{18}{y+1} + \frac{9}{10} - \frac{18}{y} = 0 \end{cases} \begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{180y + 9y(y+1) - 180(y+1)}{10y(y+1)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{180y + 9y(y+1) - 180(y+1)}{10y(y+1)} = 0$.

$$180y + 9y^2 + 9y - 180y - 180 = 0; y^2 + y - 20 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81;$$

$$y_1 = \frac{-1 + 9}{2} = 4; y_2 = \frac{-1 - 9}{2} = -5 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

285. Обозначим скорость мотоциклиста из M x км/ч, а скорость мотоциклиста из N y км/ч. По условию, они встретились через 30 мин $= \frac{1}{2}$ ч, зна-

чит, проехали вместе весь путь от M до N : $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 50$, т.е. $x+y=100$.

Мотоциклист из M проедет путь из M в N за $\frac{50}{x}$ ч, а мотоциклист из N про-

едет путь из N в M за $\frac{50}{y}$ ч. По условию $\frac{50}{y} + \frac{25}{60} = \frac{50}{x}$, т.е. $\frac{2}{y} + \frac{1}{60} = \frac{2}{x}$.

Получим систему:

$$\begin{cases} x + y = 100, \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{60} = \frac{2}{x}; \end{cases} \begin{cases} x = 100 - y, \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{60} - \frac{2}{100 - y} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 - y \\ \frac{120(100 - y) + y(100 - y) - 120y = 0}{60y(100 - y)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $12000 - 120y + 100y - y^2 - 120y = 0$;
 $y^2 + 140y - 12000 = 0$; $D = 19600 - 4(-12000) = 67600$;

$$y_1 = \frac{-140 + 260}{2} = 60; \quad y_2 = \frac{-140 - 260}{2} = -200$$

(не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} y = 60, \\ x = 40. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 60 км/ч.

$$286. \text{ а) } \begin{cases} y = -3x - 4, \\ x^2 - (-3x - 4)^2 - 2 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x - 4, \\ x^2 - 9x^2 - 24x - 16 - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $4x^2 + 12x + 9 = 0$; $D = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$;

$$x = \frac{-12 + 0}{8} = -1,5. \quad \begin{cases} x = -1,5, \\ y = 0,5. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 - x(-3x + 2) - 3,36 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 + 3x^2 - 2x - 3,36 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - x - 1,68 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1,68) = 14,44$;

$$x_1 = \frac{1 + 3,8}{4} = 1,2; \quad x_2 = \frac{1 - 3,8}{4} = -0,7. \quad \begin{cases} x_1 = 1,2, \\ y_1 = -1,6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -0,7, \\ y_2 = 4,1. \end{cases}$$

$$287. \text{ а) } \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ 2x - y - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ 2x - (x^2 - 3x + 3) - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ -x^2 + 5x - 4 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 5x + 4 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$;

$$x_1 = \frac{5 + 3}{2} = 4; \quad x_2 = \frac{5 - 3}{2} = 1. \quad \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 7; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = 2x^2 - x + 1, \\ x = 1,5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2(1,5)^2 - 1,5 + 1, \\ x = 1,5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4,5 - 1,5 + 1 \\ x = 1,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4, \\ x = 1,5, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1,5, \\ y = 4. \end{cases}$$

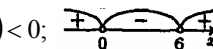
$$в) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ x + y = 14; \end{cases} \begin{cases} (14 - y)^2 + y^2 - 100 = 0, \\ x = 14 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 196 - 28y + y^2 + y^2 - 100 = 0, \\ x = 14 - y; \end{cases} \begin{cases} 2y^2 - 28y + 96 = 0, \\ x = 14 - y. \end{cases} \begin{cases} y^2 - 14y + 48 = 0 \\ x = 14 - y \end{cases}$$


Решим уравнение $y^2 - 14y + 48 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 4$;

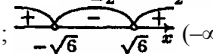
$$y_1 = \frac{14 + 2}{2} = 8 \text{ или } y_2 = \frac{14 - 2}{2} = 6.$$

$$\begin{cases} y_2 = 8, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 6, \\ x_1 = 8; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 8, \\ y_1 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 8. \end{cases}$$

288. а) $x(x - 6) < 0$;  (0; 6);

б) $x(8 + x) \geq 0$;  $(-\infty; -8] \cup [0; +\infty)$;

в) $x^2 - 4 \leq 0$; $(x - 2)(x + 2) \leq 0$;  $[-2; 2]$;

г) $x^2 - 6 > 0$; $(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) > 0$;  $(-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$

289. а) $x^3(x^2 - 1) = 0$; $x^3(x + 1)(x - 1) = 0$; $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1$.

б) $x^6 - 4x^4 = 0$; $x^4(x^2 - 4) = 0$; $x^4(x + 2)(x - 2) = 0$; $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$.

в) $0,5x^3 - 32x = 0$; $x(0,5x^2 - 32) = 0$; $0,5x(x + 8)(x - 8) = 0$; $x_1 = 0, x_2 = 8, x_3 = -8$.

г) $0,2x^4 - 4x^2 = 0$; $x^2(0,2x^2 - 4) = 0$; $0,2x^2(x + 2\sqrt{5})(x - 2\sqrt{5}) = 0$; $x_1 = 0$,

$$x_2 = 2\sqrt{5}, x_3 = -2\sqrt{5}.$$

290. а) $(a^2 - 4)(a^2 + 4) = 25a^2 - 16$; $a^4 - 16 - 25a^2 + 16 = 0$;

$$a^4 - 25a^2 = 0; a^2(a^2 - 25) = 0; a_1 = 0 \text{ или } a^2 - 25 = 0, a^2 = 25, a_2 = 5$$

или $a_3 = -5$.

б) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 6x^2 - 1$; $x^4 - 1 - 6x^2 + 1 = 0$ $x^2(x^2 - 6) = 0$; $x_1 = 0$

или $x^2 - 6 = 0, x^2 = 6, x_2 = \sqrt{6}$ или $x_3 = -\sqrt{6}$.

291. а) $x^2(x-1) - 4(x-1)^2 = 0$; $(x-1)(x^2 - 4(x-1)) = 0$;
 $x-1=0$ или $x^2 - 4x + 4 = 0$; из первого уравнения $x_1 = 1$; из второго
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$; $x_2 = \frac{4+0}{2} = 2$.

б) $2y^2(y+1) - (y+1)^2 = 0$; $(y+1)(2y^2 - (y+1)) = 0$; $y+1=0$ или
 $2y^2 - y - 1 = 0$; из первого уравнения $y_1 = -1$; из второго
 $D = 1 - 4 \cdot 2(-1) = 9$; $y_2 = \frac{1+3}{4} = 1$ или $y_3 = \frac{1-3}{4} = -0,5$.

в) $(5x^3 + 40) - (19x^2 + 38x) = 0$; $5(x^3 + 2^3) - 19x(x+2) = 0$;
 $5(x+2)(x^2 - 2x + 4) - 19x(x+2) = 0$; $(x+2)(5(x^2 - 2x + 4) - 19x) = 0$;
 $x+2=0$ или $5x^2 - 10x + 20 - 19x = 0$;

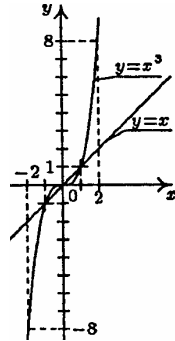
из первого уравнения $x_1 = -2$; из второго $5x^2 - 29x + 20 = 0$;

$D = (-29)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 441$; $x_2 = \frac{29+21}{10} = 5$

или $x_3 = \frac{29-21}{10} = 0,8$.

г) $(6x^3 + 6) - (31x^2 + 31x) = 0$; $6(x^3 + 1) - 31x(x+1) = 0$;
 $(x+1)(6(x^2 - x + 1) - 31x) = 0$; $x+1=0$ или $6x^2 - 6x + 6 - 31x = 0$; из
первого уравнения $x_1 = -1$; из второго $6x^2 - 37x + 6 = 0$;

$D = (-37)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 1225$; $x_3 = \frac{37+35}{12} = 6$ или $x_2 = \frac{37-35}{12} = \frac{1}{6}$.



292. 1) Графиком функции $y = x^3$ является кубическая парабола, расположенная в I и III четвертях.

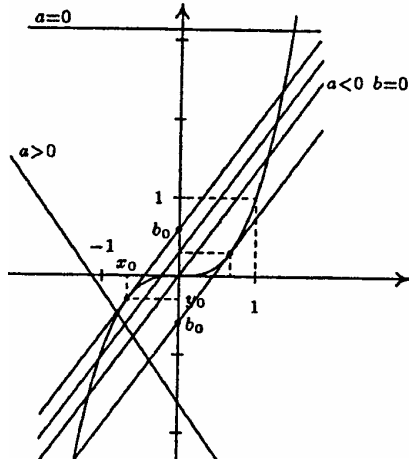
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) Графиком функции $y = x$ является прямая.

3) $x^3 - x = 0$; $x(x^2 - 1) = 0$; $x(x+1)(x-1) = 0$;
 $x_1 = 0$, $x_3 = 1$, $x_2 = -1$.

293*. Уравнение эквивалентно такому: $x^3 = -ax - b$; количество решений равно количеству точек пересечения у кубической параболы $y = x^3$ и прямой $y = -ax - b$.

1) $a = 0$. Прямая $y = -b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой. 2) $a > 0$. Прямая $y = -ax - b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой. 3) $a < 0$.

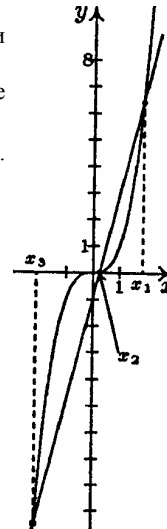


а) $b = 0$. Прямая $y = -ax$ пересекает кубическую параболу в трех точках.

б) Рассмотрим всевозможные прямые, параллельные $y = -ax$. Существует такая прямая, которая пересечет параболу ровно в двух точках. Симметричная ей относительно точки O прямая также пересекает параболу в двух точках. Эти прямые имеют коэффициент $b = b_0 > 0$ и $-b < 0$. При $b > b_0$ и $b < -b_0$ прямая пересекает кубическую параболу в одной точке. При $-b_0 < b < b_0$ прямая пересекает параболу в трех точках.

294*. $x^3 = 4x - 1$. Построим графики функций $y = x^3$ и $y = 4x - 1$ (прямая пересекает Ox в точке $(\frac{1}{4}, 0)$ и Oy в точке $(0, -1)$). Графики пересекаются в трех точках. Найдем их. $x_1 \approx 1,7$; $x_2 \approx 0,3$; $x_3 \approx -2,1$. Уточним значения.

1) $2^3 = 8 > 4 \cdot 2 - 1 = 7$, $(1,5)^3 = 3\frac{3}{8} < 4 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 5 \Rightarrow 1,5 < x_1 < 2$. Т.к. $(1,8)^3 = 5,832 < 4 \cdot 1,8 - 1 = 6,2$, $(1,9)^3 = 6,859 > 4 \cdot 1,9 - 1 = 6,6$, то $1,8 < x_1 < 1,9$. Т.к. $(1,85)^3 \approx 6,33 < 4 \cdot 1,85 - 1 = 6,40$, $(1,87)^3 \approx 6,54 > 4 \cdot 1,87 - 1 = 6,48$, то $1,85 < x_1 < 1,87$. Так что $x_1 \approx 1,86$.



$$2) \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} > 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0, \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} < 4 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$0,25 = \frac{1}{4} < x_2 < \frac{1}{3} = 0,33\dots (0,27)^3 \approx 0,0197 < 4 \cdot 0,27 - 1 = 0,08, 0,25 < x_2 < 0,27.$$

$$(0,26)^3 = 0,0175776 < 4 \cdot 0,26 - 1 = 0,04. \text{ Так что } x_2 \approx 0,25.$$

$$3) (-2)^3 = -8 > 4 \cdot (-2) - 1 = -9, (-2,1)^3 = -9,261 > 4 \cdot (-2,1) - 1 = -9,4$$

$$(-2,3)^3 = -12,167 < 4 \cdot (-2,3) - 1 = -10,2 \Rightarrow -2,3 < x_3 < -2,1$$

$$(-2,2)^3 = -10,748 < 4 \cdot (-2,2) - 1 = -9,8; -2,2 < x < -2,1$$

$$(-2,15)^3 \approx -9,94 < 4 \cdot (-2,15) - 1 = -9,6.$$

Так что $x_3 \approx 2,12$.

295. а) Обозначим $x^2 + 6x = t \Rightarrow t^2 - 5t - 24 = 0$;

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 121 \quad t_1 = \frac{5+11}{2} = 8 \text{ или } t_2 = \frac{5-11}{2} = -3;$$

$$x^2 + 6x = 8; \quad x^2 + 6x - 8 = 0; \quad D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68;$$

$$x_1 = \frac{-6+2\sqrt{17}}{2} = -3 + \sqrt{17} \text{ или } x_2 = \frac{-6-2\sqrt{17}}{2} = -3 - \sqrt{17} \text{ или}$$

$$x^2 + 6x = -3; \quad x^2 + 6x + 3 = 0; \quad D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 24;$$

$$x_3 = \frac{-6+2\sqrt{6}}{2} = -3 + \sqrt{6} \text{ или } x_4 = \frac{-6-2\sqrt{6}}{2} = -3 - \sqrt{6}.$$

б) Обозначим $x^2 - 2x - 5 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$;

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16; \quad t_1 = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ или } t_2 = \frac{2-4}{2} = -1;$$

$$x^2 - 2x - 5 = 3; \quad x^2 - 2x - 8 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36;$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \text{ или } x_2 = \frac{2-6}{2} = -2; \text{ или } x^2 - 2x - 5 = -1;$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20;$$

$$x_3 = \frac{2+2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5} \text{ или } x_4 = \frac{2-2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}.$$

в) Обозначим $x^2 + 3x - 25 = t \Rightarrow t^2 - 2t + 7 = 0$;

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -24 < 0 \Rightarrow \text{нет корней.}$$

г) Обозначим $(y+2)^2 = t \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0$;

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49; \quad t_1 = \frac{1+7}{2} = 4 \quad \text{или} \quad t_2 = \frac{1-7}{2} = -3;$$

$$(y+2)^2 = 4; \quad y^2 + 4y = 0; \quad y(y+4) = 0; \quad y_1 = 0 \quad \text{или} \quad y_2 = -4; \quad \text{или}$$

$$(y+2)^2 = -3 \quad \text{нет решений.}$$

д) Обозначим $x^2 + 2x + 1 = t \Rightarrow (t-1)(t+1) = 3; \quad t^2 = 4; \quad t_1 = 2 \quad \text{или}$

$$t_2 = -2; \quad (x+1)^2 = 2; \quad x = -1 + \sqrt{2} \quad \text{или} \quad x = -1 - \sqrt{2}; \quad \text{или} \quad (x+1)^2 = -2$$

— нет корней.

е) Обозначим $x^2 - x = t \Rightarrow (t-16)(t+2) = 88; \quad t^2 - 14t - 120 = 0$;

$$D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 676; \quad t_1 = \frac{14+26}{2} = 20 \quad \text{или}$$

$$t_2 = \frac{14-26}{2} = -6;$$

$$x^2 - x = 20; \quad x^2 - x - 20 = 0; \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81;$$

$$x_1 = \frac{1+9}{2} = 5 \quad \text{или} \quad x_2 = \frac{1-9}{2} = -4; \quad \text{или} \quad x^2 - x = -6; \quad x^2 - x + 6 = 0;$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -23 < 0 \quad \text{— нет корней.}$$

ж) Обозначим $2x^2 + 7x = t \Rightarrow (t-8)(t-3) - 6 = 0; \quad t^2 - 11t + 18 = 0$;

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 49; \quad t_1 = \frac{11+7}{2} = 9; \quad t_2 = \frac{11-7}{2} = 2;$$

$$2x^2 + 7x = 9; \quad 2x^2 + 7x - 9 = 0; \quad D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 121;$$

$$x_2 = \frac{-7+11}{4} = 1 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{-7-11}{4} = -4,5; \quad \text{или} \quad 2x^2 + 7x = 2;$$

$$2x^2 + 7x - 2 = 0; \quad D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 65; \quad x_4 = \frac{-7 + \sqrt{65}}{4} \quad \text{или}$$

$$x_3 = \frac{-7 - \sqrt{65}}{4}.$$

296*. а) Обозначим $\frac{x^2+1}{x} = t$. Тогда $t + \frac{1}{t} = 2\frac{1}{2}$; $t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}$;
 $t + \frac{1}{t} - \frac{5}{2} = 0$; $\frac{2t^2+2-5t}{2t} = 0$, $t \neq 0$. Решим уравнение $2t^2 - 5t + 2 = 0$;
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$; $t = \frac{5 \pm 3}{4}$, $t_1 = 2$ или $t_2 = \frac{1}{2}$.

1) $\frac{x^2+1}{x} = 2$; $x^2 + 1 = 2x$ ($x \neq 0$); $x^2 - 2x + 1 = 0$; $(x-1)^2 = 0$, $x = 1$.

2) $\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{2}$; $x^2 + 1 = \frac{1}{2}x$ ($x \neq 0$); $x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = 0$;

$D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0$ — корней нет.

б) Обозначим $\frac{x^2+2}{3x-2} = t$. Тогда $t - \frac{1}{t} = 2\frac{2}{3}$; $t - \frac{1}{t} - \frac{8}{3} = 0$;

$3t^2 - 3 - 8t = 0$; $3t^2 - 8t - 3 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100$;
 $t = \frac{8 \pm 10}{6}$, $t_2 = 3$ или $t_1 = -\frac{1}{3}$.

1) $\frac{x^2+2}{3x-2} = 3$; $x^2 + 2 = 9x - 6$ ($x \neq \frac{2}{3}$);

$x^2 - 9x + 8 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 49$;

$x = \frac{9 \pm 7}{2}$, $x_2 = 8$ или $x_1 = 1$.

2) $\frac{x^2+2}{3x-2} = \frac{1}{3}$; $x^2 + 2 = -x + \frac{2}{3}$ ($x \neq \frac{2}{3}$); $3x^2 + 3x + 4 = 0$;

$D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -39 < 0$ — нет корней.

297. а) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 9t + 18 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 9$;
 $t_1 = \frac{9+3}{2} = 6$ или $t_2 = \frac{9-3}{2} = 3$; $x^2 = 6$, откуда $x_1 = \sqrt{6}$ или
 $x_2 = -\sqrt{6}$; $x^2 = 3$, откуда $x_3 = \sqrt{3}$ или $x_4 = -\sqrt{3}$;
 $-\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{3} = 0$.

б) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 + 3t - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$;
 $t_1 = \frac{-3+7}{2} = 2$ или $t_2 = \frac{-3-7}{2} = -5$; $x^2 = 2$, откуда $x_1 = \sqrt{2}$ или
 $x_2 = -\sqrt{2}$; $x^2 = -5$ — нет корней; $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$.

в) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow 4t^2 - 12t + 1 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 128$;
 $t_1 = \frac{12+8\sqrt{2}}{8} = 1,5 + \sqrt{2}$ или $t_2 = \frac{12-8\sqrt{2}}{8} = 1,5 - \sqrt{2}$; $x^2 = 1,5 + \sqrt{2}$,
откуда $x_1 = \sqrt{1,5 + \sqrt{2}}$ или $x_2 = -\sqrt{1,5 + \sqrt{2}}$; $x^2 = 1,5 - \sqrt{2}$, откуда
 $x_3 = \sqrt{1,5 - \sqrt{2}}$ или $x_4 = -\sqrt{1,5 - \sqrt{2}}$;
 $\sqrt{1,5 + \sqrt{2}} - \sqrt{1,5 + \sqrt{2}} + (\sqrt{1,5 - \sqrt{2}} - \sqrt{1,5 - \sqrt{2}}) = 0$.

г) Обозначим $y^2 = t \Rightarrow 12t^2 - t - 1 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 49$;
 $t_1 = \frac{1+7}{24} = \frac{1}{3}$ или $t_2 = \frac{1-7}{24} = -\frac{1}{4}$; $y^2 = \frac{1}{3}$, откуда $y_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}$ или
 $y_2 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$; или $y^2 = -\frac{1}{4}$, — нет корней; $\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}} = 0$.

298*. а) Подставим $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ в уравнение:

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^4 - 6\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 + 3 = 0.$$

$$(3+\sqrt{5})^2 - 6(3+\sqrt{5}) + 3 = 9 + 6\sqrt{5} + 5 - 18 - 6\sqrt{5} + 3 = -1 \neq 0.$$

б) Подставим $\sqrt{5-\sqrt{2}}$ в уравнение: $(\sqrt{5-\sqrt{2}})^4 - 10(\sqrt{5-\sqrt{2}})^2 + 23 = 0$.

$$(5-\sqrt{2})^2 - 10(5-\sqrt{2}) + 23 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 - 50 + 10\sqrt{2} + 23 = 0.$$

299*. Уравнение не имеет корней, если после замены соответствующее ему квадратное уравнение не имеет неотрицательных корней. Обозначим $t=x^2$.

а) 1) $t^2 - 12t^2 + c = 0$ не имеет корней при $D < 0$; $D = 144 - 4c < 0$ при $4c > 144$, $c > 36$.

2) $t^2 - 12t^2 + c = 0$ при $D \geq 0$ имеет корни $t = \frac{12 \pm \sqrt{D}}{2}$. При $D \geq 0$ оба они отрицательными быть не могут. Окончательно, $c > 36$.

б) 1) $t^2 + ct + 100 = 0$ не имеет корней при $D < 0$;
 $D = c^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100 < 0$ при $c^2 < 400$, $-20 < c < 20$.

2) $t^2 + ct + 100 = 0$ при $D \geq 0$ имеет корни $t = \frac{-c \pm \sqrt{D}}{2}$. При $c \leq 0$ один из корней обязательно неотрицателен ($-c + \sqrt{D} \geq 0$); при $c > 0$ имеем $-c + \sqrt{D} < 0$, $c > \sqrt{D}$, но $D = c^2 - 400 < c^2$, поэтому $c > \sqrt{D}$ всегда. Итак, $c > 0$. Окончательно, $c > -20$.

300*. Уравнение имеет корни, если после замены соответствующее квадратное уравнение имеет неотрицательные корни. $t^2 - 13t + k = 0$ имеет корни при $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k \geq 0$, т.е. при $k \leq \frac{169}{4}$; они равны

$t = \frac{13 \pm \sqrt{D}}{2}$, и хотя бы один из них положителен.

а) Уравнение имеет четыре различных корня, если оба корня соответствующего квадратного уравнения положительны и различны, т.е. $D > 0$, т.е. $13 - \sqrt{D} > 0$; $13 - \sqrt{169 - 4k} > 0$; $13 > \sqrt{169 - 4k}$; $169 > 169 - 4k$; $4k > 0$; $k > 0$; окончательно, $0 < k < \frac{169}{4}$.

б) Уравнение имеет два корня, если один из корней соответствующего квадратного уравнения отрицателен, а второй неотрицателен, т.е. $13 - \sqrt{D} < 0$; т.е. $13 < \sqrt{169 - 4k}$; т.е. $-4k > 0$, $k < 0$, либо когда $D = 0$, т.е. $k = \frac{169}{4}$.

301*. а) Сделаем замену $t = x^2$. Рассмотрим квадратный трехчлен $t^2 - 20t + 64$; решим уравнение $t^2 - 20t + 64 = 0$.

$D = (-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64 = 144$; $t = \frac{20 \pm 12}{2}$, $t_1 = 16$ или $t_2 = 4$. Поэтому

$t^2 - 20t + 64 = (t - 16)(t - 4)$; $(x^2 - 16)(x^2 - 4) = (x + 4)(x - 4)(x + 2)(x - 2)$.

б) $t = x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 17t + 16 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 225$;
 $t = \frac{17 \pm 15}{2}$; $t_1 = 16$ или $t_2 = 1$. Поэтому $t^2 - 17t + 16 = (t - 16)(t - 1)$;

$(x^2 - 16)(x^2 - 1) = (x + 4)(x - 4)(x + 1)(x - 1)$.

в) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 5t - 36 = 0$; $D=(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 169$;
 $t = \frac{5 \pm 13}{2}$; $t_1=9$ или $t_1=-4$. Поэтому $t^2 - 5t - 36 = (t-9)(t+4)$;
 $(x^2 - 9)(x^2 + 4) = (x+3)(x-3)(x^2 + 4)$

г) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 3t - 4 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25$;
 $t = \frac{3 \pm 5}{2}$; $t_1=4$ или $t_2 = -1$. Поэтому $t^2 - 3t - 4 = 0$;
 $(x^2 - 4)(x^2 + 1) = (x+2)(x-2)(x^2 + 1)$

д) $t = x^2$. Решим уравнение: $9t^2 - 10t + 1 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 64$;
 $t = \frac{10 \pm 8}{18}$; $t_1 = 1$ или $t_2 = \frac{1}{9}$. Поэтому $9t^2 - 10t + 1 = 9(t-1)\left(t - \frac{1}{9}\right)$;
 $9(x^2 - 1)\left(x^2 - \frac{1}{9}\right) = 9(x+1)(x-1)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (x+1)(x-1)(3x+1)(3x-1)$

е) $t=x^2$. Решим уравнение: $4t^2 - 17t + 4 = 0$;
 $D = (-17)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225$; $t = \frac{17 \pm 15}{8}$; $t_1=4$ или $t_2 = \frac{1}{4}$. Поэтому $4t^2 - 17t + 4 = 4(t-4)\left(t - \frac{1}{4}\right)$;
 $4(x^2 - 4)\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 4(x+2)(x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = (x+2)(x-2)(2x+1)(2x-1)$.

302. а)
$$\begin{cases} y = -x^2 - x, \\ y = x - 10. \end{cases}$$

1) График функции $y = -x^2 - x$ — парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot (-1)} = -\frac{1}{2}; \quad y_B = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4};$$

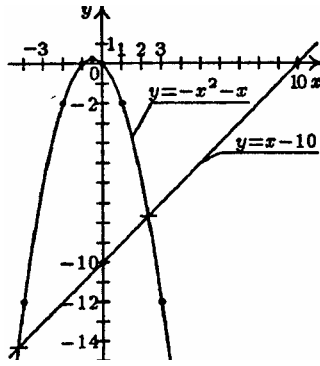
3)

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	0	0	-2	-6

4) График функции $y=x-10$ — прямая.

x	0	5
y	-10	-5

Решение системы — $(2,3; -7,7)$; $(-4,3; -14,3)$.



б) 1) Уравнение $(x-2)^2 + y^2 = 9$ задает окружность с центром в $(2; 0)$ и радиусом 3.

2) График функции $y = x^2 - 4x + 4$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

3) Найдем координаты вершины:

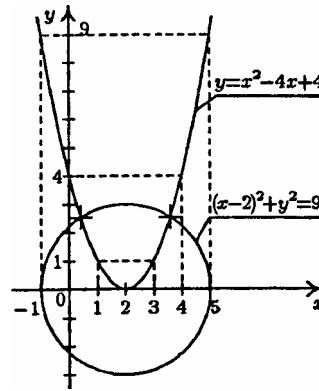
$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2;$$

$$y_B = 4 - 8 + 4 = 0;$$

4)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9

Решение системы — $(0,4; 2,5); (3,6; 2,5)$.



в) 1) Уравнение $x^2 + y^2 = 25$ задает окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5.

2) График функции $y = 2x^2 - 14$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

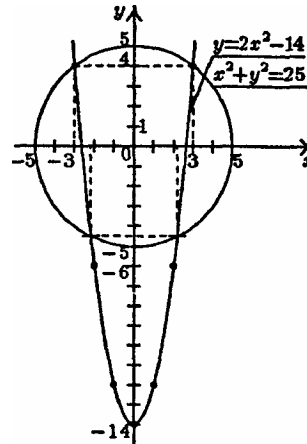
3) Найдем координаты вершины:

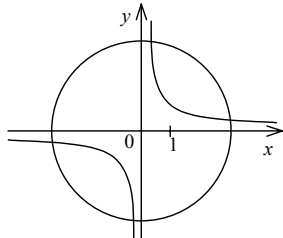
$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 2} = 0; \quad y_B = -14;$$

4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	-6	-12	-14	-12	-6	4

Решение системы — $(3; 4); (-3; 4); (2,2; -4,5); (-2,2; -4,5)$.





г) 1) Уравнение $x^2+y^2=10$ задает окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом $\sqrt{10}$.

2) График функции $y = \frac{3}{x}$ — гипербола, у

которой ветви расположены в I и III четвертях.

3)

x	-3	-2	-1	1	1,5	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	2	1,5	1

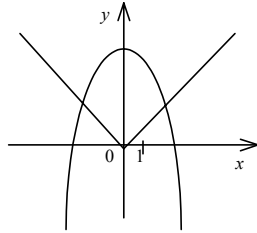
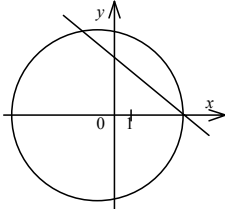
Решение системы — $(-3; -1); (-1; -3); (1; 3); (3; 1)$.

д) 1) График функции $y=8-x$ — прямая.

x	0	4
y	8	4

2) Уравнение $(x+1)^2+y^2=81$ задает окружность с центром в $(-1; 0)$ и радиусом 9.

Решение системы — $(8; 0); (-1; 9)$.



е) 1) График функции $y=-x^2+4$ — парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины:

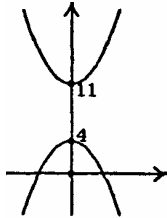
$$x_v = -\frac{b}{2a} = 0; y_v = 4.$$

3)

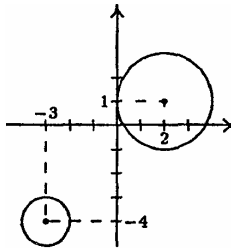
x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

4) Графиком функции $y=|x|$ является объединение биссектрис I и II четвертей.

Решение системы — $(1,6; 1,6); (-1,6; 1,6)$.

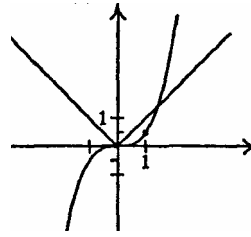


303*. а) Первое уравнение: $y = x^2 + 11$; второе уравнение: $y = -x^2 + 4$. График первой функции получается из графика функции $y = x^2$ сдвигом вверх на 11 единиц, вторая — из $y = -x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы. Т.к. они не пересекаются, то решений нет.

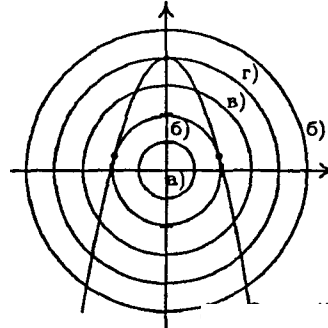


б) Первое уравнение — это уравнение окружности с центром $(-3; -4)$ и радиусом 1; второе — уравнение окружности с центром $(2; 1)$ и радиусом 2. Так как окружности не имеют общих точек, то решений нет.

в) Второе уравнение $y = \frac{1}{2}x^3$ задает кубическую параболу, первое — две полупрямые: $y=x$ при $x \geq 0$ и $y=-x$ при $x < 0$. Т.к. графики этих функций пересекаются в двух точках, то существуют два решения.

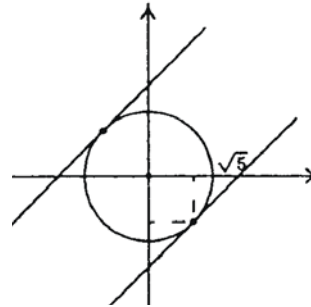


304*. Первое уравнение задает окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом r . Второе уравнение задает параболу, получающуюся из параболы $y = -x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы.



В зависимости от r система может иметь: 0, 2, 4, 3 решений.

305*. Графиком первого уравнения является окружность с центром $(0, 0)$ и радиусом $\sqrt{5}$; второго — прямая $y=x-m$, получающаяся из биссектрисы I и III координатных углов сдвигом на $-m$ по вертикали.



а) Система имеет одно решение, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет одно решение. $x^2 + x^2 - 2mx + m^2 - 5 = 0;$

$$2x^2 - 2mx + m^2 - 5 = 0;$$

$$D = (-2m)^2 - 4 \cdot 2(m^2 - 5)$$

Уравнение имеет единственное решение при $D=0$, т.е.

$$4m^2 - 8(m^2 - 5) = 0; -4m^2 + 40 = 0;$$

$$m^2 = \frac{40}{4} = 10; m = \pm\sqrt{10}.$$

б) Система имеет два решения, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет два решения.

Т.е. при $D > 0$ $D = -4m^2 + 40 > 0$, т.е. $m^2 < 10$, откуда

$$-\sqrt{10} < m < \sqrt{10}.$$

$$306. \text{ а) } \begin{cases} x = -3y - 1, \\ (-3y - 1)^2 + 2y(-3y - 1) + y - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3y - 1, \\ 9y^2 + 6y + 1 - 6y^2 - 2y + y - 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3y - 1, \\ 3y^2 + 5y - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $3y^2 + 5y - 2 = 0$. $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$;

$$y_2 = \frac{-5 + 7}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{-5 - 7}{6} = -2; \quad \begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = 2x - 1, \\ x(2x - 1) - (2x - 1)^2 + 3x + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x^2 - x - 4x^2 + 4x - 1 + 3x + 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1, \\ -2x^2 + 6x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x(x - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 2x + 5(11 - 2x) - (11 - 2x)^2 - 6 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 2x + 55 - 10x - 121 + 44x - 4x^2 - 6 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 11 - 2x, \\ -4x^2 + 36x - 72 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 - 2x \\ x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение

$$x^2 - 9x + 18 = 0; \quad D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 9;$$

$$x_2 = \frac{9 + 3}{2} = 6 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{9 - 3}{2} = 3; \quad \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2(4 + y)^2 - 3y^2 - 5(4 + y) - 2y - 26 = 0, \\ x = 4 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 + 16y + 2y^2 - 3y^2 - 20 - 5y - 2y - 26 = 0, \\ x = 4 + y; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - 9y + 14 = 0, \\ x = 4 + y. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 9y + 14 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 25$;

$$y_2 = \frac{9+5}{2} = 7 \text{ или } y_1 = \frac{9-5}{2} = 2;$$

$$\begin{cases} y_2 = 7, \\ x_2 = 11; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 2, \\ x_1 = 6. \end{cases} \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 11, \\ y_2 = 7. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 4x^2 - 9y^2 + x - 40y = 19, \\ 2x = 3y + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(1,5y + 2,5)^2 - 9y^2 + 1,5y + 2,5 - 40y - 19 = 0, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2 + 30y + 25 - 9y^2 + 1,5y + 2,5 - 40y - 19 = 0, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8,5y = -8,5, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 4, \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 3(y-2)^2 + y^2 + 8(y-2) + 13y - 5 = 0, \\ x = y - 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 12y + 12 + y^2 + 8y - 16 + 13y - 5 = 0, \\ x = y - 2. \end{cases} \begin{cases} 4y^2 + 9y - 9 = 0, \\ x = y - 2. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 + 9y - 9 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-9) = 225$;

$$y_2 = \frac{-9+15}{8} = \frac{3}{4} \text{ или } y_1 = \frac{-9-15}{8} = -3;$$

$$\begin{cases} y_2 = \frac{3}{4}, \\ x_2 = -1\frac{1}{4}. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -3, \\ x_1 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -5, \\ y_1 = -3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -1\frac{1}{4}, \\ y_2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\text{307. а) } \begin{cases} x = y + 4, \\ (y+3)(y+1) - 2y(y+4) - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 4, \\ y^2 + 3y + y + 3 - 2y^2 - 8y - 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 4, \\ -y^2 - 4y = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 4 \\ y(y+4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 0; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 0, \\ y_2 = -4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = x + 1, \\ (2x + 3)(x - 1) - x(x + 1) - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 1, \\ 2x^2 + 3x - 2x - 3 - x^2 - x - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 - 4 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 1 \\ (x + 2)(x - 2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} y = 2x - 5, \\ (x + 1)(2x - 1) - 2x(2x - 5) + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 5, \\ 2x^2 + 2x - x - 1 - 4x^2 + 10x + 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 5, \\ -2x^2 + 11x = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ x(2x - 11) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 5,5, \\ y_2 = 6. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x = 1 - y, \\ -y(y + 5) - y^2 + 12 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - y, \\ -y^2 - 5y - y^2 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - y, \\ -2y^2 - 5y + 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - y \\ 2y^2 + 5y - 12 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение

$$2y^2 + 5y - 12 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 121;$$

$$y_2 = \frac{-5 + 11}{4} = 1,5 \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{-5 - 11}{4} = -4.$$

$$\begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = -4; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -0,5, \\ y_2 = 1,5. \end{cases}$$

$$308. \text{ а) } \begin{cases} \left(-\frac{12}{y}\right)^2 + y^2 = 40, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{144}{y^2} + y^2 - 40 = 0, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 144 + y^4 - 40y^2 = 0 \\ x = -\frac{12}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} y^4 - 40y^2 + 144 = 0, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 40y^2 + 144 = 0$. Обозначим $y^2 = t \Rightarrow$
 $t^2 - 40t + 144 = 0$; $D = (-40)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 144 = 1024$; $t_1 = \frac{40+32}{2} = 36$ или
 $t_2 = \frac{40-32}{2} = 4 \Rightarrow y^2 = 36$ или $y^2 = 4$.

$$\begin{cases} y_1 = 6, & \begin{cases} y_2 = -6, \\ x_2 = 2; \end{cases} & \begin{cases} y_3 = 2, \\ x_3 = -6; \end{cases} & \begin{cases} y_4 = -2, \\ x_4 = 6. \end{cases} & \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 6; \end{cases} & \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -6; \end{cases} \\ \begin{cases} x_3 = -6, \\ y_3 = 2; \end{cases} & \begin{cases} x_4 = 6, \\ y_4 = -2. \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ 3(228 - 2y^2) - 2y^2 - 172 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ 684 - 6y^2 - 2y^2 - 172 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2 \\ -8y^2 + 512 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ y^2 = 64; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8, \\ x^2 = 100 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -8, \\ x^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 10, \\ y_1 = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -10, \\ y_2 = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -10, \\ y_3 = -8; \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = 10, \\ y_4 = -8; \end{cases}$$

$$309. \text{ а) } \begin{cases} x^2 + 3x - 4(2x - x^2 - 5) - 20 = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 8x + 4x^2 + 20 - 20 = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^2 - 5x = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x(x-1) = 0 \\ y = 2x - x^2 - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x = y - y^2 + 1, \\ y^2 + 6x - 2y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3}, \\ y^2 + \frac{6(y - y^2 + 1)}{3} - 2y - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3} \\ y^2 + 2y - 2y^2 + 2 - 2y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3}, \\ y^2 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3}, \\ y_1 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{1}{3}, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$310. \text{ а) } \begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x - y + xy = 13; \end{cases} \begin{cases} 2y = -8, \\ x + y + xy = 5; \end{cases} \begin{cases} y = -4 \\ x - 4 - 4x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -4, \\ x = -3; \end{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = -4. \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} 2x + 2xy + 2y = 20, \\ xy - 2x - 2y = 2; \end{cases} \begin{cases} 3xy = 22, \\ xy - 2x - 2y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{22}{3y}, \\ \frac{22}{3y}y - \frac{2 \cdot 22}{3y} - 2y - 2 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{22}{3y}, \\ 22y - 44 - 6y^2 - 6y = 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{22}{3y} \\ 3y^2 - 8y + 22 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3y^2 - 8y + 22 = 0$;

$D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 22 = -200 < 0$. Нет корней.

311*. а) $(x+y)(x-y) = 0 \Rightarrow x+y = 0$ или $x-y = 0$. Получим две новых системы:

$$1) \begin{cases} x - y = 0, \\ 2x - y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = y, \\ 2y - y = 1; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 0, \\ 2x - y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = -y, \\ -2y - y = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}, \\ y_1 = -\frac{1}{3}; \end{cases}$$

б) $(x-7y)(x+7y) = 0 \Rightarrow x-7y = 0$ или $x+7y = 0$. Получим две новые системы:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ x + 7y = 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ x = -7y; \end{cases} \begin{cases} (-7y)^2 + y^2 = 100; \\ x = -7y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 49y^2 + y^2 = 100 \\ x = -7y \end{cases}$$

Решим первое уравнение: $49y^2 + y^2 = 100$; $50y^2 = 100$; $y^2 = 2$;

$y = \sqrt{2}$ или $y = -\sqrt{2}$.

$$\text{Отсюда } \begin{cases} x_1 = 7\sqrt{2}, \\ y_1 = -\sqrt{2}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -7\sqrt{2}, \\ y_2 = \sqrt{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ x - 7y = 0; \end{cases} \begin{cases} (7y)^2 + y^2 = 100; \\ x = 7y; \end{cases} \begin{cases} 49y^2 + y^2 = 100 \\ x = 7y \end{cases}$$

Из первого уравнения $y = \sqrt{2}$ или $y = -\sqrt{2}$. Откуда

$$\begin{cases} x_3 = -7\sqrt{2}, \\ y_3 = -\sqrt{2}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_4 = 7\sqrt{2}, \\ y_4 = \sqrt{2}. \end{cases}$$

$$в) (x-3)(y-5) = 0 \Rightarrow x-3 = 0 \text{ или } y-5 = 0.$$

Получаем две новые системы:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = 0, \\ y_3 = 5. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y^2 = 16, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y_1 = 4, \\ x_1 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -4, \\ x_2 = 3. \end{cases} \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = -4. \end{cases}$$

г) $x(y+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $y = -1$. Получаем две новые системы:

$$1) \begin{cases} x^2 - y^2 = 50, \\ y = -1; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 51, \\ y = -1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = \sqrt{51}, \\ y_1 = -1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\sqrt{51}, \\ y_2 = -1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 50, \\ x = 0; \end{cases} \begin{cases} -y^2 = 50, \\ x = 0; \end{cases} \text{ - корней нет, т.к. } -y^2 \leq 0 \text{ при всех } y.$$

312. а) Из второго уравнения $y = 2x - 5$; подставим в первое уравне-

$$\text{ние: } \frac{1}{x} + \frac{1}{2x-5} = \frac{1}{6}; \frac{6(2x-5) + 6x - x(2x-5)}{6x(2x-5)} = 0;$$

$$12x - 30 + 6x - 2x^2 + 5x = 0; \left(x \neq 0; x \neq \frac{5}{2} \right); 2x^2 - 23x + 30 = 0;$$

$$D = (-23)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 30 = 289; x = \frac{23 \pm 17}{4}; x_2 = 10; x_1 = \frac{3}{2}.$$

Окончательно:

$$\begin{cases} x_2 = 10, \\ y_2 = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 10, \\ y_2 = 15. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\frac{3}{2}, \\ y_1 = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2}, \\ y_1 = -2. \end{cases}$$

б) Из второго уравнения $x = 14 - 2y$, подставим в первое уравнение:

$$\frac{1}{14-2y} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20}; \frac{1}{2(7-y)} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2 \cdot 10}; \frac{10y - 20(7-y) - y(7-y)}{2 \cdot 10y(7-y)} = 0;$$

$$10y - 140 + 20y - 7y + y^2 = 0; \quad (y \neq 0, y \neq 7); \quad y^2 + 23y - 140 = 0;$$

$$D = 23^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-140) = 1089; \quad y = \frac{-23 \pm 33}{2}; \quad y_2 = 5 \text{ или } y_1 = -28. \text{ Оконча-}$$

$$\text{тельно: } \begin{cases} x_1 = 14 - 2 \cdot (-28), \\ y_1 = -28; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 70, \\ y_1 = -28; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 14 - 2 \cdot 5, \\ y_2 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 5. \end{cases}$$

$$\text{в) Обозначим } \frac{x}{y} = t. \text{ Тогда из второго уравнения: } t + \frac{1}{t} = \frac{25}{12};$$

$$\frac{12t^2 + 12 - 25t}{12t} = 0 \quad (t \neq 0); \quad 12t^2 - 25t + 12 = 0;$$

$$D = (-25)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 49; \quad t = \frac{25 \pm 7}{24}; \quad t_1 = \frac{4}{3} \text{ или } t_2 = \frac{3}{4}.$$

Имеем:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{3}, \\ x + y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y + \frac{4}{3}y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y = 6; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 8, \\ y_1 = 6. \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \\ x + y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{4}y, \\ y + \frac{3}{4}y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{4}y, \\ y = 8; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 8. \end{cases}$$

$$\text{г) Обозначим } \frac{x}{y} = t. \text{ Тогда из второго уравнения: } t - \frac{1}{t} = \frac{5}{6};$$

$$\frac{6t^2 - 6 - 5t}{6t} = 0; \quad 6t^2 - 5t - 6 = 0 \quad (t \neq 0); \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-6) = 169;$$

$$t = \frac{5 \pm 13}{12}; \quad t_1 = \frac{3}{2} \text{ или } t_2 = -\frac{2}{3}. \text{ Имеем:}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = -\frac{2}{3}, \\ x - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ -\frac{2}{3}y - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ -\frac{5}{3}y = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = \frac{4}{5}, \\ y_2 = -\frac{6}{5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{2}, \\ x - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ \frac{3}{2}y - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ \frac{1}{2}y = 2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 4. \end{cases}$$

$$313^*. \text{ Вычтем первое уравнение из второго: } \begin{cases} y^2 + 4y = 12, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x - y = 100. \end{cases}$$

Решим уравнение: $y^2 + 4y - 12 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 64$;

$$y = \frac{-4 \pm 8}{2}, \quad y_2 = -6; y_1 = 2.$$

Имеем:

$$\begin{cases} y = -6, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -6, \\ 3x + 24 = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6, \\ x = -\frac{26}{3}, \\ \left(\frac{26}{3}\right)^2 - 36 + \frac{26}{3} - 6 = 100. \end{cases} \quad \text{Но } \left(\frac{26}{3}\right)^2 + \frac{26}{3} - 42 \neq 100, \text{ значит, } y \neq -6$$

$$\begin{cases} y = 2, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2, \\ x = 2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases}$$

Но $2^2 - 2^2 - 2 + 2 \neq 100$, следовательно, система не имеет решений.

314*. Решим сначала систему:

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ 2x - y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 7, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2x - 2 = 7, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = 9, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 4. \end{cases}$$

У этих двух функций только одна общая точка; если все три графика имеют общие точки, то это должна быть найденная точка. Проверим: $3^2 + 3 \cdot 4 - 4^2 - 4 = 1$. . Значит, существует общая точка для трех графиков.

315*. а) Сложим и вычтем уравнения:

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x = 24, \\ 2y^2 + 2y = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3)(x+4) = 0, \\ (y-2)(y+3) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -4, \\ y_3 = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = -4, \\ y_4 = -3 \end{cases}$$

б) Обозначим $xу$ через t , из первого уравнения: $t^2 + t - 72 = 0$;

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-72)=289; t = \frac{-1 \pm 17}{2}; t_1=-9; t_2=8. \text{ Получаем две системы:}$$

$$1) \begin{cases} xy = -9; \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x(6-x) = -9; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} -x^2 + 6x + 9 = 0; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x - 9 = 0 \\ y = 6-x \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2 - 6x - 9 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 72$;

$$x = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2}; x_2 = 3 + 3\sqrt{2} \text{ или } x_1 = 3 - 3\sqrt{2}; \text{ откуда}$$

$$\begin{cases} x_2 = 3 + 3\sqrt{2}, \\ y_2 = 3 - 3\sqrt{2}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 3 - 3\sqrt{2}, \\ y_1 = 3 + 3\sqrt{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = 8; \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x(6-x) = 8; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} 6x - x^2 = 8 \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 0 \\ y = 6-x \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0; D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4;$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}; x_3=4 \text{ или } x_4=2.$$

$$\begin{cases} x_3 = 4, \\ y_3 = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_4 = 2, \\ y_4 = 4. \end{cases}$$

в) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2 - 2t - 15 = 0$; $t_1=5$, $t_2=-3$.

Получаем две новых системы:

$$1) \begin{cases} x + y = -3; \\ xy = 14; \end{cases} \begin{cases} x = -y - 3; \\ (-y - 3)y - 14 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = -y - 3; \\ y^2 + 3y + 14 = 0; \end{cases} \text{ --- корней нет}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 5; \\ xy = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 5 - y; \\ (5 - y)y - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 5 - y; \\ y^2 - 5y + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 3; \end{cases}$$

г) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2 - 4t - 45 = 0$; $t_1=9$, $t_2=-5$.

Обозначим $x-y=z$. Тогда из второго уравнения: $z^2 - 2z - 3 = 0$; $z_1=3$, $z_2=-1$. Возможны четыре варианта:

$$\begin{cases} x + y = 9; \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x + y = 9; \\ x - y = -1; \end{cases} \begin{cases} x + y = -5; \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x + y = -5; \\ x - y = -1. \end{cases}$$

Окончательно:

$$\begin{cases} x_1 = 6; \\ y_1 = 3; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4; \\ y_2 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -1; \\ y_3 = -4; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -3; \\ y_4 = -2. \end{cases}$$

316*. Найдем коэффициент при x^2 : $-a-2a+b=8$, $b=8+3a$, а коэффициент при x : $2+ab=-2$; $ab=-4$. Получим систему:

$$\begin{cases} b = 8 + 3a, \\ ab = -4; \end{cases} \begin{cases} b = 8 + 3a, \\ a(8 + 3a) = -4; \end{cases} \begin{cases} b = 8 + 3a, \\ 3a^2 + 8a + 4 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение: $3a^2 + 8a + 4 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16$;

$$a = \frac{-8 \pm 4}{6}; \quad a_1 = -2; \quad a_2 = -\frac{2}{3}. \quad \begin{cases} a_1 = -2, \\ b_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} a_2 = -\frac{2}{3}, \\ b_2 = 6. \end{cases}$$

317. Обозначив первое число a , второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} a + b = 5(a - b), \\ a^2 - b^2 = 180; \end{cases} \begin{cases} 6b = 4a, \\ a^2 - b^2 = 180; \end{cases} \begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 - \left(\frac{2}{3}a\right)^2 = 180; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 = \frac{180 \cdot 9}{5}; \end{cases} \begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 = 324; \end{cases} \begin{cases} a = 18, \\ b = \frac{2 \cdot 18}{3}; \end{cases} \begin{cases} a = 18, \\ b = 12. \end{cases}; \quad a = -18 - \text{не удовле-}$$

творяет условию задачи.

Ответ: 18 и 12.

318. Обозначив первое число a , а второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} ab = 15(a + b), \\ a + 2b = 100; \end{cases} \begin{cases} (100 - 2b)b = 15(100 - 2b) + 15b, \\ a = 100 - 2b. \end{cases}$$

Решим уравнение $2b^2 - 115b + 1500 = 0$; $D = 115^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500 = 1225$;

$$b_2 = \frac{115 + 35}{4} = 37,5 \quad \text{или} \quad b_1 = \frac{115 - 35}{4} = 20;$$

$$\begin{cases} b_2 = 37,5, \\ a_2 = 25; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b_1 = 20, \\ a_1 = 60. \end{cases}$$

Ответ: 25 и 37,5 или 60 и 20.

319. Обозначив первое число a , а второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 100, \\ 3a - 2b = 30; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{30 + 2b}{3}\right)^2 - b^2 - 100 = 0, \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 900 + 120b + 4b^2 - 9b^2 - 900 = 0, & \begin{cases} -5b^2 + 120b = 0, \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases} \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases}$$

$$-b(5b - 120) = 0; b_1 = 0 \text{ или } b_2 = 24; \begin{cases} b_1 = 0, \\ a_1 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_2 = 24, \\ a_2 = 26. \end{cases}$$

Ответ: 10 и 0 или 26 и 24.

320. Обозначим первую цифру числа через x , а вторую — y . Тогда число равно $10x + y$; исходя из условия, составим систему:

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y), & \begin{cases} y = 2x, \\ 2x + 10x = 4x^2. \end{cases} & \begin{cases} x^2 - 3x = 0, \\ y = 2x. \end{cases} & \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases} \end{cases}$$

при $x=0$ число не является двузначным, что не удовлетворяет условию.
 Ответ: 36.

321. Обозначив числитель x , а знаменатель y , получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y-1} = 2, & \begin{cases} x^2 = 2(y-1), \\ 4x-4 = y+1; \end{cases} & \begin{cases} x^2 = 2(4x-6), \\ y = 4x-5; \end{cases} & \begin{cases} x^2 - 8x + 12 = 0, \\ y = 4x-5; \end{cases} \\ \frac{x-1}{y+1} = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 8x + 12 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 16$;

$$x_1 = \frac{8+4}{2} = 6 \text{ или } x_2 = \frac{8-4}{2} = 2. \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 19; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 3. \end{cases}$$

Ответ: $\frac{6}{19}$ или $\frac{2}{3}$.

322. Обозначим числитель x , а знаменатель y , получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x+7}{y^2} = \frac{3}{4}, & \begin{cases} y = 2x-6, \\ 4x+28 = 3(2x-6)^2, \end{cases} & \begin{cases} y = 2x-6, \\ 3x^2 - 19x + 20 = 0. \end{cases} \\ \frac{x}{y+6} = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 - 19x + 20 = 0$; $D = (-19)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 121$;

$$x_1 = \frac{19+11}{6} = 5 \text{ или } x_2 = \frac{19-11}{6} = \frac{4}{3} \text{ — не подходит по условию задачи.}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 2 \cdot 5 - 6 = 4. \end{cases}$$

Ответ: $\frac{5}{4}$.

323. Обозначим длины сторон прямоугольника x и y . Тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 15^2 = 225$; и получим систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ 2(x-6) + 2(y-8) = \frac{2(x+y)}{3}; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ x-6 + y-8 = \frac{x+y}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ 3x + 3y - 42 = x + y; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ x + y = 21; \end{cases} \begin{cases} (21-y)^2 + y^2 - 225 = 0, \\ x = 21 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 441 - 42y + y^2 + y^2 - 225 = 0 \\ x = 21 - y \end{cases} \begin{cases} 2y^2 - 42y + 216 = 0, \\ x = 21 - y; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 21y + 108 = 0$; $D = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 108 = 9$;

$$y_2 = \frac{21+3}{2} = 12 \text{ или } y_1 = \frac{21-3}{2} = 9;$$

$$\begin{cases} x_2 = 9, \\ y_2 = 12; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 12, \\ y_1 = 9. \end{cases}$$

Ответ: 9 см и 12 см.

324*. Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй – b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\frac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\frac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} b = 5 + a, \\ \frac{5}{a} + \frac{7,5}{b} = 1, \end{cases} \begin{cases} b = 5 + a, \\ \frac{2}{a} + \frac{3}{a+5} = \frac{2}{5}, \end{cases} \begin{cases} b = 5 + a, \\ 10a + 50 + 15a = 2a^2 + 10a. \end{cases}$$

Решим уравнение:

$$2a^2 - 15a - 50 = 0; D = (-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-50) = 625; a_1 = \frac{15+25}{4} = 10 \text{ или}$$

$$a_2 = \frac{15-25}{4} = -\frac{5}{2} \text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

$$\begin{cases} a = 10, \\ b = 5 + 10 = 15, \end{cases}$$

За 1 ч совместной работы обеих труб будет заполнена $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ бассейна, следовательно, весь бассейн заполнится за 6 ч.

Ответ: 6 ч.

325. Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй — b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\frac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\frac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{2}{a} + 4\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{6}{a} + \frac{4}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{8}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 12, \\ b = 8. \end{cases}$$

Ответ: 12 ч и 8 ч.

326. Обозначим скорость первого поезда x км/ч, а второго — y км/ч. Имеем систему:

$$\begin{cases} x + y = \frac{270}{3}, \\ \frac{270}{x} = \frac{270}{y} + 1\frac{21}{60}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{270}{90 - y} = \frac{270}{y} + \frac{81}{60}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{10}{90 - y} = \frac{10}{y} + \frac{1}{20}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 90 - y, \\ 200y = 18000 - 200y + 90y - y^2; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y \\ y^2 + 310y - 18000 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 310y - 18000 = 0$; $D = 310^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18000) = 168100$;

$$y_1 = \frac{-310 + 410}{2} = 50 \text{ или } y_2 = \frac{-310 - 410}{2} = -360 \text{ — не подходит по}$$

смыслу задачи.
$$\begin{cases} x = 90 - 50 = 40, \\ y = 50. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

327*. Обозначим скорости автомобилей x км/ч и y км/ч. До встречи они двигались $\frac{90}{x+y}$ ч, и первый автомобиль прошел $\frac{90x}{x+y}$ км, а второй

$\frac{90y}{x+y}$ км. Тогда остаток пути, равный $\frac{90y}{x+y}$ км, первый автомобиль про-

шел за $\frac{90y}{x(x+y)}$ ч, а второй — за $\frac{90x}{y(x+y)}$ ч. Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{5}{4} \\ \frac{90x}{y(x+y)} = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{y(x+y)}{90x} \Rightarrow \frac{90}{(x+y)} = \frac{(x+y)}{90} \Rightarrow x+y=90.$$

$$\frac{90y}{x(x+y)} \cdot \frac{y(x+y)}{90x} = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4}, \quad \frac{y^2}{x^2} = \frac{25}{16};$$

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x+y=90, \\ y=\frac{5}{4}x; \end{cases} \begin{cases} x+\frac{5}{4}y=90, \\ y=\frac{5}{4}x; \end{cases} \begin{cases} x=40, \\ y=50. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

328. Обозначим x км/ч — скорость первого туриста, y км/ч — скорость второго. Сначала 6 часов второй турист шел один и прошел расстояние $6y$. Затем они двигались одновременно до места встречи, пройдя $tx+ty$ км, где t — время движения до встречи. От места встречи второй шел 9 ч и прошел 9у км, а первый — 8 ч и прошел 8х км. По условию участок длиной 9у км первый прошел за время $\frac{9y}{x} = t$ часов, а второй за это же время прошел

расстояние $8x-6y$ со скоростью y , имеем уравнение $\frac{9y}{x} = \frac{8x-6y}{y}$. Так как

к моменту встречи второй прошел на 12 км больше, имеем второе уравнение: $8x-9y=12$. Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{9y}{x} = \frac{8x-6y}{y} \\ 8x-9y=12; \end{cases} \begin{cases} \frac{24y}{4+3y} = \frac{12+3y}{y} \\ x = \frac{3(4+3y)}{8}; \end{cases} \begin{cases} 8y^2 = 16+4y+12y+3y^2 \\ x = \frac{12+9y}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y^2 - 16y - 16 = 0 \\ x = \frac{12 + 9y}{8} \end{cases}$$

Решим уравнение: $5y^2 - 16y - 16 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-16) = 576$;

$$y_2 = \frac{16 + 24}{10} = 4 \text{ или } y_1 = \frac{16 - 24}{10} = -0,8 \text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

$$\begin{cases} y = 4, \\ x = 6. \end{cases}$$

Ответ: 6 км/ч и 4 км/ч.

ГЛАВА III. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

§ 7. Арифметическая прогрессия

329. 3; 6; 9; 12; ... $a_1 = 3$; $a_5 = 3 \cdot 5 = 15$; $a_{10} = 3 \cdot 10 = 30$;
 $a_{100} = 3 \cdot 100 = 300$; $a_n = 3n$.

330. -1; 0; -1; 0; -1; 0; -1; 0; $c_{10} = 0$; $c_{25} = -1$; $c_{253} = -1$; $c_{2k} = 0$;
 $c_{2k+1} = -1$.

331. 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100; $a_{20} = 20^2 = 400$;
 $a_{40} = 40^2 = 1600$; $a_n = n^2$.

332. а) a_{100} , a_{201} , a_{n+1} , a_n , a_{n+2} , a_{2n+1}

б) a_{70} , a_{99} , a_{n-3} , a_{n+2} , a_{3n-1}

333. а) x_{32} , x_{33} , x_{34} ; б) x_{n+1} , x_{n+2} , x_{n+3} , x_{n+4} , x_{n+5} ;

в) x_{n-3} , x_{n-2} , x_{n-1} ; г) x_{n-1} , x_n , x_{n+1} .

334. а) $x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$; $x_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$; $x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$;
 $x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$; $x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$; $x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 11$.

б) $x_1 = 1^2 + 1 = 2$; $x_2 = 2^2 + 1 = 5$; $x_3 = 3^2 + 1 = 10$;
 $x_4 = 4^2 + 1 = 17$; $x_5 = 5^2 + 1 = 26$; $x_6 = 6^2 + 1 = 37$.

$$\text{в) } x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}; \quad x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}; \quad x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5};$$

$$x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}; \quad x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}.$$

$$\text{г) } x_1 = (-1)^{1+1} \cdot 2 = 2; \quad x_2 = (-1)^{2+1} \cdot 2 = -2; \quad x_3 = (-1)^{3+1} \cdot 2 = 2;$$

$$x_4 = (-1)^{4+1} \cdot 2 = -2; \quad x_5 = (-1)^{5+1} \cdot 2 = 2; \quad x_6 = (-1)^{6+1} \cdot 2 = -2.$$

$$\text{д) } x_1 = 2^{1-3} = \frac{1}{4}; \quad x_2 = 2^{2-3} = \frac{1}{2}; \quad x_3 = 2^{3-3} = 1; \quad x_4 = 2^{4-3} = 2;$$

$$x_5 = 2^{5-3} = 4; \quad x_6 = 2^{6-3} = 8;$$

$$\text{е) } x_1 = 0,5 \cdot 4^1 = 2; \quad x_2 = 0,5 \cdot 4^2 = 8; \quad x_3 = 0,5 \cdot 4^3 = 32;$$

$$x_4 = 0,5 \cdot 4^4 = 128; \quad x_5 = 0,5 \cdot 4^5 = 512; \quad x_6 = 0,5 \cdot 4^6 = 2048.$$

$$\mathbf{335.} \quad b_5 = 5^2 - 5 = 20; \quad b_{10} = 10^2 - 10 = 90; \quad b_{50} = 50^2 - 50 = 2450.$$

$$\mathbf{336.} \text{ а) } b_{1+1} = b_2 = b_1 + 3 = 10 + 3 = 13;$$

$$b_{2+1} = b_3 = b_2 + 3 = 13 + 3 = 16; \quad b_{3+1} = b_4 = b_3 + 3 = 16 + 3 = 19;$$

$$b_{4+1} = b_5 = b_4 + 3 = 19 + 3 = 22.$$

$$\text{б) } b_2 = b_{1+1} = \frac{b_1}{2} = \frac{20}{2} = 10; \quad b_3 = b_{2+1} = \frac{b_2}{2} = \frac{10}{2} = 5;$$

$$b_4 = b_{3+1} = \frac{b_3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5; \quad b_5 = b_{4+1} = \frac{b_4}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25.$$

$$\mathbf{337.} \text{ а) } a_1 = 1; \quad a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2; \quad a_3 = a_2 + 1 = 2 + 1 = 3;$$

$$a_4 = a_3 + 1 = 3 + 1 = 4; \quad a_5 = a_4 + 1 = 4 + 1 = 5.$$

$$\text{б) } a_1 = 1000; \quad a_2 = a_1 \cdot 0,1 = 1000 \cdot 0,1 = 100; \quad a_3 = a_2 \cdot 0,1 =$$

$$= 100 \cdot 0,1 = 10; \quad a_4 = a_3 \cdot 0,1 = 10 \cdot 0,1 = 1; \quad a_5 = a_4 \cdot 0,1 = 1 \cdot 0,1 = 0,1.$$

$$\text{в) } a_1 = 16; \quad a_2 = -0,5 \cdot a_1 = -0,5 \cdot 16 = -8; \quad a_3 = -0,5 \cdot a_2 =$$

$$= -0,5 \cdot (-8) = 4; \quad a_4 = -0,5 \cdot a_3 = -0,5 \cdot 4 = -2; \quad a_5 = -0,5 \cdot a_4 = -0,5 \cdot (-2) = 1.$$

$$\text{г) } a_1 = 3; \quad a_2 = a_1^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}; \quad a_3 = a_2^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3;$$

$$a_4 = a_3^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}; \quad a_5 = a_4^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3.$$

338. а) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 + 5 = 5 + 5 = 10$; $b_3 = b_2 + 5 = 10 + 5 = 15$;
 $b_4 = b_3 + 5 = 15 + 5 = 20$.

б) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25$; $b_3 = b_2 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$;
 $b_4 = b_3 \cdot 5 = 125 \cdot 5 = 625$.

339. Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (2x)^2 - 45 = 0, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 = 45 \\ y = 2x \end{cases} \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = 2x \end{cases}$$

По условию $x, y > 0$. Значит $x=3, y=6$.

340. а) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow 4t^2 + 4t - 15 = 0$;

$$D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 256; t_1 = \frac{-4 + 16}{8} = 1,5 \text{ или } t_2 = \frac{-4 - 16}{8} = -2,5$$

$$\Rightarrow x^2 = 1,5; \text{ или } x^2 = -2,5 \text{ (нет корней); } x_1 = \sqrt{1,5} \text{ или } x_2 = -\sqrt{1,5}$$

б) Пусть $x^2 = t \Rightarrow 2t^2 - t - 36 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289$;

$$t_1 = \frac{1 + 17}{4} = 4,5 \text{ или } t_2 = \frac{1 - 17}{4} = -4 \Rightarrow x^2 = 4,5; \text{ или } x^2 = -4 \text{ (нет}$$

$$\text{корней). } x_1 = \sqrt{4,5} \text{ или } x_2 = -\sqrt{4,5}$$

341. а) $\frac{1}{2} a^3 b^{-6} \cdot 3 a^{-2} b^5 = \frac{1}{2} \cdot 3 (a^3 \cdot a^{-2}) (b^{-6} \cdot b^5) =$
 $= \frac{3}{2} a^{3-2} \cdot b^{-6+5} = \frac{3}{2} a b^{-1} = \frac{3a}{2b}$

б) $3 a^{-3} b \cdot (4ab)^{-1} = 3 a^{-3} b \cdot 4^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1} = \frac{3}{4} (a^{-3} a^{-1}) (b b^{-1}) = \frac{3}{4} a^{-4}$.

в) $4 a^{-6} b^{10} (2 a^{-2} b^4)^{-2} = 4 a^{-6} b^{10} \cdot 2^{-2} \cdot a^4 \cdot b^{-8} =$
 $= \frac{4}{4} (a^{-6} a^4) (b^{10} b^{-8}) = a^{-6+4} \cdot b^{10-8} = a^{-2} b^2$

г) $\frac{10ab^{-5}}{3^{\frac{1}{3}} a^{-2} b^3} = \frac{10 \cdot 3}{10} (a a^2) (b^{-5} b^{-3}) = 3 a^{1+2} \cdot b^{-5+(-3)} = 3 a^3 b^{-8}$.

342. а) $81 \cdot 3^{-6} = 3^4 \cdot 3^{-6} = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

б) $\frac{(-3^{-3})^3}{-9^{-2}} = \frac{(-3)^{-9}}{-(3)^{-4}} = \frac{3^4}{3^9} = 3^{4-9} = 3^{-5} = \frac{1}{243}$.

$$\text{в)} 9^{-5} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3} = (3^2)^{-5} \cdot (3^{-2})^{-3} = 3^{-10} \cdot 3^6 = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

$$\text{г)} (-3^{-3})^2 \cdot 27^3 = (-3)^{-6} \cdot (3^3)^3 = 3^{-6} \cdot 3^9 = 3^{-6+9} = 3^3 = 27.$$

$$\begin{aligned} \text{343. а)} a_n &= a_1 + d(n-1); a_1 = 10; a_2 = 10 + 4 \cdot (2-1) = 10 + 4 = 14; \\ a_3 &= 10 + 4 \cdot (3-1) = 10 + 8 = 18; a_4 = 10 + 4 \cdot (4-1) = 10 + 12 = 22; \\ a_5 &= 10 + 4 \cdot (5-1) = 10 + 16 = 26. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} a_n &= a_1 + d(n-1); a_1 = 1,7; a_2 = 1,7 - 0,2(2-1) = 1,7 - 0,2 = 1,5; \\ a_3 &= 1,7 - 0,2(3-1) = 1,7 - 0,2(3-1) = 1,7 - 0,4 = 1,3; a_4 = 1,7 - 0,2(4-1) = \\ &= 1,7 - 0,6 = 1,1; a_5 = 1,7 - 0,2(5-1) = 1,7 - 0,8 = 0,9; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} a_n &= a_1 + d(n-1); a_1 = -3,5; a_2 = -3,5 + 0,6(2-1) = -3,5 + 0,6 = \\ &= -2,9; a_3 = -3,5 + 0,6(3-1) = -3,5 + 1,2 = -2,3; a_4 = -3,5 + 0,6(4-1) = \\ &= -3,5 + 1,8 = -1,7; a_5 = -3,5 + 0,6(5-1) = -3,5 + 2,4 = -1,1; \end{aligned}$$

$$\text{344. а)} b_n = b_1 + d(n-1); b_7 = b_1 + d(7-1) = b_1 + 6d.$$

$$\text{б)} b_{26} = b_1 + d(26-1) = b_1 + 25d.$$

$$\text{в)} b_{231} = b_1 + d(231-1) = b_1 + 230d. \quad \text{г)} b_k = b_1 + d(k-1).$$

$$\text{д)} b_{k+5} = b_1 + d(k+5-1) = b_1 + d(k+4). \quad \text{е)} b_{2k} = b_1 + d(2k-1).$$

$$\text{345. а)} c_n = c_1 + d(n-1); c_5 = 20 + 3(5-1) = 20 + 12 = 32.$$

$$\text{б)} c_n = c_1 + d(n-1); c_{21} = 5,8 - 1,5 \cdot (21-1) = 5,8 - 30 = -24,2.$$

$$\text{346. а)} a_n = a_1 + d(n-1); a_{11} = -3 + 0,7(11-1) = -3 + 7 = 4.$$

$$\text{б)} a_n = a_1 + d(n-1); a_{26} = 18 - 0,6(26-1) = 18 - 15 = 3.$$

$$\text{347. а)} a_1 = \frac{1}{3}; a_2 = -1; d = a_2 - a_1 = -1 - \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3};$$

$$a_n = a_1 + d(n-1) = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}(n-1) = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}n + 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}n;$$

$$a_{10} = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} \cdot 9 = \frac{1}{3} - \frac{4 \cdot 9}{3} = -11\frac{2}{3}.$$

$$\text{б)} b_1 = 2,3; b_2 = 1; d = b_2 - b_1 = 1 - 2,3 = -1,3;$$

$$b_n = b_1 + d(n-1) = 2,3 - 1,3(n-1) = 2,3 - 1,3n + 1,3 = 3,6 - 1,3n;$$

$$b_{10} = 2,3 - 1,3 \cdot 9 = 2,3 - 11,7 = -9,4.$$

348. а) $a_1 = -8$; $a_2 = -6,5$; $d = a_2 - a_1 = -6,5 - (-8) = 1,5$;
 $a_n = a_1 + d(n-1) = -8 + 1,5(n-1) = -8 + 1,5n - 1,5 = 1,5n - 9,5$;
 $a_{23} = -8 + 1,5(23-1) = -8 + 33 = 25$.

б) $a_1 = 11$; $a_2 = 7$; $d = a_2 - a_1 = 7 - 11 = -4$;
 $a_n = a_1 + d(n-1) = 11 - 4(n-1) = 11 - 4n + 4 = 15 - 4n$;
 $a_{23} = 15 - 4 \cdot 23 = -77$.

349. $a_1 = 7$; $d = 3$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_8 = 7 + 3(8-1) = 7 + 3 \cdot 7 = 28$.

Ответ: 28 м.

350. Скорость поезда v_{20} в конце 20-й минуты — 21-й член арифметической прогрессии $a_1=0$; $d=50$; $a_n=a_1+d(n-1)$, $a_{21}=0+50 \cdot 20=1000$.

Ответ: 1000 м/мин.

351. Рассмотрим $\triangle OA_1B_1$ и $\triangle OA_nB_n$. $\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OA_nB_n$,

так как $\angle O$ — общий, $OA_n = nOA_1$,

$$OB_n = nOB_1, \Rightarrow \frac{OA_n}{OA_1} = \frac{OB_n}{OB_1}. \text{ Отсюда } \frac{A_nB_n}{A_1B_1} = \frac{OA_n}{OA_1} = n; A_nB_n = nA_1B_1.$$

$$A_5B_5 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ см}; A_{10}B_{10} = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ см}.$$

352. а) $x_n = x_1 + d(n-1)$; $x_1 = x_n - d(n-1)$; $x_1 = x_{30} - d(30-1) = 128 - 4 \cdot 29 = 12$.

б) $x_n = x_1 + d(n-1)$; $x_1 = x_{45} - d(45-1) = -208 - (-7) \cdot 44 = 100$.

353. а) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $d = \frac{y_n - y_1}{n-1}$; $d = \frac{22-10}{5-1} = 3$.

б) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $d = \frac{y_n - y_1}{n-1}$; $d = \frac{-21-28}{15-1} = -\frac{49}{14} = -3,5$

354. а) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $c_1 = c_n - d(n-1)$; $c_1 = 26 - 0,7(36-1) = 1,5$.

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $d = \frac{c_n - c_1}{n-1}$; $d = \frac{1,2 - (-10)}{15-1} = 0,8$.

355. $a_1=5$; $a_9=1$; $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{1-5}{9-1} = -0,5$.

2) $a_2 = a_1 + d(2-1) = 5 - 0,5 \cdot 1 = 4,5$; $a_3 = 5 - 0,5 \cdot 2 = 4$;

$a_4 = 5 - 0,5 \cdot 3 = 3,5$; $a_5 = 5 - 0,5 \cdot 4 = 3$; $a_6 = 5 - 0,5 \cdot 5 = 2,5$;

$a_7 = 5 - 0,5 \cdot 6 = 2$; $a_8 = 5 - 0,5 \cdot 7 = 1,5$.

356. $a_1 = 2,5$; $a_6 = 4$; 1) $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{4 - 2,5}{6-1} = 0,3$.
 2) $a_2 = 2,5 + 0,3(2-1) = 2,5 + 0,3 = 2,8$; $a_3 = 2,5 + 0,3(3-1) = 2,5 + 0,3 \cdot 2 = 3,1$;
 $a_4 = 2,5 + 0,3 \cdot 3 = 3,4$; $a_5 = 2,5 + 0,3 \cdot 4 = 3,7$.

357. а) $c_n = c_1 + d(n-1)$;
 $\begin{cases} c_1 + 4d = 27 \\ c_1 + 26d = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -22d = -33 \\ c_1 + 4d = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1,5 \\ c_1 = 27 - 4 \cdot 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1,5 \\ c_1 = 21 \end{cases}$.

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$;
 $\begin{cases} c_1 + 19d = 0 \\ c_1 + 65d = -92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -46d = 92 \\ c_1 + 19d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = -19 \cdot (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = 38 \end{cases}$.

358. $x_n = x_1 + d(n-1)$;
 $\begin{cases} x_1 + 15d = -7 \\ x_1 + 25d = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10d = 62 \\ x_1 + 15d = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 6,2 \\ x_1 = -7 - 15 \cdot 6,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 6,2 \\ x_1 = -100 \end{cases}$.

359. $a_1=2$; $a_2=9 \Rightarrow d=a_2-a_1=9-2=7$; $a_n=a_1+d(n-1)=2+7(n-1)=-5+7n$.
 а) $156=-5+7n$; $n=23$. Значит $a_{23}=156$.

б) $295=-5+7n$; $n=42 \frac{6}{7} \notin N$. Значит $295 \notin (a_n)$.

360. $a_n=a_1+d(n-1)=32-1,5(n-1)=32-1,5n+1,5=33,5-1,5n$.

а) $0=33,5-1,5n$; $n=22 \frac{1}{3} \notin N \Rightarrow 0 \notin (a_n)$;

б) $-28=33,5-1,5n$; $n=41$. Значит $a_{41}=-28$.

361. $x_1=8,7$; $d=-0,3$; $x_n=x_1+d(n-1)$; $x_n=8,7-0,3(n-1)=8,7-0,3n+0,3=9-0,3n$;

а) $9-0,3n \geq 0$; $n \leq 30$. б) $9-0,3n < 0$; $n > 30$.

362. $a_1=-20,3$; $a_2=-18,7$; $d=a_2-a_1=-18,7+20,3=1,6$;

$a_n=a_1+d(n-1)=-20,3+1,6n-1,6=1,6n-21,9$; $1,6n-21,9 < 0$; $1,6n < 21,9$; $n < \frac{219}{16}$;

$n \leq 13$; $a_{14}=a_1+d(n-1)=-20,3+1,6 \cdot 13=0,5$.

363. а) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а, следовательно, является арифметической прогрессией. $d = k = 3$; $a_1 = 3 \cdot 1 + 1 = 4$.

б) $a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-5-n^2+5=2n+1$, т.е. разность между соседними членами прогрессии зависит от n , а значит (a_n) — не является арифметической прогрессией.

в) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d = k = 1$; $a_1 = 1 + 4 = 5$.

$$\text{г) } a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+4} = -\frac{1}{(n+5)(n+4)}, \text{ т.е. разность между сосед-$$

ними членами прогрессии зависит от n , а значит (a_n) — не арифметическая прогрессия.

д) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d = k = -0,5$; $a_1 = -0,5 \cdot 1 + 1 = 0,5$.

е) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d = k = 6$; $a_1 = 6 \cdot 1 = 6$.

364. Каждый выпуклый $(n+1)$ -угольник получается из n -угольника добавлением треугольника с суммой углов, равной 180° ; следовательно, $S_{n+1} - S_n = 180^\circ$, т.е. последовательность S_n является арифметической прогрессией с разностью $d=180^\circ$.

$$365. \begin{cases} 3x + y = 2, & \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 - (-3x + 2)^2 + 12 = 0; \end{cases} \\ x^2 - y^2 = -12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 2, & \begin{cases} y = -3x + 2, \\ -8x^2 + 12x + 8 = 0 \end{cases} \\ x^2 - 9x^2 + 12x - 4 + 12 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 3x - 2 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$;

$$x_1 = \frac{3+5}{4} = 2 \text{ или } x_2 = \frac{3-5}{4} = -0,5; \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = -4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -0,5, \\ y_2 = 3,5. \end{cases}$$

366. а) $x(x^2+4x-32)=0$; $x_1=0$ или $x^2+4x-32=0$; $D=16-4\cdot(-32)=144$;
 $x_2 = \frac{-4+12}{2} = 4$ или $x_3 = \frac{-4-12}{2} = -8$.
 б) $x^2(x-10)+4(x-10)=0$; $(x-10)(x^2+4)=0$; $x=10$ ($x^2+4=0$ — нет корней).

367. а) $2(x-0,5)(x+8)>0$; $(x-0,5)(x+8)>0$; $(-\infty; -8) \cup (0,5; \infty)$.



б) $-2(x-33)(x+8)\leq 0$; $(x-33)(x+8)\geq 0$; $(-\infty; -8] \cup [33; \infty)$.



368. а) $125^{-1} \cdot 25^2 = (5^3)^{-1} \cdot (5^2)^2 = 5^{-3} \cdot 5^4 = 5^1 = 5$.

б) $0,0001 \cdot (10^3)^2 \cdot (0,1)^{-2} = 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot (10^{-1})^{-2} = 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 10^2 = 10^4 = 10000$.

в) $\frac{16^{-3} 4^5}{8} = \frac{(2^4)^{-3} (2^2)^5}{2^3} = \frac{2^{-12} 2^{10}}{2^3} = 2^{-12} 2^{10} 2^{-3} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

г) $9^4 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{-3} \cdot 81^{-4} = (3^2)^4 \cdot (3^{-3})^{-3} \cdot (3^4)^{-4} = 3^8 \cdot 3^9 \cdot 3^{-16} = 3$.

369. $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$;

а) $S_{60} = \frac{(3 + 57) \cdot 60}{2} = \frac{60 \cdot 60}{2} = 1800$

б) $S_{60} = \frac{(-10,5 + 51,5) \cdot 60}{2} = \frac{41 \cdot 60}{2} = 1230$

370. $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

а) $a_1 = -23$; $a_2 = -20$; $d = -20 + 23 = 3$;

$S_8 = \frac{2 \cdot (-23) + 3 \cdot (8-1)}{2} \cdot 8 = -100$.

б) $a_1 = 14,2$; $a_2 = 9,6$; $d = 9,6 - 14,2 = -4,6$; $S_8 = \frac{2 \cdot 14,2 - 4,6 \cdot (8-1)}{2} \cdot 8 = -15,2$

371. $S_n = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

а) $S_9 = \frac{2 \cdot (-17) + 6 \cdot (9-1)}{2} \cdot 9 = 63$.

б) $S_9 = \frac{2 \cdot 6,4 + 0,8 \cdot (9-1)}{2} \cdot 9 = 86,4$.

$$372. S_n = \frac{(x_1 + x_n)}{2} \cdot n;$$

$$\text{a) } x_1 = 4 \cdot 1 + 2 = 6; x_n = 4n + 2; S_n = \frac{6 + 4n + 2}{2} \cdot n = (4 + 2n)n = 2n(2 + n)$$

$$S_{50} = 2 \cdot 50(2 + 50) = 5200; S_{100} = 2 \cdot 100(2 + 100) = 20400.$$

$$\text{б) } x_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5; x_n = 2n + 3; S_n = \frac{5 + 2n + 3}{2} \cdot n = (n + 4)n; S_{50} = 50(50 + 4) = 2700;$$

$$S_{100} = 100(100 + 4) = 10400.$$

$$373. a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5; a_{20} = 3 \cdot 20 + 2 = 62; S_{20} = \frac{5 + 62}{2} \cdot 20 = 670.$$

$$374. \text{ a) } a_1 = 2; a_n = 2n; S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(2 + 2n)n}{2} = \frac{2n(n+1)}{2} = (n+1)n.$$

$$\text{б) } a_1 = 1; a_n = 2n - 1; S_n = \frac{(1 + 2n - 1) \cdot n}{2} = \frac{2n \cdot n}{2} = n^2.$$

$$375. \text{ a) } a_1 = 1; a_{150} = 150; n = 150; S_{150} = \frac{(150 + 1) \cdot 150}{2} = 11325.$$

$$\text{б) } 20 \leq n \leq 120; a_1 = 20; a_{101} = 120; n = 101$$

$$S_{101} = \frac{(a_1 + a_{101}) \cdot 101}{2} = \frac{(20 + 120) \cdot 101}{2} = 7070.$$

$$\text{в) } a_n = 4n; 4n \leq 300; n \leq 75; a_1 = 4; a_{75} = 4 \cdot 75 = 300; S_{75} = \frac{(4 + 300) \cdot 75}{2} = 11400.$$

$$\text{г) } a_n = 7n; 7n \leq 130; n \leq 18 \frac{4}{7}; n = 18; a_1 = 7; a_{18} = 7 \cdot 18 = 126;$$

$$S_{18} = \frac{(7 + 126) \cdot 18}{2} = 1197.$$

$$376. a_1 = 10; d = 3; a_n = a_1 + d(n-1); a_{15} = 10 + 3(15-1) = 52; a_{30} = 10 + 3(30-1) = 97;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; S = \frac{(a_{15} + a_{30})16}{2} = \frac{(52 + 97)16}{2} = 1192.$$

$$377. a_1 = 21; d = -0,5; a_n = a_1 + d(n-1); a_6 = 21 - 0,5(6-1) = 18,5; a_{25} = 21 - 0,5(25-1) = 9;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}; S = \frac{(a_6 + a_{25}) \cdot 20}{2} = \frac{(18,5 + 9) \cdot 20}{2} = 275.$$

$$378. 1) c_n = c_1 + d(n-1);$$

$$\begin{cases} c_1 + 6d = 18,5, \\ c_1 + 16d = -26,5; \end{cases} \begin{cases} 10d = -45, \\ c_1 + 6d = 18,5; \end{cases} \begin{cases} d = -4,5, \\ c_1 = 18,5 - 6 \cdot (-4,5); \end{cases} \begin{cases} d = -4,5, \\ c_1 = 45,5. \end{cases}$$

$$2) S_n = \frac{2c_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{20} = \frac{2 \cdot 45,5 - 4,5(20-1)}{2} \cdot 20 = 55.$$

$$379. 1) b_n = b_1 + d(n-1); b_1 = 4,2; b_{10} = 15,9;$$

$$d = \frac{b_n - b_1}{n-1}; d = \frac{15,9 - 4,2}{10-1} = 1,3$$

$$2) S_n = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{15} = \frac{2 \cdot 4,2 + 1,3 \cdot (15-1)}{2} \cdot 15 = 199,5$$

380. Последовательность $h_n = h(n)$ пройденных за n секунд расстояний по условию — арифметическая прогрессия с $h_1 = 4,9$ и $d = 9,8$. Значит,

$$H_5 = \frac{2h_1 + d(5-1)}{2} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 4,9 + 9,8 \cdot 4}{2} \cdot 5 = 122,5.$$

Ответ: 122,5 м.

$$381. а) h(7) = h_7 = 4,9 + 6 \cdot 9,8 = 13 \cdot 4,9 = 63,7 \text{ (м).}$$

б) За 7 секунд тело пройдет расстояние

$$H = S_7 = \frac{h_1 + h_7}{2} \cdot 7 = \frac{4,9 + 63,7}{2} \cdot 7 = 68,6 \cdot 3,5 = 240,1 \text{ (м).}$$

Ответ: 63,7 м; 240,1 м

382. Количество шаров в каждом ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 1$ и разностью $d = 1$. Число шаров в

треугольнике из n рядов равно $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$. Поэтому

$$120 = \frac{2 \cdot 1 + 1(n-1)}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}, \Rightarrow n(n+1) = 240; n^2 + n - 240 = 0; D = 1^2 -$$

$$-4 \cdot 1(-240) = 961; n = \frac{-1 + 31}{2} = 16 \text{ (} n > 0 \text{)}; S_{30} = \frac{2 + 29}{2} \cdot 30 = 15 \cdot 31 = 465 \text{ (шаров).}$$

$$383. a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 8, \\ a_1 + 10d = 12,8; \end{cases} \begin{cases} 4d = 4,8, \\ a_1 + 6d = 8; \end{cases} \begin{cases} d = 1,2, \\ a_1 = 8 - 6 \cdot 1,2; \end{cases} \begin{cases} d = 1,2, \\ a = 0,8; \end{cases}$$

$$384. a_1 = 20,7; a_2 = 18,3; d = a_2 - a_1 = 18,3 - 20,7 = -2,4; a_n = a_1 + d(n-1) = 20,7 - 2,4n + 2,4 = 23,1 - 2,4n; a_n = 23,1 - 2,4n; n = \frac{23,1 - a_n}{2,4}$$

$$а) n = \frac{23,1 - (-1,3)}{2,4} = 3,7 \text{ — не целое число, т.е. } -1,3 \notin a_n.$$

$$б) \frac{23,1 - (-3,3)}{2,4} = 11, \text{ т.е. } a_n = -3,3.$$

$$385. \text{ а) } \begin{cases} 9x^2 + 9 \cdot \left(\frac{2}{3x}\right)^2 = 13, \\ y = \frac{2}{3x}; \end{cases} \quad \text{. Решим уравнение } 9x^2 + \frac{4}{x^2} - 13 = 0;$$

$$9x^4 - 13x^2 + 4 = 0; \text{ пусть } x^2 = t \Rightarrow 9t^2 - 13t + 4 = 0; D = (-13)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 25;$$

$$t = \frac{13+5}{18} = 1 \text{ или } t = \frac{13-5}{18} = \frac{4}{9}; x^2 = 1 \text{ или } x^2 = \frac{4}{9}; x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = \frac{2}{3}; x_4 = -\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} x_1 = 1, & \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_1 = \frac{2}{3} \end{cases} & \begin{cases} x_3 = \frac{2}{3}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -\frac{2}{3}, \\ y_3 = 1 \end{cases} & \begin{cases} y_4 = -1. \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 9 + 4x^2 = 29, \\ y^2 = 9 + 4x^2; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 = 20, \\ y^2 = 9 + 4x^2; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 4, \\ y^2 = 9 + 4x^2; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 4, \\ y^2 = 25; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y^2 = 25 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -2, \\ y^2 = 25; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 5 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -2, \\ y_3 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -2, \\ y_4 = -5. \end{cases}$$

$$386. \text{ а) } 5^n \cdot 25 = 5^n \cdot 5^2 = 5^{n+2}.$$

$$\text{б) } 625 \cdot 25^n = 5^4 \cdot 5^{2n} = 5^{4+2n}.$$

§ 8. Геометрическая прогрессия

$$387. b_{n+1} = b_n q;$$

$$\text{а) } b_1 = 6; b_2 = 6 \cdot 2 = 12; b_3 = 12 \cdot 2 = 24; b_4 = 24 \cdot 2 = 48; b_5 = 48 \cdot 2 = 96.$$

$$\text{б) } b_1 = -16; b_2 = -16 \cdot \frac{1}{2} = -8; b_3 = -8 \cdot \frac{1}{2} = -4; b_4 = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2; b_5 = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1.$$

$$\text{в) } b_1 = -24; b_2 = -24 \cdot (-1,5) = 36; b_3 = 36 \cdot (-1,5) = -54; b_4 = -54 \cdot (-1,5) = 81; b_5 = 81 \cdot (-1,5) = -121,5$$

$$\text{г) } b_1 = 0,4; b_2 = 0,4 \cdot \sqrt{2}; b_3 = 0,4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 0,8; b_4 = 0,8 \cdot \sqrt{2};$$

$$b_5 = 0,8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1,6.$$

$$388. c_n = c_1 q^{n-1};$$

$$\text{а) } c_6 = c_1 q^{6-1} = c_1 q^5$$

$$\text{в) } c_{125} = c_1 q^{125-1} = c_1 q^{124}$$

$$\text{д) } c_{k+3} = c_1 q^{k+3-1} = c_1 q^{k+2}$$

$$\text{б) } c_{20} = c_1 q^{20-1} = c_1 q^{19}$$

$$\text{г) } c_k = c_1 q^{k-1}$$

$$\text{е) } c_{2k} = c_1 q^{2k-1}$$

$$389. x_n = x_1 q^{n-1};$$

$$\text{а) } x_7 = x_1 q^{7-1} = x_1 q^6 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } x_8 = x_1 q^{8-1} = x_1 q^7 = -810 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = -10 \cdot 3^4 \cdot 3^{-7} = \frac{-10}{3^3} = -\frac{10}{27}.$$

$$\text{в) } x_{10} = x_1 q^{10-1} = x_1 q^9 = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})^9 = -(\sqrt{2})^{10} = -2^5 = -32.$$

$$\text{г) } x_6 = x_1 q^{6-1} = x_1 q^5 = 125 \cdot 0,2^5 = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5^3 \cdot 5^{-5} = 5^{-2} = \frac{1}{25}.$$

$$390. b_n = b_1 q^{n-1};$$

$$\text{а) } b_5 = b_1 q^{5-1} = b_1 q^4 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 81} = \frac{4}{27}.$$

$$\text{б) } b_4 = b_1 q^{4-1} = b_1 q^3 = 1,8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 1,8 \cdot 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1,8 \cdot 3}{27} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

$$391. \text{ а) } x_1 = 2; x_2 = -6; q = -\frac{6}{2} = -3; x_n = x_1 q^{n-1} = 2 \cdot (-3)^{n-1}; x_7 = 2 \cdot (-3)^6 = 2 \cdot 729 = 1458.$$

$$\text{б) } x_1 = -40; x_2 = -20; q = \frac{-20}{-40} = \frac{1}{2}; x_n = (-40) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; x_7 = -40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -\frac{40}{64} = -\frac{5}{8}.$$

$$\text{в) } x_1 = -0,125; x_2 = 0,25; q = \frac{0,25}{-0,125} = -2; x_n = -0,125 \cdot (-2)^{n-1}$$

$$x_7 = -0,125 \cdot (-2)^6 = -0,125 \cdot 64 = -8.$$

$$\text{г) } x_1 = -10; x_2 = 10; \Rightarrow q = \frac{10}{-10} = -1; x_n = (-10) \cdot (-1)^{n-1} = (-1)^n \cdot 10;$$

$$x_7 = (-1)^7 \cdot 10 = -10.$$

$$392. \text{ а) } x_1 = 48; x_2 = 12; q = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}; x_n = x_1 q^{n-1}; x_6 = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{3}{64}; x_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}.$$

$$\text{б) } x_1 = \frac{64}{9}; x_2 = -\frac{32}{3}; q = -\frac{32 \cdot 9}{3 \cdot 64} = -\frac{3}{2};$$

$$x_6 = x_1 q^5 = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^5 = -\frac{64 \cdot 243}{9 \cdot 32} = -54; x_n = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}.$$

$$\text{в) } x_1 = -0,001; x_2 = -0,01; q = \frac{-0,01}{-0,001} = 10;$$

$$x_6 = x_1 q^5 = -10^{-3} \cdot 10^5 = -10^2 = -100; x_n = -10^{-3} \cdot 10^{n-1}.$$

$$\text{г) } x_1 = -100; x_2 = 10; q = \frac{10}{-100} = -\frac{1}{10};$$

$$x_6 = x_1 q^5 = -100 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^5 = 10^2 \cdot 10^{-5} = 10^{-3} = 0,001; x_n = x_1 q^{n-1} = -10^2 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

393. $\Delta A_{n+1}BC_{n+1} \sim \Delta A_nBC_n$. Это значит, что площади треугольников составляют геометрическую прогрессию (S_n) со знаменателем $q = \frac{1}{4}$, откуда

$$S_9 = S_1 \left(\frac{1}{4}\right)^9; S_9 = \frac{768}{4^9} = \frac{3 \cdot 4^4}{4^9} = \frac{3}{4^5} = \frac{3}{1024} \text{ см}^2.$$

$$394. \text{ а) } b_n = b_1 q^{n-1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}}; b_1 = \frac{3}{3^5} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

$$\text{б) } b_n = b_1 q^{n-1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}} = \frac{17 \frac{1}{2}}{\left(-2 \frac{1}{2}\right)^4} = \frac{56}{125}.$$

$$395. \text{ а) } c_n = c_1 q^{n-1}; c_5 = c_1 \cdot q^{5-1} = c_1 \cdot q^4; c_7 = c_1 \cdot q^6; \frac{c_7}{c_5} = \frac{c_1 q^6}{c_1 q^4} = q^2 = \frac{-54}{-6} = 9;$$

$$q=3 \text{ или } q=-3. \text{ б) } c_6 = c_1 q^5; c_8 = c_1 q^7; \frac{c_8}{c_6} = \frac{c_1 q^7}{c_1 q^5} = q^2 = \frac{9}{25}; q = \frac{3}{5} \text{ или } q = -\frac{3}{5}.$$

$$396. \text{ а) } x_n = x_1 q^{n-1}; x_1 = \frac{x_n}{q^{n-1}}; x_1 = \frac{0,32}{(0,2)^5} = 0,32 \cdot 5^5 = 1000.$$

$$\text{б) } x_n = x_1 q^{n-1}; \frac{x_5}{x_3} = \frac{x_1 q^4}{x_1 q^2} = q^2 = \frac{-18}{-162} = \frac{1}{9}; q_1 = \frac{1}{3} \text{ или } q_2 = -\frac{1}{3}.$$

$$397. \text{ а) 1) } b_3 = b_1 q^2; q^2 = \frac{5}{125} = \frac{1}{25}; q = \frac{1}{5} \text{ или } -\frac{1}{5}.$$

$$2) b_6 = b_1 q^5; b_6 = 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{125}{3125} = \frac{1}{25} \text{ или } b_6 = 125 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^5 = -\frac{125}{3125} = -\frac{1}{25}.$$

$$\text{б) 1) } b_3 = b_1 q^2; q^2 = \frac{-2}{-9} = 9; q = 3 \text{ или } q = -3;$$

$$2) b_7 = b_1 q^6; b_7 = -\frac{2}{9} \cdot 3^6 = -162 \text{ или } b_7 = -\frac{2}{9} \cdot (-3)^6 = -162.$$

$$\text{в) 1) } b_4 = b_1 q^3; b_6 = b_1 q^5; \frac{b_6}{b_4} = \frac{b_1 q^5}{b_1 q^3} = q^2; q^2 = \frac{-100}{-1} = 100; q = 10 \text{ или } q = -10.$$

$$2) b_4 = b_1 q^3; b_1 = \frac{b_4}{q^3}; b_1 = \frac{-1}{10^3} = -0,001, \text{ или } b_1 = \frac{-1}{(-10)^3} = 0,001.$$

398. $b_1=2; b_5=162$.

1) $b_n=b_1q^{n-1}; b_5=2 \cdot q^{5-1}=2 \cdot q^4=162 \Rightarrow q^4=\frac{162}{2}=81; q=3$ или $q=-3$;

2) При $q=3$, то $b_2=b_1q=2 \cdot 3=6; b_3=b_1q^2=2 \cdot 3^2=18; b_4=b_1q^3=2 \cdot 3^3=54$;

3) При $q=-3$, то $b_2=b_1q=2 \cdot (-3)=-6; b_3=b_1q^2=2 \cdot (-3)^2=18; b_4=b_1q^3=2 \cdot (-3)^3=-54$.

399. $a=2 \cdot q; b=2 \cdot q^2; \frac{1}{4}=2 \cdot q^3 \Rightarrow q^3=\frac{1}{8} \Rightarrow q=\frac{1}{2}$

$$a=2 \cdot \frac{1}{2}=1; b=2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}.$$

400. $b_2=b_1 \cdot q=6; b_4=b_1 \cdot q^3=24 \Rightarrow q^2=4; q_1=2; q_2=-2$

1) при $q=2$ $b_6=b_4 \cdot q^2=24 \cdot 4=96$

2) при $q=-2$ $b_6=b_4 \cdot q^2=24 \cdot 4=96$.

401. Ежегодно сумма вклада возрастает на 90%, т.е. в 1,9 раза. Следовательно, через 3 года она возрастет в $(1,9)^3$ раза. $S_3=800 \cdot (1,9)^3=5487,2$ р.

402. В равностороннем треугольнике со стороной a_n высота равна

$$h_n=\frac{a_n \sqrt{3}}{2}; \text{ следовательно, } p_{n+1}=3h_n=\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3a_n=\frac{\sqrt{3}}{2} p_n, \text{ т.е. периметры тре-}$$

угольников образуют геометрическую прогрессию со знаменателем

$$q=\frac{\sqrt{3}}{2}. p_6=p_1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5=\frac{9\sqrt{3}}{2^5} p_1; p_1=3 \cdot 8=24.$$

$$\text{Значит } p_6=24 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2^5}=3 \cdot 2^3 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2^5}=\frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ см.}$$

403. Так как стороны каждого следующего треугольника являются средними линиями для предыдущего, то $a_{n+1}=\frac{1}{2} a_n, p_{n+1}=3a_n=3 \cdot \frac{1}{2} a_n=\frac{1}{2} p_n$, т.е. периметры треугольников являются членами геометрической прогрессии со знаменателем $q=\frac{1}{2}$.

$$p_8=\left(\frac{1}{2}\right)^7 p_1; p_1=3 \cdot 16; p_8=\frac{1}{2^7} \cdot 3 \cdot 2^4=\frac{48}{128}=\frac{3}{8} \text{ см.}$$

404. 1) $a_1=-45,6; a_n=a_1+d(n-1); d=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{2-(-45,6)}{15-1}=\frac{47,6}{14}=3,4$.

2) $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2} \cdot n; S_{50}=\frac{2 \cdot (-45,6)+3,4 \cdot 49}{2} \cdot 50=1885$.

405. а) $3^{2n} \cdot 9^{n-1} = 3^{2n} \cdot (3^2)^{n-1} = 3^{2n} \cdot 3^{2n-2} = 3^{2n-(2n-2)} = 3^2 = 9$.
 б) $4^n \cdot 2^{6-2n} = (2^2)^n \cdot 2^{6-2n} = 2^{2n} \cdot 2^{6-2n} = 2^{2n+6-2n} = 2^6 = 64$.
 в) $16 \cdot 4^{1+2n} \cdot 8^n = 2^4 \cdot (2^2)^{1+2n} \cdot (2^3)^n = 2^4 \cdot 2^{2+4n} \cdot 2^{3n} = 2^{4+2+4n+3n} = 2^{2-n}$.

406.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 30, \\ x + y = 5; \end{cases} \begin{cases} (5-y)^2 - y^2 - 30 = 0, \\ x = 5-y; \end{cases} \begin{cases} 25 - 10y + y^2 - y^2 - 30 = 0, \\ x = 5-y; \end{cases}$$

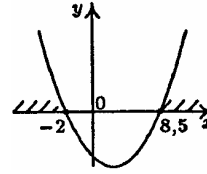
$$\begin{cases} -10y = 5, \\ x = 5-y; \end{cases} \begin{cases} y = -0,5, \\ x = 5 - (-0,5); \end{cases} \begin{cases} y = -0,5, \\ x = 5,5; \end{cases} \begin{cases} x = 5,5, \\ y = -0,5. \end{cases}$$

407. а) 1) График функции $y=2x^2-13x-34$ – парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-13x-34=0$; $D=(-13)^2-4 \cdot 2 \cdot (-34)=441$; $x_1=\frac{13+21}{4}=8,5$; $x_2=\frac{13-21}{4}=-2$.

3) $(-\infty; -2] \cup [8,5; +\infty)$.

б) $2x(5-2x) < 0$; $x(x-2,5) > 0$; $(-\infty; 0) \cup (2,5; +\infty)$.



408. $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$;

а) $S_5 = \frac{8 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{8 \cdot \left(\frac{1}{32} - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = -16 \left(\frac{1}{32} - 1\right) = 16 - \frac{1}{2} = 15 \frac{1}{2}$.

б) $S_5 = \frac{500 \cdot \left(\left(\frac{1}{5}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{5} - 1} = \frac{500 \cdot \left(\frac{1}{3125} - 1\right)}{-\frac{4}{5}} = \frac{3124}{5} = 624,8$.

409. а) $b_1=3$; $b_2=-6$; $q = \frac{-6}{3} = -2$; $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$;

$S_5 = \frac{3 \cdot \left((-2)^6 - 1\right)}{-2 - 1} = \frac{3 \cdot (64 - 1)}{-3} = -63$.

б) $b_1=54$; $b_2=36$; $q = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$;

$S_6 = \frac{54 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^6 - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{54 \cdot \left(\frac{64}{729} - 1\right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{665 \cdot 54 \cdot 3}{729 \cdot 1} = \frac{1330}{9} = 147 \frac{7}{9}$.

$$\text{в) } b_1 = -32; b_2 = -16; q = \frac{-16}{-32} = \frac{1}{2};$$

$$S_6 = \frac{-32 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = 64 \left(\frac{1}{64} - 1 \right) = 1 - 64 = -63.$$

$$\text{г) } b_1 = 1; b_2 = \frac{1}{2}; q = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}; S_6 = \frac{1 \cdot \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^6 - 1 \right)}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{2 \left(\frac{1}{64} - 1 \right)}{-3} = \frac{21}{32}.$$

$$410. S_n = \frac{c_1(q^n - 1)}{q - 1}; \text{ а) } S_9 = \frac{-4 \cdot (3^9 - 1)}{3 - 1} = -39364. \text{ б) } S_9 = \frac{1 \cdot \left((-2^9) - 1 \right)}{-2 - 1} = 171.$$

$$411. \text{ а) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{0,2 \cdot 5^{n+1}}{0,2 \cdot 5^n} = 5. \text{ Значит } (b_n) \text{ — геометрическая прогрессия}$$

$$\text{со знаменателем } q=5. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{0,2 \cdot 5 \cdot (5^n - 1)}{5 - 1} = \frac{5^n - 1}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3 \cdot 2^n}{3 \cdot 2^{n-1}} = 2. \text{ Значит } (b_n) \text{ — геометрическая прогрессия со зна-}$$

$$\text{менателем } q=2. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3 \cdot 2^0 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 3(2^n - 1).$$

$$\text{в) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3^{n+2}}{3^{n+1}} = 3.$$

Значит (b_n) — геометрическая прогрессия со знаменателем $q=3$.

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3^2 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{9}{2}(3^n - 1).$$

$$412. \text{ а) } b_1 = 1; b_2 = 3; q = \frac{3}{1} = 3; S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3^n - 1}{2}.$$

$$\text{б) } b_1 = 2; b_2 = 4; q = \frac{4}{2} = 2; S_n = \frac{2 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 2 \cdot (2^n - 1).$$

$$\text{в) } b_1 = \frac{1}{2}; b_2 = -\frac{1}{4}; q = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}; S_n = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right)}{-\frac{1}{2} - 1} = -\frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1}{3}.$$

$$\text{r) } b_1=1; b_2=-x; q=\frac{-x}{1}=-x; S_n=\frac{1 \cdot ((-x)^n - 1)}{-x-1} = -\frac{(-x)^n - 1}{x+1}.$$

$$\text{a) } b_1=1; b_2=x^2; q=\frac{x^2}{1}=x^2; S_n=\frac{1(x^{2n} - 1)}{x^2 - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$\text{e) } b_1=1; b_2=-x^3; q=\frac{-x^3}{1}=-x^3; S_n=\frac{1 \cdot ((-x^3)^n - 1)}{-x^3 - 1} = -\frac{(-x^3)^n - 1}{x^3 + 1}.$$

$$413. \text{ a) } b_7=b_1q^6; b_1=\frac{b_7}{q^6}=\frac{72,9}{1,5^6}=6,4; S_7=\frac{6,4 \cdot (1,5^7 - 1)}{1,5 - 1} = \frac{102,95}{0,5} = 205,9.$$

$$\text{б) } b_5=b_1q^4; b_1=\frac{b_5}{q^4}=\frac{16}{9}:\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16 \cdot 34}{9 \cdot 24}=9;$$

$$S_7=\frac{9 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^7 - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{9 \cdot \left(\frac{128}{2187} - 1\right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{2059}{81} = 25\frac{34}{81}.$$

$$414. \text{ a) } x_5=x_1q^4; x_1=\frac{x_5}{q^4}=\frac{\frac{10}{9}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4}=\frac{10 \cdot 81}{9}=90;$$

$$S_5=\frac{90 \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{90 \cdot 242 \cdot 3}{2 \cdot 243} = 134\frac{4}{9}.$$

$$\text{б) } x_4=x_1q^3; x_1=\frac{x_4}{q^3}=\frac{121,5}{(-3)^3}=-4,5; S_5=\frac{-4,5 \cdot ((-3)^5 - 1)}{-3 - 1} = -\frac{9 \cdot 244}{4 \cdot 2} = -274,5.$$

415. $b_1=1; b_5=162; b_5=b_1q^4; q^4=\frac{b_5}{b_1}=\frac{162}{2}=81 \Rightarrow q=3$ или $q=-3$; но $q=3$ — не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия знакопеременная, следовательно, $q=-3; S_6=\frac{2 \cdot ((-3)^6 - 1)}{-3 - 1} = -\frac{728}{2} = -364.$

416. $b_2=b_1q; b_4=b_1q^3; \Rightarrow \frac{b_4}{b_2}=\frac{b_1q^3}{b_1q}=q^2; \frac{b_4}{b_2}=\frac{54}{6}=9; q_1=3; q_2=-3$ — не подходит по условию, следовательно,
 $q=3. b_1=\frac{b_2}{q}=\frac{6}{3}=2; S_7=\frac{2 \cdot (3^7 - 1)}{-3 - 1} = 2186.$

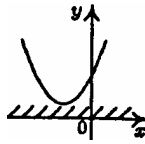
$$417. b_n = b_1 q^{n-1} \Rightarrow b_7 = b_1 q^6; b_1 = \frac{b_7}{q^6} = \frac{0,012}{0,2^6} = 187,5; b_n = 187,5 \cdot (0,2)^{n-1}.$$

$$418. \text{ а) } 2^{n+3} - 2^n = 2^n \cdot 2^3 - 2^n = 2^n(2^3 - 1) = 2^n \cdot 7$$

$$\text{ б) } 3^{n+1} - 3^{n-1} = 3^{n-1+2} - 3^{n-1} = 3^{n-1}(9 - 1) = 8 \cdot 3^{n-1}$$

$$\text{ в) } 25^n - 5^{n-1} = 5^{2n} - 5^{n-1} = 5^{n-1+n+1} - 5^{n-1} = 5^{n-1}(5^{n+1} - 1).$$

$$419. \text{ а) } x(1,5 - x) \leq 0; x(x - 1,5) \geq 0; (-\infty; -0] \cup [1,5; +\infty).$$



б) 1) График функции $y = x^2 + x + 6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2 + x + 6 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 < 0$ – нет корней.

3) $(-\infty; +\infty)$.

$$420. \text{ а) } b_1 = 9; b_2 = 3;$$

$$q = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; |q| = \left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3} < 1; S = \frac{b_1}{1 - q}; S = \frac{9}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2} = 13,5.$$

$$\text{ б) } b_1 = 2; b_2 = -\frac{1}{2}; q = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}; |q| = \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4} < 1; S = \frac{2}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{2}{\frac{5}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{5} = 1,6.$$

$$\text{ в) } b_1 = \frac{4}{5}; b_2 = \frac{4}{25}; \Rightarrow q = \frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \frac{1}{5}; |q| = \left| \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{5} < 1; S = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 4} = 1.$$

$$\text{ г) } b_1 = \sqrt{3}; b_2 = -1; q = -\frac{1}{\sqrt{3}}; |q| = \left| -\frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1;$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3}{\sqrt{3} + 1}.$$

$$\text{ д) } b_1 = 2\sqrt{2}; b_2 = 2; q = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; |q| = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1;$$

$$S = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2} - 1}.$$

$$\text{ е) } b_1 = 3\sqrt{5}; b_2 = 3; q = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}; |q| = \left| \frac{\sqrt{5}}{5} \right| = \frac{\sqrt{5}}{5} < 1;$$

$$S = \frac{3\sqrt{5}}{1 - \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5} - 1}.$$

$$421. \text{ а) } b_1=1; b_2=\frac{1}{10}; q=\frac{1}{10}; 1=\frac{1}{10}; S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}.$$

$$\text{б) } b_1=-\frac{1}{2}; b_2=\frac{1}{4}; q=\frac{1}{4}; (-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2};$$

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{-\frac{1}{2}}{1-(\frac{1}{4})}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}=-\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3}=-\frac{1}{3}.$$

$$\text{в) } b_1=6; b_2=-1\frac{1}{2}; \Rightarrow q=-\frac{3}{2 \cdot 6}=-\frac{1}{4};$$

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{6}{1-(\frac{1}{4})}=\frac{6}{\frac{3}{4}}=\frac{6 \cdot 4}{3}=4\frac{4}{5}.$$

$$\text{г) } b_1=\frac{2}{3}; b_2=\frac{4}{9} \Rightarrow q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{4}{9}:\frac{2}{3}=\frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2}=\frac{2}{3}; S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{2 \cdot 3}{3}=2.$$

$$422. \text{ а) } b_1=1; b_2=a; q=\frac{a}{1}=a; S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-a};$$

$$\text{б) } b_1=1; b_2=-a; q=\frac{-a}{1}=-a; S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-(-a)}=\frac{1}{1+a};$$

$$\text{в) } b_1=1; b_2=a^2; q=\frac{a^2}{1}=a^2; S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-a^2};$$

$$\text{г) } b_1=a; b_2=-a^4; q=\frac{-a^4}{a}=-a^3; S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-(-a^3)}=\frac{1}{1+a^3};$$

423. У правильного треугольника радиус вписанной окружности вдвое меньше радиуса описанной окружности. Т.е. указанная в задаче последовательность (R_n) радиусов является геометрической прогрессией, знаменатель которой равен $q=\frac{r_{\text{вп}}}{R_{\text{оп}}}=\frac{1}{2}$, $|q|<1$. Длины окружностей $l_n=2\pi R_n$ также обра-

зуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{2}$, а площади кругов $S_n=\pi R_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q'=\frac{\pi R_{n+1}^2}{\pi R_n^2}=(\frac{R_{n+1}}{R_n})^2=q^2$, $|q^2|<1$. Отсюда:

$$S_7=\frac{l_1}{1-\frac{1}{2}}=4\pi \cdot 5=20\pi \text{ см}; S_5=\frac{S_1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{\pi \cdot 25 \cdot 4}{3}=\frac{100\pi}{3} \text{ см}^2.$$

424. Отношение радиуса каждого следующего круга к радиусу предыдущего есть отношение стороны квадрата к его диагонали, т.е. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, отношение площадей двух последовательных кругов равно $q = \frac{1}{2}$, $|q| < 1$. Найдем площадь первого круга $S = \pi R_1^2$, $R_1 = \frac{a_1}{2} = 4$ см. $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$.

Итак, получим:

$$S = \frac{S_1}{1-q} = \frac{16\pi}{1-\frac{1}{2}} = 32\pi \text{ см}^2.$$

425. а) $0,(6) = 0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,6$; $b_2 = 0,06$; $q = \frac{0,06}{0,6} = 0,1$; ($|q| = |0,1| = 0,1 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,6}{1-0,1} = \frac{0,6}{0,9} = \frac{2}{3};$$

б) $0,(1) = 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,1$; $b_2 = 0,01$;

$$q = \frac{0,01}{0,1} = 0,1; (|q| = |0,1| = 0,1 < 1); S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,1}{1-0,1} = \frac{0,1}{0,9} = \frac{1}{9};$$

в) $0,(36) = 0,36 + 0,0036 + 0,000036 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,36$; $b_2 = 0,0036$; $q = \frac{0,0036}{0,36} = 0,01$; ($|q| = |0,01| = 0,01 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,36}{1-0,01} = \frac{0,36}{0,99} = \frac{4}{11};$$

г) $1,(81) = 1 + 0,(81)$; $0,(81) = 0,81 + 0,0081 + 0,000081 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,81$; $b_2 = 0,0081$; $q = \frac{0,0081}{0,81} = 0,01$;

($|q| = |0,01| = 0,01 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,81}{1-0,01} = \frac{0,81}{0,99} = \frac{9}{11}; 1,(81) = 1 + \frac{9}{11} = 1 \frac{9}{11};$$

д) $0,2(3) = 0,1 + 0,(3)$; $0,(3) = 0,3 + 0,03 + 0,003 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,3$; $b_2 = 0,03$; $q = \frac{0,03}{0,3} = 0,1$; ($|q| = |0,1| = 0,1 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,3}{1-0,1} = \frac{1}{3}; 0,2(3) = -\frac{1}{10} + \frac{1}{3} = \frac{7}{30}.$$

е) $0,32(45) = -0,13 + 0,45$; $0,(45) = 0,45 + 0,0045 + 0,000045 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,45$; $b_2 = 0,0045$; $q = \frac{0,0045}{0,45} = 0,01$;
 $(|q| = 0,01 < 1)$; $S = \frac{b_1}{1-q}$; $S = \frac{0,45}{1-0,01} = \frac{5}{11}$; $0,32(45) = -\frac{13}{100} + \frac{5}{11} = \frac{357}{1100}$.

426. а) $0,(5) = 0,5 + 0,05 + 0,005 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,5$; $b_2 = 0,05$; $q = \frac{0,05}{0,5} = 0,1$; $(|q| = 0,1 < 1)$;

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,5}{1-0,1} = \frac{0,5}{0,9} = \frac{5}{9}.$$

б) $1,(72) = 1 + 0,72$; $0,(72) = 0,72 + 0,0072 + 0,000072 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,72$; $b_2 = 0,0072$; $q = \frac{0,0072}{0,72} = 0,01$;

$(|q| = 0,01 < 1)$;

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,72}{1-0,01} = \frac{0,72}{0,99} = \frac{8}{11}; 1,(72) = 1 + \frac{8}{11} = 1\frac{8}{11}.$$

в) $0,4(6) = -0,2 + 0,(6)$; $0,(6) = 0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,6$; $b_2 = 0,06$; $q = \frac{0,06}{0,6} = 0,1$; $(|q| = 0,1 < 1)$;

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,6}{1-0,1} = \frac{0,6}{0,9} = \frac{2}{3}; 0,4(6) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{7}{15}.$$

г) $0,01(12) = 0,01(1 + 0,(12))$; $0,(12) = 0,12 + 0,0012 + 0,000012 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,12$; $b_2 = 0,0012$; $q = \frac{0,0012}{0,12} = 0,01$;

$(|q| = 0,01 < 1)$;

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,12}{1-0,01} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}; 0,01(12) = \frac{1}{100} \left(1 + \frac{4}{33}\right) = \frac{37}{3300}.$$

$$427. x_1 = 0,375; x_2 = 0,75; q = \frac{0,75}{0,375} = 2;$$

$$S_n = \frac{x_1(q^n - 1)}{q - 1}; S_6 = \frac{0,375(2^6 - 1)}{2 - 1} = 0,375 \cdot 63 = 23,625.$$

428. а) $2x^2 + 4x = 0$; $2x(x+2) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -2$ — существуют.

б) $2x^2 + 4x = 30$; $2x^2 + 4x - 30 = 0$; $x^2 + 2x - 15 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64 > 0$ — существуют.

в) $2x^2 + 4x = -4$; $2x^2 + 4x + 4 = 0$; $x^2 + x + 2 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ — не существуют.

429. а) Неравенство верно при любом x , если уравнение $2x^2-4x+m=0$ не имеет корней, т.е. $D < 0$ (коэффициент при x^2 положительный)

$$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot m = 16 - 8m = 8(2 - m) < 0; 2 - m < 0; m > 2.$$

б) Неравенство выполняется при любом x , если уравнение $mx^2+5x-4=0$ не имеет корней когда коэффициент при x^2 отрицательный и

$$D = 25 - 4m \cdot (-4) = 25 + 16m < 0. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} 25 + 16m < 0, \\ m < 0; \end{cases} \begin{cases} m < -\frac{25}{16}, \\ m < -1\frac{9}{16}. \end{cases}$$

$$430. \text{ а) } c_1 = -2 \cdot 1^2 + 7 = 5; c_2 = -2 \cdot 2^2 + 7 = -1; c_3 = -2 \cdot 3^2 + 7 = -11;$$

$$c_4 = -2 \cdot 4^2 + 7 = -25; c_5 = -2 \cdot 5^2 + 7 = -43.$$

$$\text{б) } c_1 = \frac{100}{1^2 - 5} = -25; c_2 = \frac{100}{2^2 - 5} = -100; c_3 = \frac{100}{3^2 - 5} = 25;$$

$$c_4 = \frac{100}{4^2 - 5} = \frac{100}{11} = 9\frac{1}{11}; c_5 = \frac{100}{5^2 - 5} = 5.$$

$$\text{в) } c_1 = -2,5 \cdot 2^1 = -5; c_2 = -2,5 \cdot 2^2 = -10; c_3 = -2,5 \cdot 2^3 = -20; c_4 = -2,5 \cdot 2^4 = -40;$$

$$c_5 = -2,5 \cdot 2^5 = -80.$$

$$\text{г) } c_1 = 3,2 \cdot 2^{-1} = 1,6; c_2 = 3,2 \cdot 2^{-2} = 0,8; c_3 = 3,2 \cdot 2^{-3} = 0,4; c_4 = 3,2 \cdot 2^{-4} = 0,2;$$

$$c_5 = 3,2 \cdot 2^{-5} = 0,1.$$

$$\text{д) } c_1 = \frac{(-1)^{1-1}}{4 \cdot 1} = \frac{1}{4}; c_2 = \frac{(-1)^{2-1}}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8}; c_3 = \frac{(-1)^{3-1}}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12};$$

$$c_4 = \frac{(-1)^{4-1}}{4 \cdot 4} = -\frac{1}{16}; c_5 = \frac{(-1)^{5-1}}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}.$$

$$\text{е) } c_1 = \frac{1 - (-1)^1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{2}{3}; c_2 = \frac{1 - (-1)^2}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{0}{5} = 0; c_3 = \frac{1 - (-1)^3}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{2}{7};$$

$$c_4 = \frac{1 - (-1)^4}{2 \cdot 4 + 1} = 0; c_5 = \frac{1 - (-1)^5}{2 \cdot 5 + 1} = \frac{2}{11}.$$

$$431. \text{ а) } a_n = 5n; a_1 = 5 \cdot 1 = 5; a_2 = 5 \cdot 2 = 10; a_3 = 5 \cdot 3 = 15.$$

$$\text{б) } a_n = 5n + 1; a_1 = 5 \cdot 1 + 1 = 6; a_2 = 5 \cdot 2 + 1 = 11; a_3 = 5 \cdot 3 + 1 = 16.$$

$$432^*. \text{ а) } y_2 = y_1 + 10 = -3 + 10 = 7; y_3 = y_2 + 10 = 17; y_4 = y_3 + 10 = 27.$$

$$\text{б) } y_1 = 10; y_2 \cdot y_1 = 2,5; y_2 = \frac{2,5}{10} = 0,25; y_3 \cdot y_2 = 2,5; y_3 = \frac{2,5}{0,25} = 10; y_4 \cdot y_3 = 2,5; y_4 = 0,25.$$

$$\text{в) } y_1 = 1,5; y_2 - y_1 = 1; y_2 = 1 + y_1 = 2,5; y_3 = 2 + 2,5 = 4,5; y_4 = 3 + 4,5 = 7,5.$$

$$\text{г) } y_1 = -4; y_2 \cdot y_1 = -1^2; y_2 = -1^2 \cdot (-4) = 4; y_3 = -2^2 \cdot 4 = -16; y_4 = -3^2 \cdot (-16) = 144;$$

$$433. \text{ а) } a_3 = -19; a_4 = -11,5; d = a_4 - a_3 = -11,5 + 19 = 7,5; a_5 = a_4 + d = -11,5 + 7,5 = -4;$$

$$a_2 = a_3 - d = -19 - 7,5 = -26,5; a_1 = a_2 - d = -26,5 - 7,5 = -34.$$

б) $-8,5+2d=-4,5 \Rightarrow d=2$; $a_2=a_1+d$; $a_1=a_2-d=-8,5-2=-10,5$; $a_n=a_1+d(n-1)$;
 $a_3=-10,5+2(3-1)=-10,5+4=-6,5$; $a_5=-10,5+2(5-1)=-10,5+8=-2,5$;
 $a_6=-10,5+2(6-1)=-10,5+10=0,5$.

434. $p=a_1+a_2+a_3=24$, a_1, a_2, a_3 — арифметическая прогрессия, значит, $a_2=a_1+d$, $a_3=a_1+2d$, поэтому периметр $p=3a_1+3d=3(a_1+d)$; $3(a_1+d)=24$; $a_1+d=8$; но $a_1+d=a_2$, значит $a_2=8$. $p-8=a_1+a_3=16$, $a_3=16-a_1$. Следовательно, a_1 может принимать любое целое значение от 1 до 15. Итак, стороны Δ равны $a, 8, 16-a$, где $a \in \mathbb{Z}, 1 \leq a \leq 15$.

435. $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=180^\circ$; $\varphi_2=\varphi_1+d$, $\varphi_3=\varphi_2+d=\varphi_1+2d$. Тогда $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=\varphi_1+\varphi_1+d+\varphi_1+2d=3\varphi_1+3d$; $3(\varphi_1+d)=180^\circ$; $\varphi_1+d=\varphi_2=60^\circ$.

436*. а) В арифметической прогрессии $a_n=a_{n-1}+d$; $a_{n+1}=a_n+d$; из второго равенства $a_n=a_{n+1}-d$; сложим два этих выражения для

$$a_n; 2a_n=a_{n-1}+d+a_{n+1}-d=a_{n-1}+a_{n+1}; \text{ значит } a_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}+a_{n+1}), \text{ ч.т.д.}$$

б) Пусть в последовательности (a_n) для любого n выполняется равенство $a_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}+a_{n+1})$; $2a_n=a_{n-1}+a_{n+1}$; $a_n+a_n=a_{n-1}+a_{n+1}$; $a_n-a_{n-1}=a_{n+1}-a_n$. Следовательно, найдется такое число $d=a_n-a_{n-1}$, что $a_{n+1}=a_n+d$, т.е. (a_n) по определению арифметическая прогрессия.

437*. а) $a_4-a_2=2d$; $a_{2n+2}-a_{2n}=2d$. Следовательно, (a_{2n}) — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

б) $(a_{n+1}-1)-(a_n-1)=a_{n+1}-a_n=d$. Следовательно, (a_n-1) — арифметическая прогрессия с разностью d .

в) $2a_{n+1}-2a_n=2(a_{n+1}-a_n)=2d$. Следовательно, $(2a_n)$ — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

г) $a_{n+1}^2-a_n^2=(a_{n+1}-a_n)(a_1+dn+a_1+d(n-1))=d(2a_1+d(2n-1))$ — зависит от n . Следовательно, (a_n^2) — не является арифметической прогрессией.

438. а) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_{12}=9\sqrt{3}-2+(2-\sqrt{3}) \cdot (12-1)=9\sqrt{3}-2+22-11\sqrt{3}=20-2\sqrt{3}$.

б) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_8=\frac{5\sqrt{3}-7}{3}+\frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot (8-1)=\frac{5\sqrt{3}-7}{3}+\frac{7\sqrt{3}-14}{3}=\frac{5\sqrt{3}-7+7\sqrt{3}-14}{3}=\frac{12\sqrt{3}-21}{3}=4\sqrt{3}-7$.

439. а) $\frac{a_n-a_1}{d}+1=n$; $\frac{-2,94-1,26}{-0,3}+1=15$.

б) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_5=a_1-0,6 \cdot 4=a_1-2,4=-3,7$; $a_1=-1,3$; $a_n=-1,3-0,6(n-1)=-0,7-0,6n=-9,7$; $0,6n=9$; $n=15$.

440. а) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_n = 2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}(n-1) = 2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}n - \frac{2}{5} = \frac{47}{20} + \frac{2}{5}n$;
 $\frac{47}{20} + \frac{2}{5}n = 14\frac{3}{4} = \frac{59}{4}$; $\frac{2}{5}n = \frac{59}{4} - \frac{47}{20} = \frac{295 - 47}{20} = \frac{248}{20}$; $n = \frac{248 \cdot 5}{20 \cdot 2} = 31$;
 следовательно, $b_{31} = 14\frac{3}{4}$.

б) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_n = \frac{47}{20} + \frac{2}{5}n$; $\frac{47}{20} + \frac{2}{5}n = 8,35$; $\frac{2}{5}n = 8\frac{7}{20} - 2\frac{7}{20} = 6$;
 $n = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$; следовательно, $b_{15} = 8,35$.

441*. а) $d = (-10\frac{1}{4}) - (-10\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$; $a_n = -10\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{4}$; $-10\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{4} > 0$;
 $-10\frac{1}{2} + \frac{1}{4}n - \frac{1}{4} > 0$; $-10\frac{3}{4} > -\frac{1}{4}n$; $\frac{1}{4}n > \frac{43}{4}$; $n > 43 \Rightarrow n = 44$.

Следовательно, $a_{44} = -10\frac{1}{2} + \frac{43}{4} = -\frac{21}{2} + \frac{43}{4} = \frac{43}{4} - \frac{42}{4} = \frac{43 - 42}{4} = \frac{1}{4}$.

б) $d = 8\frac{1}{3} - 8\frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$; $a_n = 8\frac{1}{3} + (n-1)d$; $8\frac{1}{3} + (n-1)(-\frac{1}{6}) < 0$;

$\frac{25}{3} - \frac{1}{6}n + \frac{1}{6} < 0$; $\frac{50+1}{6} < \frac{1}{6}n$; $n > 51 \Rightarrow n = 52$

Следовательно,

$a_{52} = 8\frac{1}{3} + (52-1)(-\frac{1}{6}) = 8\frac{1}{3} - \frac{51}{6} = \frac{50-51}{6} = -\frac{1}{6}$.

442. а) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $y_2 = y_1 + d$; $y_7 = y_1 + 6d$; $y_4 = y_1 + 3d$; $y_5 = y_1 + 4d$; следовательно,
 $y_2 + y_7 - y_4 - y_5 = y_1 + d + y_1 + 6d - (y_1 + 3d) - (y_1 + 4d) = 0$, т.е. $y_2 + y_7 = y_4 + y_5$.

б) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $y_{n-5} = y_1 + d(n-6)$; $y_{n+10} = y_1 + d(n+9)$; $y_{n+5} = y_1 + d(n+4)$; следова-
 тельно, $y_{n-5} + y_{n+10} - y_n - y_{n+5} = y_1 + d(n-6) + y_1 + d(n+9) - y_1 - d(n-1) - y_1 - d(n+4) =$
 $= d(n-6+n+9-n-1-n-4) = 0$, т.е. $y_{n-5} + y_{n+10} = y_n + y_{n+5}$.

443. $x_m = x_1 + d(m-1)$; $x_n = x_1 + d(n-1)$.

$x_m - x_n = x_1 + d(m-1) - x_1 - d(n-1) = dm - dn = d(m-n)$, $\Rightarrow d = \frac{x_m - x_n}{m - n}$.

444. а) $a_{37} = a_{20} + 17d \Rightarrow d = \frac{a_{37} - a_{20}}{17} = -0,1$.

б) $a_{100} = a_{10} + 90d = 270 + 90(-3) = 0$.

$$445. \text{ a) } a_1 = \frac{2}{3}; a_2 = \frac{3}{4}; d = a_2 - a_1 = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{12}(10-1)}{2} \cdot 10 = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}{2} \cdot 10 = \frac{(16+9) \cdot 5}{12} = 10 \frac{5}{12};$$

$$\text{б) } a_1 = \sqrt{3}; a_2 = \sqrt{12}; d = a_2 - a_1 = \sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_{10} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3}(10-1)}{2} \cdot 10 = \frac{2\sqrt{3} + 9\sqrt{3}}{2} \cdot 10 = 11\sqrt{3} \cdot 5 = 55\sqrt{3};$$

$$446. \text{ a) } a_1 = 2; a_2 = 6; d = a_2 - a_1 = 6 - 2 = 4; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; 198 = 2 + 4(n-1);$$

$$n = 50; S_{50} = \frac{2 \cdot 2 + 4(50-1)}{2} \cdot 50 = 5000;$$

$$\text{б) } a_1 = 95; a_2 = 85; d = a_2 - a_1 = 85 - 95 = -10; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$-155 = 95 - 10(n-1); n = 26; S_{26} = \frac{2 \cdot 95 - 10(26-1)}{2} \cdot 26 = -780.$$

447. Пусть O — вершина, A_1, \dots, A_{12} — на одной стороне угла ($A_k A_{k+1} = a$) B_1, \dots, B_{12} — на другой стороне угла $\triangle O A_k B_k \sim \triangle O A_1 B_1$. Значит, $\frac{A_k B_k}{A_1 B_1} = \frac{O A_k}{O A_1} = k$; $A_k B_k = k A_1 B_1$; $A_{k+1} B_{k+1} - A_k B_k = A_1 B_1$. Следовательно, длины

отрезков являются членами арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 3$ и разностью $d = a_1 = 3$, а сумма их длин равна

$$S_{12} = \frac{2a_1 + d(12-1)}{2} \cdot 12 = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 6 \cdot 3(2+11) = 18 \cdot 13 = 234 \text{ см.}$$

$$448. \text{ a) } a_n = a_1 + d(n-1) = a_1 + 11(-0,4); 2,4 = a_1 - 4,4; a_1 = 6,8$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{12} = \frac{2 \cdot 6,8 - 0,4 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 6 \cdot 9,2 = 55,2.$$

$$\text{б) } S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 250; \frac{-70 + 5(n-1)}{2} \cdot n = 250;$$

$$n^2 - 15n - 100 = 0; D = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100) = 625;$$

$$n = \frac{15 \pm 25}{2}; n = 20 \text{ или } n = -5, \text{ не подходит по смыслу задачи}$$

$$a_n = a_{20} = a_1 + d(n-1) = -35 + 5 \cdot 19 = 60.$$

$$\text{в) } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; 2525 = \frac{a_1 + 50}{2} \cdot n; 5050 = (a_1 + 50)n. \text{ В то же время}$$

$$a_n = a_1 + d(n-1); 50 = a_1 + \frac{1}{2}(n-1). \text{ Имеем систему:}$$

$$\begin{cases} 5050 = a_1 n + 50n; \\ 50 = a_1 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} \frac{101-n}{2} \cdot n + 50n = 5050 \\ a_1 = \frac{101-n}{2} \end{cases}$$

$$5050 = \frac{101}{2}n - \frac{n^2}{2} + 50n; n^2 - 201n + 10100 = 0; D = (-201)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10100 = 1;$$

$$n = \frac{201 \pm 1}{2}; n_1 = 100 \text{ или } n_2 = 101; n_1 = 100, a_1 = \frac{1}{2}; n_2 = 101, a_1 = 0.$$

$$\text{г) } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; -450 = \frac{-\frac{1}{2} - 29\frac{1}{2}}{2} \cdot n; 900 = 30n; n = 30. a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$-29\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + d(30-1); -29\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 29d; -29 = 29d; d = -1.$$

$$449^*. x_{10} = x_1 + 9d; 1 = x_1 + 9d; S_{16} = \frac{2x_1 + 15d}{2} \cdot 16; 4 = (2x_1 + 15d)8. \text{ Получим си-}$$

$$\text{стему: } \begin{cases} x_1 + 9d = 1; \\ 4x_1 + 30d = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1 - 9d; \\ 4(1 - 9d) + 30d = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1 - 9d; \\ 6d = 3; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -\frac{7}{2}, \\ d = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$450. \text{ а) } d=1; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \text{ Найдем количество двузначных чисел:}$$

$$99 = 10 + n - 1; n = 90; S_{90} = \frac{2 \cdot 10 + 1(90-1)}{2} \cdot 90 = 4905.$$

$$\text{б) } d=1; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \text{ Найдем количество двузначных чисел:}$$

$$999 = 100 + n - 1; n = 900; S_{900} = \frac{2 \cdot 100 + 1(900-1)}{2} \cdot 900 = 494550.$$

$$451. \text{ а) } a_n = 2n. 2n \leq 200; n \leq 100. a_1 = 2; a_{100} = 2 \cdot 100 = 200; S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$S_{100} = \frac{(2 + 200)}{2} \cdot 100 = 10100.$$

б) $a_n=2n-1$. $2n-1 \leq 150$; $2n \leq 151$; $n \leq 75,5$; $n=75$ $a_1=1$; $a_{75}=2 \cdot 75-1=149$;

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; S_{75} = \frac{(1+149)}{2} \cdot 75 = 5625.$$

в) $a_1=102$; $a_{33}=198=a_1+33(n-1)$; $n=33$; $a_n=3n$.

$$S_{33} = \frac{(102+198)}{2} \cdot 33 = 4950.$$

452*. а) Числа, не кратные трем, имеют вид: $b_n=1+3(n-1)$ и $c_n=2+3(n-1)$.
Получим:

1) $b_n < 100$; $1+3(n-1) < 100$; $3(n-1) < 99$; $n-1 < 33$; $n < 34$, тогда

$$S_n = S_{33} = \frac{2 \cdot 1 + 3(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2+3 \cdot 32}{2} \cdot 33 = (1+3 \cdot 16) \cdot 33 = 49 \cdot 33 = 1617;$$

2) $c_n < 100$; $2+3(n-1) < 100$; $3(n-1) < 98$; $n-1 < \frac{98}{3}$; $n < 32 \frac{2}{3} + 1$. Тогда:

$$S_{33} = \frac{2 \cdot 2 + 3(33-1)}{2} \cdot 33 = \frac{4+3 \cdot 32}{2} \cdot 33 = (2+3 \cdot 16) \cdot 33 = 50 \cdot 33 = 1650;$$

3) $S = 1657 + 1650 = 3267$.

б) Рассмотрим арифметические прогрессии $a_n=51+(n-1)$ и $b_n=55+5(n-1)$, тогда искомая сумма $S=S_{an}-S_{bn}$, найдем S_{an} и S_{bn} :

1) $a_n=149$; $149=51+n-1$; $n=149-50=99$. $S_{an}=S_{99} = \frac{149+51}{2} \cdot 99 = 99 \cdot 100 = 9900$.

2) $b_n=145$ — наибольшее число, кратное 5 и меньшее 150; $145=55+5(n-1)$;

$$145=55+5n-5; 5n=145-50=95; n=19; S_{bn}=S_{19} = \frac{55+145}{2} \cdot 19 = 100 \cdot 19 = 1900.$$

3) $S=S_{an}-S_{bn}=9900-1900=8000$.

453*. а) $a_n=1+(n-1)$; $S_n = \frac{2 \cdot 1 + 1(n-1)}{2} \cdot n = \frac{n}{2} (n+1)$; по условию $5a_{n+1}=S_n$;

тогда $5(1+(n-1)+1) = \frac{n}{2} (n+1)$; $5(n+1) = \frac{n}{2} (n+1)$; т.к. $n+1 \neq 0$; тогда $\frac{n}{2} = 5$, $n=10$.

Искомое число $a_{n+1}=a_{11}=1+(11-1)=11$.

б) По условию $a_{n+1}=S_n$; $n+1 = \frac{n}{2} (n+1)$; $\frac{n}{2} = 1$; $n=2$;

аналогично $a_3=3$.

454*. $a_1=2$; $a_2=5$; $d=a_2-a_1=3$; $a_n=2+3(n-1)=3n-2$. При замене четных членов на противоположное число последовательность имеет вид 2; -5; 8; -11; 14; -17;... При $n=2k$ ее член $x_n=-a_n$, при $n=2k+1$ имеем $x_n=a_n$; следовательно, $x_n=(-1)^{n+1} a_n=(-1)^{n+1}(3n-2)$. Сумма n членов этой последовательности равна $S_n=x_1+x_2+x_3+\dots+x_n=a_1-a_2+a_3-a_4+\dots+(-1)^{n+1} a_n=(a_1+a_3+\dots)-(a_2+a_4+\dots)$.

$S_{50}=S'-S''$, где S' — сумма нечетных членов, S'' — сумма четных членов.

Последовательность нечетных членов (a_n) : $a_1; a_3; \dots; a_{2k-1}; \dots; n \leq 50$, т.е. $2k-1 \leq 50, 2k \leq 51; k \leq 25$. Это — арифметическая прогрессия с разностью $2d$: $a_{2k-1} - a_{2(k-1)-1} = a_1 + (2k-1-1)d - a_1 - (2(k-1)-2)d = (2k-2)d - (2k-4)d = 2d$.

$$S' = \frac{2a_1 + 2d \cdot 24}{2} \cdot 25 = (2+24 \cdot 3) \cdot 25 = 1850.$$

Последовательность a_{2k} четных членов (a_n) ; является арифметической прогрессией с разностью $2d$, и с первым членом, равным a_2 ; $2k \leq 50$, т.е. $k \leq 25$. $S'' = \frac{2 \cdot a_2 + 2d \cdot 24}{2} \cdot 25 = (5+3 \cdot 24) \cdot 25 = 1925$.

Итак, искомая сумма $S'_{50} = 1850 - 1925 = -75$.

455. а) $\frac{x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot \dots \cdot x^n}{x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot \dots \cdot x^{2n-1}} = \frac{x^{1+2+\dots+n}}{x^{1+3+\dots+2n-1}}$; $1+2+\dots+n = \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{n}{2}(n+1)$;

$$1+3+\dots+(2n-1) = \frac{1+(2n-1)}{2} \cdot n = n^2; \quad \frac{x^{\frac{n}{2}(n+1)}}{x^{n^2}} = x^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{n}{2}n - n^2} = x^{-\frac{n-n^2}{2}}.$$

б) $\frac{x^2 \cdot x^4 \cdot x^6 \cdot \dots \cdot x^{2n}}{x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot \dots \cdot x^n} = \frac{x^{2+4+\dots+2n}}{x^{1+2+\dots+n}} = \frac{(x^2)^{1+2+\dots+n}}{x^{1+2+\dots+n}} =$
 $= \left(\frac{x^2}{x}\right)^{1+2+\dots+n} = x^{1+2+\dots+n} = x^{\frac{n}{2}(n+1)}.$

456*. а) $a_1=8,2; a_2=7,4; d=7,4-8,2=-0,8$. Определим номер последнего положительного члена прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1) > 0; 8,2 + (-0,8)(n-1) > 0;$
 $8,2 - 0,8n + 0,8 > 0; 0,8n < 9; n < 9 : 0,8; 9 : 0,8 = 9 \cdot \frac{5}{4} = 11,25; n < 11 \frac{1}{4}$, т.е. $n \leq 11$.

Итак, последним положительным членом является a_{11} .

Тогда:

$$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = \frac{2 \cdot 8,2 + 10 \cdot (-0,8)}{2} \cdot 11 = 46,2.$$

б) $a_1=-6,5; a_2=-6; d=-6+6,5=0,5$. Определим номер последнего отрицательного члена последовательности: $a_n = a_1 + d(n-1) < 0; -6,5 + 0,5(n-1) < 0;$
 $-6,5 + 0,5n - 0,5 < 0; 0,5n < 6,5 + 0,5; 0,5n < 7; n < 14$.

Итак, последним отрицательным членом является a_{13} .

Тогда:

$$S_{13} = \frac{2a_1 + 12d}{2} \cdot 13 = \frac{-6,5 \cdot 2 + 12 \cdot 0,5}{2} \cdot 13 =$$

$$= \frac{-13 + 6}{2} \cdot 13 = -\frac{7}{2} \cdot 13 = -45,5.$$

$$457^*. S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9d) \cdot 5 = 100; 2a_1 + 9d = 20$$

$$S_{30} = \frac{2a_1 + 29d}{2} \cdot 30 = (2a_1 + 29d) \cdot 15 = 900; 2a_1 + 29d = 60.$$

Получим систему:
$$\begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ 2a_1 + 29d = 60 \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ 20d = 40 \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \cdot S_{40} = \frac{2a_1 + 39d}{2} \cdot 40 = (2 + 2 \cdot 39) \cdot 20 = 80 \cdot 20 = 1600.$$

$$458. a) S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20 = (2a_1 + 19d) \cdot 10 = 1000; 2a_1 + 19d = 100$$

$$S_{40} = \frac{2a_1 + 39d}{2} \cdot 40 = (2a_1 + 39d) \cdot 20 = 10000; 2a_1 + 39d = 500. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 19d = 100 \\ 2a_1 + 39d = 500 \end{cases}, \begin{cases} 2a_1 + 19d = 100 \\ 20d = 400; \end{cases} \begin{cases} a_1 = -140 \\ d = 20 \end{cases}$$

$$a_{50} = a_1 + 49d = -140 + 49 \cdot 20 = 140 \cdot 6 = 840.$$

$$b) S_5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = (a_1 + 2d) \cdot 5 = 0,5; a_1 + 2d = 0,1; S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 =$$

$$= (a_1 + 7d) \cdot 15 = -81; a_1 + 7d = -5,4. \text{ Тогда:}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 0,1 \\ a_1 + 7d = -5,4; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 2d = 0,1 \\ 5d = -5,5 \end{cases} \begin{cases} a_1 = 2,3 \\ d = -1,1 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } a_{50} = a_1 + 49d = 2,3 + 49(-1,1) = -51,6.$$

$$459. a) a_n = 2n + 1; a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{(3 + 2n + 1)n}{2} = \frac{4n + 2n^2}{2} = 2n + n^2.$$

$$b) a_n = 3 - n; a_1 = 3 - 1 = 2; S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{(2 + 3 - n)}{2} \cdot n = \frac{5n - n^2}{2}.$$

460*. $S_n = n^2 - 8n$; $a_1 = S_1 = -7$, т.к. $S_n = S_{n-1} + a_n$, то $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - 8n - ((n-1)^2 - 8(n-1)) = n^2 - 8n - (n^2 - 2n + 1 - 8n + 8) = 2n - 9 = -7 + 2(n-1)$. Следовательно (a_n) является арифметической прогрессией. $a_5 = -7 + 2 \cdot 4 = 1$.

$$461^*. S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n = a_1 n + \frac{d}{2} (n-1)n = \frac{d}{2} n^2 + n(a_1 - \frac{d}{2}).$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях n ; получим:

$$a) S_n = -n^2 + 3n = \frac{d}{2} n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n. d = -2; a_1 + 1 = 3, a_1 = 2.$$

б), в), г) не являются арифметическими прогрессиями, так как в их формулах суммы n членов присутствует слагаемое, не зависящее от n .

$$462. \text{ а) } q = \frac{b_3}{b_4} = -\frac{135}{225} = -\frac{3}{5} = -0,6; b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{225 \cdot 3}{-5} = -135;$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{-135 \cdot 3}{-5} = 81; b_6 = b_5 \cdot q = 81 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -48,6.$$

$$\text{б) } q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{54}{36} = 1,5; b_3 = \frac{b_4}{q} = \frac{36}{1,5} = 24; b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{24}{1,5} = 16;$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{16}{1,5} = 1 \frac{2}{3};$$

463*. а) $y_n = x_n + 1; y_{n+1} = x_{n+1} + 1$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_{n+1} + 1}{x_n + 1} = \frac{x_1 q^n + 1}{x_1 q^{n-1} + 1}$ — зависит от n , следовательно, (y_n)

не является геометрической прогрессией.

б) $y_n = 3x_n; y_{n+1} = 3x_{n+1}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{3x_{n+1}}{3x_n} = \frac{x_{n+1}}{x_n} = q$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q .

в) $y_n = x_n^2; y_{n+1} = x_{n+1}^2$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_{n+1}^2}{x_n^2} = \frac{(x_1 q^n)^2}{(x_1 q^{n-1})^2} = \frac{x_1^2 q^{2n}}{x_1^2 q^{2(n-1)}} = \frac{q^{2n}}{q^{2(n-1)}} = q^2$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q^2 .

г) $y_n = \frac{1}{x_n}; y_{n+1} = \frac{1}{x_{n+1}}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии:

$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{1}{q}$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $\frac{1}{q}$.

464. Пусть x_1, x_2, x_3 — арифметическая прогрессия, тогда $x_2 = x_1 + d, x_3 = x_1 + 2d = x_2 + d$. Пусть x_1, x_2, x_3 — геометрическая прогрессия, тогда $\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2}$, $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$; $(x_1 + d)^2 = x_1(x_1 + 2d)$; $x_1^2 + 2x_1d + d^2 = x_1^2 + 2dx_1$; $d^2 = 0, d = 0$, это значит, что $x_1 = x_2 = x_3$ — любые числа, не равные нулю.

465*. а) Пусть (b_n) — геометрическая прогрессия, тогда $b_n = qb_{n-1}$; $b_{n+1} = qb_n$; тогда $b_n^2 = q^2 b_{n-1}^2 = q^2 b_{n-1} b_{n-1}$, $b_{n-1} = qb_{n-2}$, $b_n = b_{n-1} b_{n+1}$.

б) Пусть $b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$, тогда $\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = q$, а это и означает, что (b_n) — геометрическая прогрессия.

466. а) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$; следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q=2$.

б) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{3^{-n-1}}{3^{-n}} = \frac{1}{3}$; $x_{n+1} = \frac{1}{3} x_n$, следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q = \frac{1}{3}$.

в) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}$ — зависит от n , следовательно, (x_n) не геометрическая прогрессия.

г) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{ab^{n+1}}{ab^n} = b$; следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q = b$.

$$467. \text{ а) } b_n = b_1 q^{n-1}; b_8 = \frac{243}{256} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{8-1} = \frac{3^5 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 3^7} = \frac{1}{2^1 \cdot 3^2} = \frac{1}{18}.$$

$$\text{ б) } b_n = b_1 q^{n-1}; b_5 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot (-\sqrt{6})^{5-1} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6})^4}{\sqrt{3}} = 36 \frac{\sqrt{6}}{3} = 12\sqrt{6}.$$

$$468. b_5 = 135; b_9 = \frac{5}{3}; b_9 = b_5 q^4; q^4 = \frac{b_9}{b_5} = \frac{5 \cdot 1}{3 \cdot 135} = \frac{1}{81}; q_1 = \frac{1}{3}; q_2 = -\frac{1}{3};$$

$$1) q = \frac{1}{3}; b_6 = 135 \cdot \frac{1}{3} = 45; b_7 = 45 \cdot \frac{1}{3} = 15; b_8 = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5.$$

$$2) q = -\frac{1}{3}; b_6 = 135 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -45; b_7 = -45 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 15; b_8 = 15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -5.$$

469. $b_n = b_1 q^{n-1}$; $b_{n+1} = b_1 q^n$. Рассмотрим разность: $b_{n+1} - b_n = b_1 q^{n-1}(q-1)$;

а) $b_1 > 0$, $q > 1$; следовательно, $b_{n+1} > b_n$.

б) $b_1 > 0$, $0 < q < 1$; следовательно, $b_{n+1} < b_n$.

в) $b_1 < 0$, $q > 1$; следовательно, $b_{n+1} < b_n$.

г) $b_1 < 0$, $0 < q < 1$; следовательно, $b_{n+1} > b_n$.

470. а) $a_n = a_1 q^{n-1}$; $a_2 = a_1 q$; $a_3 = a_1 q^2$; $a_5 = a_1 q^4$; $a_6 = a_1 q^5$.
 $a_1 q \cdot a_1 q^5 - a_1 q^2 \cdot a_1 q^4 = a_1^2 q^6 - a_1^2 q^6 = 0$. Следовательно, $a_2 a_6 = a_3 a_5$.

б) $a_n = a_1 q^{n-1}$; $a_{n-3} = a_1 q^{n-4}$; $a_{n+8} = a_1 q^{n+7}$; $a_{n+5} = a_1 q^{n+4}$.
 $a_1 q^{n-4} \cdot a_1 q^{n+7} - a_1 q^{n-1} \cdot a_1 q^{n+4} = a_1^2 q^{2n+3} - a_1^2 q^{2n+3} = 0$; следовательно, $a_{n-3} a_{n+8} = a_n a_{n+5}$

471. $b_n = b_1 q^{n-1}$; $b_m = b_1 q^{m-1}$; Рассмотрим отношение

$$\frac{b_n}{b_m} = \frac{b_1 q^{n-1}}{b_1 q^{m-1}} = q^{n-1-(m-1)} = q^{n-m}, \text{ следовательно, } b_n = b_m q^{n-m}.$$

$$472*. S_n = \frac{x_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad 20 \frac{1}{3} = \frac{x_1 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^5 - 1 \right)}{-1 \frac{1}{3}}; \quad \frac{61}{3} \cdot \left(-\frac{4}{3} \right) = x_1 \left(-\frac{1}{3^5} - 1 \right);$$

$$x_1 = \frac{61 \cdot 4}{9} \cdot \frac{3^5}{1 + 3^5} = \frac{61 \cdot 4 \cdot 3^3}{1 + 3^5} = \frac{244 \cdot 27}{244} = 27, \quad x_n = x_5 = 27 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^4 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } S_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1};$$

Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases} 165 = 11 \frac{q^n - 1}{q - 1}, & \begin{cases} 15 = \frac{8q - 1}{q - 1}, \\ q^{n-1} = 8; \end{cases} & \begin{cases} 7q = 14, \\ q = 2, \\ n = 4. \end{cases} \\ 88 = 11q^{n-1}; & \begin{cases} q^{n-1} = 8; \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{в) } x_1 = \frac{1}{2}; \quad S_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1}{-\frac{3}{2}}; \quad \frac{21}{64} = \frac{1}{3} \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right);$$

$$-\frac{63}{64} = \frac{(-1)^n}{2^n} - 1; \quad \frac{1}{64} = \frac{(-1)^n}{2^n}; \quad \frac{1}{64} > 0 \Rightarrow n - \text{четно} \Rightarrow (-1)^n = 1; \quad \frac{1}{64} = \frac{1}{2^n};$$

$$n = 6. \quad x_n = x_6 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^5 = -\frac{1}{2^6} = -\frac{1}{64}.$$

$$\text{г) } q = \sqrt{3}; \quad S_n = \frac{x_n q^n - x_1}{q - 1} = \frac{18\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - x_1}{\sqrt{3} - 1}; \quad 26\sqrt{3} + 24 = \frac{3 \cdot 18 - x_1}{\sqrt{3} - 1};$$

$$(26\sqrt{3} + 24)(\sqrt{3} - 1) = 3 \cdot 18 - x_1; \quad 26 \cdot 3 + 24\sqrt{3} - 26\sqrt{3} - 24 \cdot 3 \cdot 18 = -x_1; \quad x_1 = 2\sqrt{3};$$

$$x_n = x_1 q^{n-1}; \quad 18\sqrt{3} = 2\sqrt{3} (\sqrt{3})^{n-1}; \quad 9 = 9^{\frac{n-1}{4}}; \quad n = 5.$$

$$473^*. x_n = S_n - S_{n-1}; \quad x_n = \frac{3}{4}(5^n - 1) - \frac{3}{4}(5^{n-1} - 1) = \frac{3}{4}(5^n - 5^{n-1}) = \frac{3}{4} \cdot 5^{n-1} \cdot 4 = 3 \cdot 5^{n-1}.$$

Следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией с $x_1=3$ и $q=5$.

$$474^*. S_5 = b_1 \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{11}{64}; \quad S_{10} - S_5 = b_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} - b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} =$$

$$= \frac{b_1}{q - 1} (q^{10} - q^5) = q^5 \cdot S_5 = \frac{11}{2}; \quad -\frac{11}{2} = q^5 \cdot \frac{11}{64}; \quad q^5 = \frac{11}{2} \cdot \frac{64}{11} = \frac{64}{2} = 32.$$

$$S_{15} - S_{10} = \frac{b_1}{q - 1} (q^{15} - 1 - q^{10} + 1) = \frac{b_1}{q - 1} q^{10} (q^5 - 1) = q^{10} \cdot S_5 = (-32)^2.$$

$$S_5 = 16 \cdot 64 \cdot \frac{11}{64} = 16 \cdot 11 = 176.$$

$$475. \text{ a) } q=x; \quad S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad S_5 = \frac{x^5 - 1}{x - 1}$$

$$\text{ б) } q=-x; \quad S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad S_7 = \frac{-x^7 - 1}{-x - 1} = \frac{x^7 + 1}{x + 1}.$$

$$476. \text{ a) } q = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2 - \sqrt{2}}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}; \quad S = \frac{b_1}{q - 1} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} : \left(1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$= \frac{2}{(2 - \sqrt{2})(\sqrt{2})} = \frac{2}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt{2} + 1;$$

$$\text{ б) } q = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}; \quad S = \frac{b_1}{q - 1} = 1 : \left(1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \right) = \frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$$

$$477. \text{ a) } b_1=1; \quad b_2=\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad q = \frac{1}{2}; \quad S = \frac{b_1}{q - 1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{ б) } b_1=1; \quad b_2=-\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad q = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad S = \frac{b_1}{q - 1} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = 2(2 - \sqrt{3}).$$

478*. $q = \frac{2}{3}$, следовательно, геометрическая прогрессия — бесконечно

убывающая, $S = \frac{b_1}{q-1}$.

$$\text{а) } 4,5 = \frac{b_1}{1 - \frac{2}{3}}; b_1 = \frac{1}{3} \cdot 4,5 = 1,5.$$

$$\text{б) } b_3 = \frac{5}{3}; b_3 = q^2 b_1; b_1 = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}; S = \frac{\frac{15}{4}}{1 - \frac{2}{3}} = 3 \cdot \frac{15}{4} = 11 \frac{1}{4}.$$

$$479. b_2 = 18; S = 81; S = \frac{b_1}{1-q}; b_2 = b_1 q; b_1 = \frac{b_2}{q}; S = \frac{b_2}{q(1-q)}; q(1-q) = \frac{b_2}{S} =$$

$$= \frac{18}{81} = \frac{2}{9}; q - q^2 = \frac{2}{9}; 9q^2 - 9q + 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 9;$$

$$q_1 = \frac{9+3}{18} = \frac{2}{3}; q_2 = \frac{9-3}{18} = \frac{1}{3}.$$

$$1) \text{ При } q = \frac{2}{3}, b_3 = b_2 q = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12. \quad 2) \text{ При } q = \frac{1}{3}, b_3 = b_2 q = 18 \cdot \frac{1}{3} = 6.$$

480. а) $2,01(06) = 2,01 + 0,01 \cdot 0,(06)$; $0,(06) = 0,06 + 0,0006 + \dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q = 0,01, |q| < 1$;

$$S = \frac{0,06}{0,99} = \frac{2}{33}; 2,01(06) = 2 + \frac{1}{100} + \frac{2}{3300} = 2 \frac{7}{660}.$$

б) $5,25(21) = 5,25 + 0,01 \cdot 0,(21)$; $0,(21) = 0,21 + 0,0021 + \dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q = 0,01, |q| < 1$; $S = \frac{0,21}{0,99} = \frac{7}{33}$;

$$5,25(21) = 5 + \frac{25}{100} + \frac{7}{3300} = 5 \frac{208}{825}.$$

в) $0,00(1) = 0,01 \cdot 0,(1)$; $0,(1) = 0,1 + 0,01 + \dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q = 0,1, |q| < 1$; $S = \frac{0,1}{0,9} = \frac{1}{9}$; $0,00(1) = \frac{1}{900}$

г) $0,28(30) = 0,28 + 0,01 \cdot 0,(30)$; $0,(30) = 0,30 + 0,0030 + \dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q = \frac{0,0030}{0,30} = 0,01, |q| < 1$; $S = \frac{0,30}{0,99} = \frac{10}{33}$;

$$0,28(30) = \frac{28}{100} + \frac{10}{3300} = \frac{924 + 10}{3300} = \frac{934}{3300} = \frac{467}{1650}.$$

481. Радиусы кругов – геометрическая прогрессия (R_n) со знаменателем $q = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ и $R_1 = R$; стороны квадратов – геометрическая прогрессия (a_n) со знаменателем $q = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ и $a_1 = R\sqrt{2}$.

а) Длины окружностей $l_n = 2\pi R_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $S = \frac{2\pi R}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\pi R\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 2\pi R(2 + \sqrt{2})$.

б) Площади кругов $S_n = \pi R_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$; $S = \frac{\pi R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2\pi R^2$.

в) Периметры квадратов $p_n = 4a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $S = \frac{4R\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{8R}{\sqrt{2} - 1} = 8R(1 + \sqrt{2})$.

г) Площади квадратов $S_n = a_n^2$, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$; $S = \frac{2R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 4R^2$.

482*. Длины сторон треугольника являются членами геометрической прогрессии (a_n) со знаменателем $\frac{1}{2} < 1$ и $a_1 = a$. Радиусы окружностей являются членами геометрической прогрессии (r_n) со знаменателем $\frac{1}{2} < 1$ и $r_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

а) Периметры треугольников $p_n = 3a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$; $S = \frac{3a}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3a}{\frac{1}{2}} = 6a$.

б) Площади треугольников $S_n = \frac{a_n^2\sqrt{3}}{4}$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{4}$; $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4 \cdot \frac{3}{4}} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{3}$.

в) Длины окружностей $l_n = 2\pi r_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$; $S = \frac{2\pi a}{2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$.

г) Площади кругов $S_n = \pi r_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{4}$; $S = \frac{\pi a^2}{12 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\pi a^2}{9}$.

ГЛАВА IV. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

§ 9. Степенная функция

483.

а) $D_p = \mathbf{R}$ функция четна, так как симметрична относительно 0 и $p(x) = p(-x)$: $(-x)^4 = x^4$.

б) $D_p = \mathbf{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(-x) = -3(-x)^6 = -3x^6 = p(x)$.

в) $D_p = \mathbf{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(x) = \frac{1}{(-x)^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1} = p(x)$.

484. а) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -g(x)$.

б) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = -4(-x)^3 = 4x^3 = -(-4x^3) = -g(x)$.

в) Область определения $D_g = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = \frac{12}{(-x)^3} = -\frac{12}{x^3} = -g(x)$.

г) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = -x|-x| = -x|x| = -g(x)$.

485. а) $D_f = \mathbf{R}$ — симметрична относительно 0 и $f(x) = 3x^4 - x^2 + 5 = 3(-x)^4 - (-x)^2 + 5 = f(-x)$, значит, $f(x)$ — четная.

б) $D_f = \mathbf{R}$ — симметрична относительно 0 и $f(-x) = (-x)^7 + 2(-x)^3 = -x^7 - 2x^3 = -(x^7 + 2x^3) = -f(x)$, следовательно, $f(x)$ — нечетная.

в) $f(-x) = 5(-x) - 1 = -5x - 1$, значит, не будет ни нечетной, ни четной функцией.

г) $f(-x) = (-x)^2 + (-x) + 1 = x^2 - x + 1 \neq f(x)$ и $\neq -f(x)$, следовательно, $f(x)$ — не является ни четной, ни нечетной. д) $D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — функция симметрична

относительно 0 и

$$f(-x) = \frac{1}{-x^5 + x} = -\frac{1}{x^5 - x} = -f(x), \text{ следовательно } f(x) \text{ — нечетная функ-}$$

ция.

е) D_f — симметрична относительно 0 и $f(-x) = (-x-3)^2 + (-x+3)^2 = (x+3)^2 + (x-3)^2 = f(x)$, значит, $f(x)$ — четная функция.

486. а) $D_g = \mathbb{R}$ — график функции симметричен относительно 0 и $g(-x) = 5(-x)^3 = -5x^3 = -g(x)$, значит, $g(x)$ — нечетная функция.

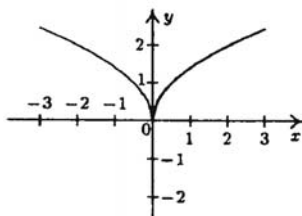
б) $g(-x) = -(-x) + 5 = x + 5 \neq g(x)$ и функция $g(-x) \neq -g(x)$, следовательно $g(x)$ — не является ни четной, ни нечетной функцией.

в) $D_g = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$ — данная функция симметрична относительно 0 и $g(-x) = \frac{8}{(-x)^4 - 1} = \frac{8}{x^4 - 1}$, следовательно, $g(x)$ — четная

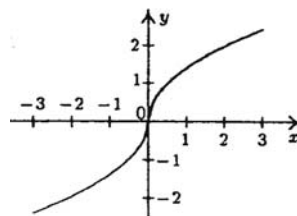
функция.

г) $g(-x) = (-x-2)^2 = (x+2)^2 \neq g(x)$ и $g(-x) \neq -g(x)$, следовательно, $g(x)$ — не является ни четной, ни нечетной функцией.

487. а)



б)



488. а) Так как график четной функции симметричен относительно оси O_y , то функция на промежутке $(-\infty; 0)$ принимает отрицательные значения.

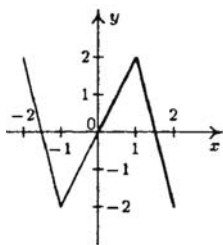
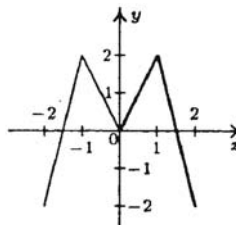
б) Так как график нечетной функции симметричен относительно начала координат, то функция на промежутке $(-\infty; 0)$ принимает положительные значения.

489.

а) Ноль функции при $x=-1,5; 1,5$;

Положительные значения функции при $x \in (-1,5; 1,5)$;

Отрицательные значения функции при $x \in [-2; -1,5) \cup (1,5; 2]$.



б) Функция обращается в ноль при $x=-1,5; 1,5$;

Отрицательные значения функции при $x \in (-1,5; 0) \cup (1,5; 2]$;

Положительные значения функция принимает при $x \in [-2; -1,5) \cup (0; 1,5)$.

$$490. \text{ а) } \frac{6a^5b^5 \cdot 8a^4b^8}{(2a^2b^3)^4} = \frac{6 \cdot 8(b^5b^8)(a^5a^4)}{2^4 a^8 b^{12}} = \frac{48a^9b^{13}}{16a^8b^{12}} = 3ab.$$

$$\text{ б) } \frac{(-3x^2y)^4 \cdot 25x^3y^6}{(15x^5y^4)^2} = \frac{(-3)^4 x^8 y^4 \cdot 25x^3 y^6}{225x^{10} y^8} = 9 \frac{x^{11} y^{10}}{x^{10} y^8} = 9xy^2.$$

491. $18^5 = (2 \cdot 3^2)^5 = 2^5 \cdot 3^{10} = 2^5 \cdot 3^6 \cdot 3^4$; $12^6 = (2^2 \cdot 3)^6 = 2^{12} \cdot 3^6 = 2^7 \cdot 2^5 \cdot 3^6$; так как $3^4 = 81$ и $2^7 = 128$, $81 < 128$, то $18^5 < 12^6$.

$54^4 = (3^3 \cdot 2)^4 = 3^{12} \cdot 2^4 = 3^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^2$, $36^5 = (3^2 \cdot 2^2)^5 = 3^{10} \cdot 2^{10} = 3^{10} \cdot 2^4 \cdot 2^6$, так как $3^2 = 9$ и $2^6 = 64$, $9 < 64$, то $54^4 < 36^5$.

$45^3 = (3^2 \cdot 5)^3 = 3^6 \cdot 5^3$, $6^7 = (3 \cdot 2)^7 = 3^7 \cdot 2^7 = 3^6 \cdot 3 \cdot 2^7$; так как $5^3 = 125$ и $3 \cdot 2^7 = 384$, $125 < 384$, то $45^3 < 6^7$.

$$492. \text{ а) } \begin{cases} 20x + 7y = 5, \\ 15x - 4y = 50; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 7y = 5, \\ 4y = 15x - 50; \end{cases} \begin{cases} 20x + \frac{7(15x - 50)}{4} = 5, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases} \begin{cases} 80x + 7(15x - 50) = 20, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80x + 105x - 350 = 20, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases} \begin{cases} 185x = 370, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = \frac{15 \cdot 2 - 50}{4}; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = -5. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \begin{cases} 6(x+y) - 10(x-y) = 8, \\ 5(x-y) + 2(x+y) = 1; \end{cases} \begin{cases} 6x + 6y - 10x + 10y = 8, \\ 5x - 5y + 2x + 2y = 1; \end{cases} \\
& \begin{cases} -4x + 16y = 8, \\ 7x - 3y = 1; \end{cases} \begin{cases} 4y - x = 2, \\ 7x - 3y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 4y - 2, \\ 7(4y - 2) - 3y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 4y - 2, \\ 28y - 14 - 3y = 1; \end{cases} \\
& \begin{cases} x = 4y - 2, \\ 25y = 15; \end{cases} \begin{cases} x = 4 \cdot \frac{3}{5} - 2, \\ y = \frac{3}{5}; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2}{5}, \\ y = \frac{3}{5}. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
493. \text{ а) } & \frac{-2x+10}{x^2-10x+25} + \frac{16}{3x-15} + 1 = \frac{-2x+10}{(x-5)^2} + \frac{16}{3(x-5)} + 1 = \\
& = \frac{3(-2x+10) + 16(x-5) + 3(x-5)^2}{3(x-5)^2} = \\
& = \frac{-6x+30+16x-80+3(x^2-10x+25)}{3(x-5)^2} = \frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2};
\end{aligned}$$

Решим уравнение $3x^2-20x+25=0$; $D=20^2-4 \cdot 3 \cdot 25=100$;

$$x_2 = \frac{20 + \sqrt{100}}{6} = 5 \text{ или } x_1 = \frac{20 - \sqrt{100}}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3};$$

$$3x^2-20x+25 = 3\left(x - \frac{5}{3}\right)(x-5) = (3x-5)(x-5) \Rightarrow$$

$$\frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2} = \frac{(x-5)(3x-5)}{3(x-5)^2} = \frac{3x-5}{3(x-5)}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } & \frac{3y+18}{y^2+12y+36} + \frac{15y+57}{7y+42} - 2 = \frac{3y+18}{(y+6)^2} + \frac{15y+57}{7(y+6)} - 2 = \\
& = \frac{7(3y+18) + (15y+57)(y+6) - 2 \cdot 7(y+6)^2}{7(y+6)^2} = \\
& = \frac{(y+6)(21+15y+57-14y-84)}{7(y+6)^2} = \frac{y-6}{7(y+6)} = \frac{y-6}{7y+42}.
\end{aligned}$$

494. При $x=3$ $y(3)=3^{36}$ – больше нуля; при $x=0$ $y(0)=0^{36}=0$;
 $y(-5)=(-5)^{36}$ – больше нуля.

495. При $x=-9$ $y(-9)=(-9)^{49}$ – меньше нуля; при $x=7$ $y(0)=0^{49}=0$;
 $y(7)=7^{49}$ – больше нуля.

496. Функция $f(x)=x^{20}$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0)$.

а) Так как $0<3,7<4,2$, то $f(3,7) < f(4,2)$. б) Так как $-6,5 < -5,2 < 0$, то $f(-6,5) > f(-5,2)$.

в) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-7)=f(7)$. $0 < 6 < 7$, следовательно, $f(6) < f(7)=f(-7)$.

г) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-28)=f(28)$. $0 < 28 < 31$, следовательно, $f(-28)=f(28) < f(31)$.

497. Функция $g(x)=x^{35}$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

а) Так как $8,9 > 7,6$, то $g(8,9) > g(7,6)$. б) Так как $-4,6 > -5,7$, то $g(-4,6) > g(-5,7)$.

в) Так как $-10 < 7$, то $g(-10) < g(7)$. г) Так как $-63 < 63$, то $g(-63) < g(63)$.

498. Функция $y(x)=x^4$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0)$.

а) Так как $0 < 1,2 < 1,5$, то $1,2^4 < 1,5^4$.

б) Так как $0 < 0,7 < 0,8$, то $0,7^4 < 0,8^4$.

в) Так как $0 < 0,9 < 1$, то $0,9^4 < 1^4=1$.

г) Так как $-3,4 < -3,2 < 0$, то $(-3,4)^4 > (-3,2)^4$.

д) Функция $y(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; Так как $0,3 < 0,8 \Rightarrow 0,3^5 < 0,8^5$.

е) Функция $y(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$;

$$-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^5 < \left(-\frac{1}{4}\right)^5.$$

499. а) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$;
так как $5,7 > 5,4$, то $5,7^3 > 5,4^3$.

б) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; так как $-4,1 > -4,2$, то $(-4,1)^3 > (-4,2)^3$.

в) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; так как $0,8 > (-1,3)$, то $0,8^3 > (-1,3)^3$.

г) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0;+\infty)$; так как $0 < 1,6 < 1,8$, то $1,6^6 < 1,8^6$.

д) Функция $y=x^6$ убывает на промежутке $(-\infty; 0)$; так как $-5,3 < -4,2 < 0$, то $(-5,3)^6 > (-4,2)^6$.

е) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0;+\infty)$; так как $0 < 2,1 < 3,1$, то $2,1^6 < 3,1^6$.

500. $243=3^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через точку А;

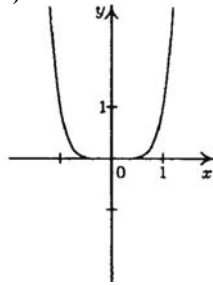
$243 \neq (-3)^5$, значит, график функции $y=x^5$ не проходит через В;

$3125=5^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через C .

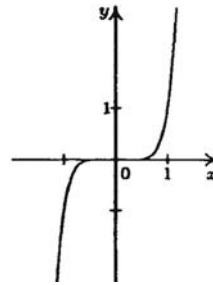
501. $128=2^7$, следовательно, точка A принадлежит графику функции $y=x^7$;
 $-128=(-2)^7$, следовательно, точка B принадлежит графику функции $y=x^7$;
 $2187\neq(-3)^7$, следовательно, точка C не принадлежит графику функции $y=x^7$.

502. а) $y=0,72^5\approx 0,19$; б) $y=2,6^5\approx 118,81$; в) $y=(-3,4)^5\approx -454,35$.

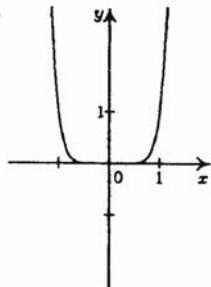
503. а)



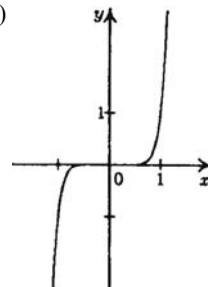
б)



в)



г)



504. а) 40 — четное число, следовательно, график функции $y=x^{40}$ расположен в I и II четвертях.

б) 123 — нечетное число, следовательно, график функции $y=x^{123}$ расположен в I и III четвертях.

505. а) 2 решения; б) 1 решение; в) нет решений; г) 1 решение.

506. а) Если $y=5$, то $x_1\approx -1,5$; $x_2\approx 1,5$.

б) Если $y=3,5$, то $x_1\approx -1,4$; $x_2\approx 1,4$.

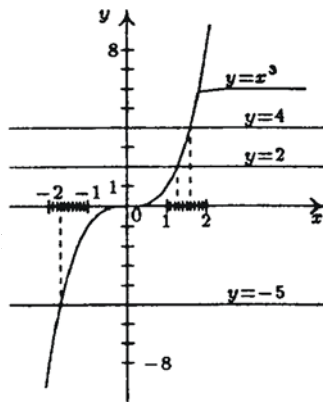
в) Если $y=8$, то $x_1\approx -1,7$; $x_2\approx 1,7$.

507. а) $x_1\approx -1,55$; или $x_2\approx 1,55$. б) $x_1\approx -1,7$ или $x_2\approx 1,7$.

508. а) 1) Строим график функции

$y=x^3$.

x	-2	-1	0	1	2
-----	----	----	---	---	---



y	-8	-1	0	1	8
-----	----	----	---	---	---

2) Строим график функции $y=2$ — прямая, параллельная Oz и проходящая через $(0,2)$.

3) Находим точку пересечения.

б) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=4$ —прямая, параллельная Oz и проходящая через $(0,4)$.

3) Находим точку пересечения.

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=-5$ — прямая, параллельная Oz и проходящая через $(0; 5)$.

3) Находим точку пересечения. (а) $\approx 1,3$. б) $\approx 1,6$. в) $\approx -1,7$.

509. Функция $y=x^6$ возрастает на $(0;+\infty)$. $x=1001>2, >10, >10^2=100, >10^3=$

$=1000 \Rightarrow y(1001) > 2^6, >10^6, >10^{12}=100^6, >10^{18}=1000^6$.

510. Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

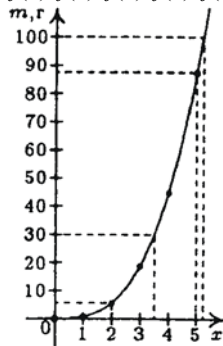
Так как $x=-11<-10, <-3$, то $y(-11)<(-3)^5, <(-10)^5$;

при $x=-10^5; y(x)=y(-10^5)=(-10^5)^5=-10^{25}<-10^{21}$.

511. $f(1)=1^3=1; f(0)=0^3=0; f(2)=2^3=8; f(3)=3^3=27$;

$f(1)-f(0)=1-0=1; f(2)-f(1)=8-1=7; f(3)-f(2)=27-8=19$;

$f(1)-f(0)<f(2)-f(1)<f(3)-f(2)$.

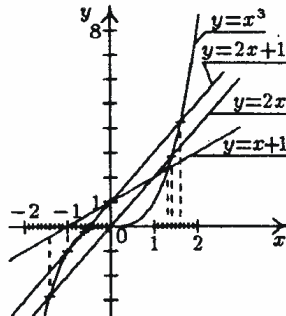


512. $m=\rho V$, где ρ — плотность, V — объем. Если x — длина ребра, то $V=x^3$, следовательно, $m=\rho x^3$. Так как при $x=10$ см $m=700$ г, то $700=\rho \cdot 10^3$; $\rho=0,7$ (г/см³). Следовательно, $m=0,7x^3$.

Построим график этой зависимости:

x	0	1	2	3	4	5
m	0	0,7	5,6	18,9	44,8	87,5

По смыслу задачи $x \geq 0$. Если $x=2$, то $m=5,6$; если $x=5$, то $m=87,5$; если $m=30$, то $x \approx 3,5$; если $m=100$, то $x \approx 5,2$.



513. а) 1) Строим график функции

$y=x^3$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) Строим график функции $y=x+1$ — прямая. Точки пересечения:

x	0	2
y	1	3

$$x_1=0; x_2 \approx 1,4; x_3 \approx -1,4$$

б) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x$ — прямая. Точки пересечения:

x	0	2
y	0	4

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x+1$ — прямая.

x	0	2
y	1	5

$$514. c_n=c_1q^{n-1}; c_9=c_1q^{9-1}=c_1q^8 \Rightarrow$$

$$c_1 = \frac{c_9}{q^8} = \frac{81}{(\sqrt{3})^8} = \frac{81}{81} = 1; S_n = \frac{c_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$S_{13} = \frac{((\sqrt{3})^{13} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = \frac{((\sqrt{3})^{13} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{2} = \frac{3^7 - 1 + (3^6 - 1)\sqrt{3}}{2} = 1093 + 364\sqrt{3}.$$

515. 1) $y=x^{12}-x^6 \Rightarrow D_y=R$ — функция симметрична относительно нуля и $y(-x)=(-x)^{12}-(-x)^6=x^{12}-x^6=y(x)$ — четная функция.

2) $y=x^9-x^5 \Rightarrow D_y=R$ — симметрична относительно нуля и $y(-x)=(-x)^9-(-x)^5=(-x)^9-(-x)^5=-x^9+x^5=-(x^9-x^5)$ — нечетная функция.

3) $y=x^{10}-x^5; y(-x)=(-x)^{10}-(-x)^5=x^{10}+x^5 \neq y(x) \neq -y(x)$ — ни четная, ни нечетная функция.

4) $y = \frac{x}{x^4 + x^2 + 1} \Rightarrow D_y=R$ — симметрична относительно нуля и

$$y(-x) = \frac{-x}{(-x)^4 + (-x)^2 + 1} = -\frac{x}{x^4 + x^2 + 1} = -y(x) \text{ — нечетная функция.}$$

$$516. \text{ а) } \frac{1-y}{1+y} + \frac{y^2+6y}{y^2-1} \cdot \frac{6+y}{1+y} = \frac{1-y}{1+y} + \frac{y(y+6)(1+y)}{(y-1)(y+1)(6+y)} =$$

$$= \frac{1-y}{1+y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-y^2+2y-1+y+y^2}{y^2-1} = \frac{3y-1}{y^2-1}.$$

$$\text{ б) } \frac{4x^2-49}{2x+5} \cdot \frac{1}{4x^2+14x} - \frac{2x+7}{4x^2-10} = \frac{(2x-7)(2x+7)}{(2x+5) \cdot 2x(2x+7)} -$$

$$- \frac{2x+7}{2x(2x-5)} = \frac{(2x-5)(2x-7) - (2x+7)(2x+5)}{2x(4x^2-25)} =$$

$$= \frac{4x^2 - 14x - 10x + 35 - 4x^2 - 10x - 14x - 35}{2x(4x^2 - 25)} =$$

$$= \frac{-48x}{2x(4x^2 - 25)} = -\frac{24}{4x^2 - 25}.$$

517. $\sqrt{144} = 12$, значит, точка A — принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. $\sqrt{169} = 13$, значит, точка B — не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. $-100 \notin D_y = [0; +\infty)$, значит, точка C — не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$.

§ 10. Корень n-й степени

518. а) $\frac{1}{2} \geq 0$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$; б) $3 \geq 0$ и $3^3 = 27$;

в) Так как $-2 < 0$, то не является арифметическим корнем.
г) $0,1 \geq 0$, но $0,1^5 \neq 0,0001$.

519. а) $19 \geq 0$ и $19^2 = 361$;

б) $7 \geq 0$ и $7^3 = 343$;

в) $\frac{1}{2} \geq 0$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$; г) $\frac{2}{3} \geq 0$ и $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{343}$;

д) $1 \geq 0$ и $1^{10} = 1$;

е) $0 \geq 0$ и $0^7 = 0$;

ж) $2 - \sqrt{3} \geq 0$ и $(2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$;

з) $\sqrt{5} - 2 \geq 0$ и $(\sqrt{5} - 2)^2 = 5 - 4\sqrt{5} + 4 = 9 - 4\sqrt{5}$.

520. а) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$.

б) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$.

в) $\sqrt[12]{1} = 1$.

г) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = -\frac{1}{2}$.

д) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \frac{3}{2}$.

е) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}$.

ж) $\sqrt[3]{-0,027} = -\sqrt[3]{0,027} = -\sqrt[3]{(0,3)^3} = -0,3$. з) $\sqrt[4]{0,0625} = \sqrt[4]{(0,5)^4} = 0,5$.

521. а) $\sqrt[9]{512} = \sqrt[9]{2^9} = 2$.

б) $\sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11^3} = 11$.

в) $\sqrt[8]{0} = 0$.

г) $\sqrt[7]{-128} = -\sqrt[7]{128} = -\sqrt[7]{2^7} = -2$.

$$\begin{aligned} \text{д)} \sqrt[4]{\frac{16}{625}} &= \sqrt[4]{\frac{2^4}{5^4}} = \frac{2}{5}. & \text{е)} \sqrt[6]{\frac{64}{729}} &= \sqrt[6]{\left(\frac{2}{3}\right)^6} = \frac{2}{3}. \\ \text{ж)} \sqrt[5]{0,00001} &= \sqrt[5]{(0,1)^5} = 0,1. & \text{з)} \sqrt[3]{42\frac{7}{8}} &= \sqrt[3]{\frac{343}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{2}\right)^3} = \frac{7}{2}. \\ \text{и)} \sqrt[4]{7\frac{58}{81}} &= \sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{3^4}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}. & \text{к)} \sqrt[5]{7\frac{19}{32}} &= \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$522. \text{ а) } \sqrt[3]{5} \approx 1,7; \text{ б) } \sqrt[3]{-4} \approx -1,6; \text{ в) } \sqrt[3]{-1} = -1; \text{ г) } \sqrt[3]{2} \approx 1,25.$$

$$523. \text{ а) } \sqrt[4]{2} \approx \pm 1,2; \quad \text{б) } \sqrt[4]{5} \approx \pm 1,5; \quad \text{в) } \sqrt[4]{8} \approx \pm 1,7.$$

524. $\sqrt[4]{81} = 3$, следовательно, точка E не принадлежит графику;
 $\sqrt[4]{81} = 3 \neq -3$, следовательно, точка F не принадлежит графику;
 $-16 \notin D_y = [0; +\infty)$, следовательно, точка K не принадлежит графику;
 $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$, следовательно, точка L принадлежит графику.

525. $\sqrt[3]{8} = 2$, значит, точка A принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{216} = 6$, значит, точка B принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{27} = 3 \neq -3$, значит, точка C не принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5$, значит, точка D принадлежит графику.

$$\begin{aligned} 526. \text{ а) } \sqrt[3]{1} &< \sqrt[3]{3,5} < \sqrt[3]{8}; \quad 1 < \sqrt[3]{3,5} < \sqrt[3]{2^3}; \quad 1 < \sqrt[3]{3,5} < 2; \\ \text{б) } \sqrt[3]{8} &< \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27}; \quad \sqrt[3]{2^3} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{3^3} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{20} < 3; \\ \text{в) } \sqrt[4]{1} &< \sqrt[4]{9} < \sqrt[4]{16}; \quad 1 < \sqrt[4]{9} < \sqrt[4]{2^4} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{9} < 2; \\ \text{г) } \sqrt[4]{16} &< \sqrt[4]{52} < \sqrt[4]{81}; \quad -\sqrt[4]{2^4} < \sqrt[4]{5^2} < \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 2 < \sqrt[4]{52} < 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 527. \text{ а) } \sqrt[3]{1} &\leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{8}; \quad 1 \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow 1 \leq \sqrt[3]{x} \leq 2 \\ \text{б) } \sqrt[3]{-1} &\leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{1}; \quad -1 \leq \sqrt[3]{x} \leq 1. \\ \text{в) } \sqrt[3]{-27} &\leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{0}; \quad -\sqrt[3]{3^3} \leq x \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 528. \text{ а) } \sqrt[4]{0} &\leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{1} \Rightarrow 0 \leq \sqrt[4]{x} \leq 1. \\ \text{б) } \sqrt[4]{1} &< \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{81} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{x} < 3. \\ \text{в) } \sqrt[4]{256} &\leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{625} \Rightarrow \sqrt[4]{4^4} \leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{5^4} \Rightarrow 4 \leq \sqrt[4]{x} \leq 5. \end{aligned}$$

529. а) $n=3$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;

б) $n=7$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;

в) $n=4$ — четное \Rightarrow выражение не имеет смысла;

г) $n=5$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;

д) $n=8$ — четное \Rightarrow выражение не имеет смысла;

е) $(-7)^2 > 0 \Rightarrow$ выражение имеет смысл.

530. а) $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$. б) $\sqrt[7]{-1} = -\sqrt[7]{1} = -1$.

в) $-2 \sqrt[4]{81} = -2 \sqrt[4]{3^4} = -2 \cdot 3 = -6$.

г) $-4 \sqrt[3]{27} = -4 \cdot \sqrt[3]{3^3} = -4 \cdot 3 = -12$.

д) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - \sqrt[3]{8} = \sqrt[5]{2^5} - \sqrt[3]{2^3} = 2 - 2 = 0$.

е) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125} = \sqrt[4]{5^4} + \sqrt[3]{5^3} = 5 + 5 = 10$.

ж) $12 - 6 \sqrt[3]{0,125} = 12 - 6 \sqrt[3]{0,5^3} = 12 - 6 \cdot 0,5 = 12 - 3 = 9$.

з) $1 + 10 \sqrt[4]{0,0081} = 1 + 10 \sqrt[4]{0,3^4} = 1 + 10 \cdot 0,3 = 1 + 3 = 4$.

531. а) $\sqrt[3]{-31} = -\sqrt[3]{31}$. б) $\sqrt[5]{-17} = -\sqrt[5]{17}$.

в) $\sqrt[11]{-2} = -\sqrt[11]{2}$. г) $\sqrt[17]{-6} = -\sqrt[17]{6}$.

532. а) $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -\sqrt[3]{5^3} = -5$. б) $\sqrt[9]{0} = 0$.

в) $-5 \sqrt[4]{16} = -5 \sqrt[4]{2^4} = -5 \cdot 2 = -10$.

г) $-3 \sqrt[3]{-64} = -3 \cdot (-\sqrt[3]{4^3}) = -3 \cdot (-4) = 12$.

д) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{2,25} = -\sqrt[3]{\frac{27}{8}} + 1,5 = -\sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} + \sqrt{(1,5)^2} = -\frac{3}{2} + 1,5 = 0$.

е) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27} = 3\sqrt[4]{2^4} - 4\sqrt[3]{3^3} = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 6 - 12 = -6$.

533. а) $(\sqrt{10})^2 = (10^{\frac{1}{2}})^2 = 10$. б) $(\sqrt[3]{5})^3 = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 5$.

в) $(-\sqrt[4]{12})^4 = \left(-12^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 12$.

$$r) (2\sqrt[5]{-2})^5 = 2^5 \cdot (\sqrt[5]{-2})^5 = 2^5 \cdot (-\sqrt[5]{2})^5 = -32 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^5 = -32 \cdot 2 = -64.$$

$$д) \sqrt[6]{2^6} = (2^6)^{\frac{1}{6}} = 2. \quad e) 2\sqrt[4]{(-3)^4} = 2\sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot (3^4)^{\frac{1}{4}} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$ж) -\sqrt[6]{25^3} = -\sqrt[6]{(5^2)^3} = \sqrt[6]{5^6} = -(5^6)^{\frac{1}{6}} = -5.$$

$$з) \sqrt[6]{64^2} = \sqrt[6]{(4^3)^2} = \sqrt[6]{4^6} = (4^6)^{\frac{1}{6}} = 4.$$

$$534. \text{ а) } (\sqrt[4]{7})^4 = \left(7^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 7. \quad б) (\sqrt[7]{-3})^7 = (-\sqrt[7]{3})^7 = \left(-3^{\frac{1}{7}}\right)^7 = -3.$$

$$в) (2\sqrt[4]{3})^4 = 2^4 \cdot (\sqrt[4]{3})^4 = 16 \cdot \left(3^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 16 \cdot 3 = 48.$$

$$r) (-3\sqrt[3]{2})^3 = (-3)^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^3 = -27 \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -27 \cdot 2 = -54.$$

$$д) \sqrt[5]{7^5} = \left(7^{\frac{1}{5}}\right)^5 = 7.$$

$$e) 5\sqrt[3]{(-2)^3} = 5 \cdot (-\sqrt[3]{2^3}) = 5 \cdot \left(-\sqrt[3]{2^3}\right) = -5(2^3)^{\frac{1}{3}} = -5 \cdot 2 = -10.$$

$$ж) \sqrt[10]{32^2} = \sqrt[10]{(2^5)^2} = \sqrt[10]{2^{10}} = (2^{10})^{\frac{1}{10}} = 2.$$

$$з) -\sqrt[6]{27^2} = -\sqrt[6]{(3^3)^2} = -\sqrt[6]{3^6} = -(3^6)^{\frac{1}{6}} = -3.$$

535. а) Равенство верно при $a \geq 0$. б) Равенство верно при $a \leq 0$.
в) Равенство верно при любом a .

$$536. \text{ а) } x = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3.$$

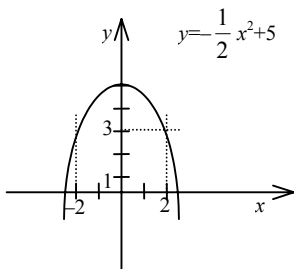
$$б) x = \sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -(3^3)^{\frac{1}{3}} = -3.$$

$$в) x = \pm \sqrt[4]{16} = \pm \sqrt[4]{2^4} = \pm 2.$$

г) Нет решений, т.к. правая часть — число отрицательное.

3)

x	-1	0	1	2
y	9	4	1	0



$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$$

б) 1) График функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины параболы:

$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 0; y_в = 5;$$

(0; 5) — вершина параболы.

3)

x	2	3	-2	0
y	3	$\frac{1}{2}$	3	5

в) 1) График функции $y = 2x^2 + 5x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

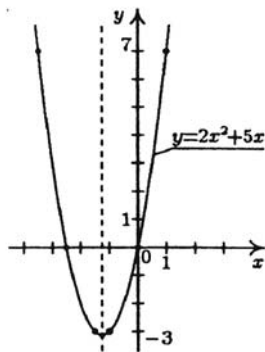
2) Найдем координаты вершины параболы:

$$y_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \cdot 2} = -\frac{5}{4} = -1,25;$$

$$y_в = 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^2 + 5 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{2 \cdot 25}{16} - \frac{5 \cdot 5}{4} = \frac{25}{8} - \frac{25}{4} = -\frac{25}{8} = -3\frac{1}{8}.$$

3)

x	0	1	-1	-2,5
y	0	7	-3	0



540. а) Решим уравнение $x^2 + 3x - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$;

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = 2 \text{ или } x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = -5 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5);$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x+5} = \frac{14}{(x-2)(x+5)}; \frac{x(x+5) - 8(x-2) - 14}{(x-2)(x+5)} = 0;$$

$$(x-2)(x+5) \neq 0; x^2 + 5x - 8x + 16 - 14 = 0; x^2 - 3x + 2 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1;$$

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = 2 \text{ или } x_2 = \frac{3-1}{2} = 1. \text{ Но } x \neq 2, \text{ значит } x = 1.$$

б) Решим уравнение $2y^2 + 11y - 21 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-21) = 289$;

$$y_1 = \frac{-11 + \sqrt{289}}{4} = \frac{3}{4} \text{ или } y_2 = \frac{-11 - \sqrt{289}}{4} = -7;$$

$$2y^2+11y-21=2\left(y-\frac{3}{2}\right)(y+7)=(2y-3)(y+7);$$

$$\frac{y}{2y-3} + \frac{1}{y+7} + \frac{17}{(2y-3)(y+7)} = 0;$$

$$\frac{y(y+7) + (2y-3) + 17}{(2y-3)(y+7)} = 0; (2y-3)(y+7) \neq 0;$$

$$y^2+7y+2y-3+17=0; y^2+9y+14=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 14=81-56=25; y_1 = \frac{-9+\sqrt{25}}{2} = -2$$

$$\text{или } y_2 = \frac{-9-\sqrt{25}}{2} = -7.$$

Но $y \neq -7$, значит $y = -2$.

541.

$$\begin{aligned} 1) \frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{a^3+5^3} &= \frac{a-5}{a^2-5a+25} - \\ - \frac{12a-61}{(a+5)(a^2-5a+25)} &= \frac{(a-5)(a+5) - (12a-61)}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \\ = \frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)} &= \frac{a^2-12a+36}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \\ = \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} &= \frac{(a-6)^2}{a^3+5^3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} : \frac{3a-18}{2a^2-10a+50} &= \\ = \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} : \frac{3(a-6)}{2(a^2-5a+25)} &= \\ = \frac{(a-6)^2 \cdot 2(a^2-5a+25)}{(a+5)(a^2-5a+25) \cdot 3(a-6)} &= \frac{2(a-6)}{3(a+5)} = \frac{2a-12}{3a+15}. \end{aligned}$$

$$542. \text{ а) } \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{16 \cdot 0,0001} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{0,0001} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{0,1^4} = 2 \cdot 0,1 = 0,2.$$

$$\text{в) } \sqrt[4]{625 \cdot 16} = \sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{5^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} = 5 \cdot 2 = 10.$$

$$r) \sqrt[4]{0,0016 \cdot 81} = \sqrt[4]{0,0016} \cdot \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{(0,2)^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 0,2 \cdot 3 = 0,6.$$

$$д) \sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$e) \sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}} = \sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[6]{729}} = \frac{\sqrt[6]{2^6}}{\sqrt[6]{3^6}} = \frac{2}{3}.$$

$$ж) \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{2}{5}.$$

$$з) \sqrt[5]{-7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{-\frac{243}{32}} = -\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = -\frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = -\frac{3}{2}.$$

543. а)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9} &= \sqrt[3]{5^6} \cdot \sqrt[3]{2^9} = \sqrt[3]{(5^2)^3} \cdot \sqrt[3]{(2^3)^3} = \left((5^2)^3 \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left((2^3)^3 \right)^{\frac{1}{3}} = \\ &= 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200. \end{aligned}$$

$$б) \sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}} = \frac{\sqrt[4]{7^8}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{7^2}{3} = \frac{49}{3} = 16 \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} в) \sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}} &= \sqrt[5]{0,2^{10}} \cdot \sqrt[5]{10^{10}} = \sqrt[5]{(0,2^2)^5} \cdot \sqrt[5]{(10^2)^5} = \\ &= \left((0,2^2)^5 \right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left((10^2)^5 \right)^{\frac{1}{5}} = 0,2^2 \cdot 10^2 = 0,04 \cdot 100 = 4. \end{aligned}$$

$$r) \sqrt[3]{\frac{5^6}{2^9}} = \frac{\sqrt[3]{5^6}}{\sqrt[3]{2^9}} = \frac{\sqrt[3]{(5^2)^3}}{\sqrt[3]{(2^3)^3}} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{25}{8} = 3 \frac{1}{8}.$$

$$д) \sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}} = \frac{\sqrt[4]{3^{12}}}{\sqrt[4]{2^8}} = \frac{\left((3^3)^4 \right)^{\frac{1}{4}}}{\left((2^2)^4 \right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4} = 6 \frac{3}{4}.$$

$$e) \sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{13^{10}}} = \frac{5}{\sqrt[5]{(13^2)^5}} = \frac{5}{13^2} = \frac{5}{169}.$$

$$544. a) \sqrt[3]{0,008 \cdot 5^6} = \sqrt[3]{0,008} \cdot \sqrt[3]{5^6} = \sqrt[3]{(0,2)^3} \cdot \sqrt[3]{(5^2)^3} = 0,2 \cdot 5^2 = 0,2 \cdot 25 = 5.$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{0,125}{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{0,125}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{0,5^3}}{\sqrt[3]{(2^2)^3}} = \frac{0,5}{4} = 0,125.$$

$$b) \sqrt[4]{810000} \cdot \frac{1}{16} = \sqrt[4]{\frac{810000}{16}} = \frac{\sqrt[4]{810000}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{\sqrt[4]{30^4}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{30}{2} = 15.$$

$$r) \sqrt[4]{\frac{2^{16}}{3^8}} = \frac{\sqrt[4]{2^{16}}}{\sqrt[4]{3^8}} = \frac{\sqrt[4]{(2^4)^4}}{\sqrt[4]{(3^2)^4}} = \frac{2^4}{3^2} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}.$$

$$545. a) \sqrt[3]{24 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$b) \sqrt[5]{48 \cdot 162} = \sqrt[5]{6 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 81} = \sqrt[5]{2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 3^4} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 2^5} = \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{2^5} = 3 \cdot 2 = 6$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{125}{0,2}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5. \quad r) \sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{0,0625}} = \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{0,5^4}} = \frac{2}{0,5} = 4.$$

$$546. a) \sqrt[3]{75 \cdot 45} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5^3} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{5^3} = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$b) \sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{54}{0,25}} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6.$$

$$547. a) \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4 \cdot 4} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2.$$

$$b) \sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{135 \cdot 25} = \sqrt[3]{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3^3} = 5 \cdot 3 = 15.$$

$$b) \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{7^3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^2 \cdot 7^3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^5} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{7^5} = 2 \cdot 7 = 14.$$

$$r) \sqrt[6]{5^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^{12} \cdot 5^2} = \sqrt[6]{5^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5^2} = \sqrt[6]{5^{12} \cdot 2^{12}} = \sqrt[6]{5^{12}} \cdot \sqrt[6]{2^{12}} = \\ = \sqrt[6]{(5^2)^6} \cdot \sqrt[6]{(2^2)^6} = 5^2 \cdot 2^2 = 25 \cdot 4 = 100.$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \sqrt[3]{8 - \sqrt{37}} \cdot \sqrt[3]{8 + \sqrt{37}} &= \sqrt[3]{(8 - \sqrt{37})(8 + \sqrt{37})} = \sqrt[3]{8^2 - (\sqrt{37})^2} = \\ &= \sqrt[3]{64 - 37} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3. \end{aligned}$$

$$\text{е)} \sqrt[3]{\sqrt{17} + 3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{17} - 3} = \sqrt[3]{(\sqrt{17} + 3)(\sqrt{17} - 3)} = \sqrt[3]{17 - 9} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2.$$

$$548. \text{ а)} \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

$$\text{б)} \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}} = \sqrt[5]{\frac{3}{96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}} = \sqrt[7]{\frac{256}{2}} = \sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{2^7} = 2.$$

$$\text{г)} \frac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{\frac{2500}{4}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5.$$

$$549. \text{ а)} \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10.$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27} &= \sqrt[4]{32 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 27} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^3} = \\ &= \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{(2^2)^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12. \end{aligned}$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2. \quad \text{г)} \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}} = \sqrt[4]{\frac{3}{48}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2^4}} = \frac{1}{2}.$$

$$550. \text{ а)} \sqrt{25a^2} = \sqrt{5^2 \cdot a^2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot a = 5a.$$

$$\text{б)} \sqrt[3]{8b^3} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{b^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} = 2b.$$

$$\text{в)} \sqrt[4]{81c^4} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{c^4} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{c^4} = 3c.$$

$$\text{г)} \sqrt[5]{32x^{10}} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{x^{10}} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{(x^2)^5} = 2x^2.$$

$$551. \text{ а)} \sqrt{9x} = 3\sqrt{x}. \quad \text{б)} \sqrt{12b} = \sqrt{4 \cdot 3b} = 2\sqrt{3b}.$$

$$\text{в)} \sqrt{25b^3} = \sqrt{5^2 \cdot b^3} = 5b\sqrt{b}.$$

$$\text{г)} \sqrt[3]{24c^6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3(c^2)^3} = \sqrt[3]{(2c^2)^3 \cdot 3} = 2c^2\sqrt[3]{3}.$$

$$\text{д)} \sqrt[3]{250c^{10}} = \sqrt[3]{2 \cdot 5^3 \cdot c^{10}} = \sqrt[3]{(5 \cdot c^3)^3 \cdot 2c} = 5c^3\sqrt[3]{2c}.$$

$$e) \sqrt[4]{162b^6} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2b^4 \cdot b^2} = \sqrt[4]{(3b)^4 \cdot 2b^2} = \sqrt[4]{(3b)^4} \cdot \sqrt[4]{2b^2} = 3b\sqrt[4]{2b^2}.$$

$$552. \text{ а) } 3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}. \quad \text{ б) } 5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{375}.$$

$$b) 2\sqrt[5]{\frac{1}{8}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{8}} = \sqrt[5]{\frac{32}{8}} = \sqrt[5]{4}. \quad \text{ р) } a\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5a^4}, \text{ так как } a > 0$$

$$д) b\sqrt[6]{2} = -\sqrt[6]{b^6} \cdot \sqrt[6]{2} = -\sqrt[6]{2b^6}, \text{ так как } b < 0$$

$$e) c\sqrt[10]{3c^2} = \sqrt[10]{c^{10}} \cdot \sqrt[10]{3c^2} = \sqrt[10]{3c^{10} \cdot c^2} = \sqrt[10]{3c^{12}}.$$

$$553. \text{ а) } \sqrt[4]{16c} = \sqrt[4]{2^4 \cdot c} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{c} = 2\sqrt[4]{c}.$$

$$б) \sqrt[3]{27y} = \sqrt[3]{3^3 y} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{y} = 3\sqrt[3]{y}.$$

$$b) \sqrt{50x^3} = \sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot x^2 \cdot x} = \sqrt{(5x)^2} \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{(5x)^2} \cdot \sqrt{2x} = 5x\sqrt{2x}.$$

$$r) \sqrt[4]{5a^6} = \sqrt[4]{5a^4 \cdot a^2} = \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{5a^2} = -a \cdot \sqrt[4]{5a^2}.$$

$$554. \text{ а) } 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}. \quad \text{ б) } 2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}.$$

$$b) 3\sqrt[4]{\frac{1}{9}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{9}} = \sqrt[4]{\frac{81}{9}} = \sqrt[4]{9}. \quad \text{ р) } a\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2a^3}.$$

$$555. \text{ а) } \sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{2}}{5}. \quad \text{ д) } \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$б) \sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}. \quad \text{ e) } \sqrt[4]{\frac{5}{b^4}} = \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{b^4}} = -\frac{\sqrt[4]{5}}{b}.$$

$$b) \sqrt[3]{1\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}}. \quad \text{ ж) } \sqrt{\frac{a^9}{6}} = \frac{\sqrt[3]{(a^3)^3}}{\sqrt[3]{6}} = \frac{a^3}{\sqrt[3]{6}}.$$

$$r) \sqrt[4]{5\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{\frac{16}{3}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}. \quad \text{ з) } \sqrt[4]{\frac{7}{b^{12}}} = \frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt{(b^3)^4}} = \frac{\sqrt[4]{7}}{b^3}.$$

$$556. \text{ а) } \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3}{5}\sqrt{5}. \quad \text{ б) } \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{2}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}.$$

$$b) \frac{3}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3]{\frac{3^4}{3}} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{27}. \quad \text{ р) } \frac{7}{\sqrt[3]{49}} = \frac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{49}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{7^2}} = \sqrt[3]{7}.$$

$$\text{д) } \frac{18}{\sqrt[4]{216}} = \frac{\sqrt[4]{18^4}}{\sqrt[4]{216}} = \sqrt[4]{\frac{18^4}{216}} = \sqrt[4]{486} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 6} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{6} = 3\sqrt[4]{6}.$$

$$557. \text{ а) } \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5} \sqrt{5};$$

$$\text{б) } \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{12}}{12} = \frac{1}{6} \sqrt{12};$$

$$\text{в) } \frac{12}{\sqrt[3]{9}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9 \cdot 3}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{3} = 4\sqrt[3]{3};$$

$$\text{г) } \frac{15}{\sqrt[3]{5}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5 \cdot 25}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{5} = 3\sqrt[3]{25};$$

$$\text{д) } \frac{6}{\sqrt[4]{7}} = \frac{6 \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{7 \cdot 343}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{7} = \frac{6}{7} \sqrt[4]{343};$$

$$\text{е) } \frac{4}{\sqrt[4]{32}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{32 \cdot 8}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{4} = \sqrt[4]{8}.$$

$$558. \text{ а) } \sqrt[3]{\sqrt{6}} = \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 6^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{6}.$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}. \quad \text{в) } \sqrt[4]{\sqrt[3]{3}} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3}.$$

$$\text{г) } \sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^3}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}.$$

$$\text{д) } \sqrt[3]{m\sqrt[3]{m^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{m^3} \cdot \sqrt[3]{m^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{m^5}} = \sqrt[9]{m^5}.$$

$$\text{е) } \sqrt{p^4\sqrt{p^3}} = \sqrt{\sqrt[4]{p^4} \cdot \sqrt[4]{p^3}} = \sqrt{\sqrt[4]{p^7}} = \sqrt[8]{p^7}.$$

$$\text{ж) } \sqrt[6]{7^4} = \sqrt[2 \cdot 3]{7^{2 \cdot 2}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}.$$

$$\text{з) } \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[8 \cdot 2]{4^2} = \sqrt[8]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{2}. \quad \text{и) } \sqrt[9]{a^6} = \sqrt[3 \cdot 3]{a^{3 \cdot 2}} = \sqrt[3]{a^2}.$$

$$559. \text{ а) } \sqrt[3]{\sqrt{3}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{3}. \quad \text{ б) } \sqrt{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[8]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{2}.$$

$$\text{ в) } \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[9]{a^4}.$$

$$\text{ г) } \sqrt[4]{m\sqrt[3]{m}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{m^3} \cdot \sqrt[3]{m}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{m^4}} = \sqrt[12]{m^4} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{m^4}} = \sqrt[3]{m}.$$

$$\text{ д) } \sqrt[10]{8^{15}} = \sqrt[5]{2\sqrt[3]{8^{3 \cdot 5}}} = \sqrt[5]{2 \cdot 8^3} = \sqrt{512} = \sqrt{2 \cdot 256} = 16\sqrt{2}.$$

$$\text{ е) } \sqrt[4]{4\sqrt[3]{4}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{4}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^4}} = \sqrt[4]{4^4} = \sqrt[3]{4}.$$

$$560. \text{ а) } \sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{36^2} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6;$$

$$\text{ б) } \sqrt[4]{4096} = \sqrt[4]{64^2} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8; \quad \text{ в) } \sqrt[4]{6561} = \sqrt[4]{81^2} = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9.$$

$$561. \text{ а) Так как } 8 < 9, \text{ следовательно, } \sqrt[4]{8} < \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}.$$

$$\text{ б) Так как } 49 > 48, \text{ следовательно, } \sqrt[6]{49} = \sqrt[3]{7} > \sqrt[6]{48}.$$

$$\text{ в) Так как } 1,44 > 1,331, \text{ следовательно, } \sqrt[6]{1,44} = \sqrt[3]{1,2} > \sqrt[6]{1,331} = \sqrt{1,1}.$$

$$\text{ г) Так как } 512 > 256, \text{ следовательно, } \sqrt[12]{512} = \sqrt[4]{2^3} > \sqrt[12]{256} = \sqrt[3]{2^2}.$$

$$\text{ д) Так как } 250 > 225, \text{ следовательно, } \sqrt[6]{250} = \sqrt{5\sqrt[3]{2}} > \sqrt[6]{225} = \sqrt[3]{15}.$$

$$562. \text{ а) Так как } 36 < 125, \text{ то } \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{6} < \sqrt[6]{125} = \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt[3]{6} - \sqrt{5} < 0.$$

$$\text{ б) Так как } 125 < 256, \text{ то } \sqrt[12]{125} = \sqrt[4]{5} < \sqrt[12]{256} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow \sqrt[4]{5} - \sqrt[3]{4} < 0.$$

$$\text{ в) Так как } 256 > 243, \text{ то } \sqrt[20]{256} = \sqrt[5]{4} > \sqrt[20]{243} = \sqrt[4]{3} \Rightarrow \sqrt[5]{4} - \sqrt[4]{3} > 0.$$

$$\text{ г) Так как } 243 > 64, \text{ то } \sqrt[30]{243} = \sqrt[6]{3} > \sqrt[30]{64} = \sqrt[5]{2} \Rightarrow \sqrt[6]{3} - \sqrt[5]{2} > 0.$$

$$563. \text{ а) } \frac{9-4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}} + \frac{9+4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}} = \frac{(9-4\sqrt{5})^2 + (9+4\sqrt{5})^2}{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})} =$$

$$= \frac{81 - 72\sqrt{5} + 80 + 81 + 72\sqrt{5} + 80}{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})} = \frac{322}{81-80} = \frac{322}{1} = 322 \quad \text{— рациональ-}$$

ное число.

$$\text{ б) } \frac{5+2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{2}} + \frac{5-2\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}} = \frac{(5+2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2}) + (5-2\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})}{(5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})} =$$

$$= \frac{25 + 20\sqrt{2} + 8 + 25 - 20\sqrt{2} + 8}{25-8} = \frac{66}{17} \quad \text{— рациональное число.}$$

$$564. \text{ a) } (3+2\sqrt{6})^2 + (3-2\sqrt{6})^2 = 9+12\sqrt{6}+24+9-12\sqrt{6}+24 = 66.$$

$$\text{б) } (\sqrt{7+2\sqrt{10}} + \sqrt{7-2\sqrt{10}})^2 = 7+2\sqrt{10} + 2\sqrt{(7+2\sqrt{10})(7-2\sqrt{10})} + 7-2\sqrt{10} = 7+2\sqrt{10}+2\sqrt{49-40}+7-2\sqrt{10} = 14+2\sqrt{9} = 14+6 = 20.$$

$$565. \text{ a) } \sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(4+2\sqrt{2})(4-2\sqrt{2})} = \sqrt[3]{16-8} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\text{б) } \sqrt{4+\sqrt{7}} \sqrt[4]{23-8\sqrt{7}} = \sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^2(23-8\sqrt{7})} = \sqrt[4]{(23+8\sqrt{7})(23-8\sqrt{7})} = \sqrt[4]{23^2 - 64 \cdot 7} = \sqrt[4]{81} = 3.$$

$$566. \text{ a) 1) } \frac{1}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{(b-a)^2} = \frac{(b-a)^2}{(a-b)(a+b)(a+b)} = \frac{a-b}{(a+b)^2};$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{a-b}{a^2-ab} - \frac{a-b}{(a+b)^2} &= \frac{a-b}{a(a-b)} - \frac{a-b}{(a+b)^2} = \\ &= \frac{(a-b)(a+b)^2 - a(a-b)^2}{a(a-b)(a+b)^2} = \frac{(a-b)((a+b)^2 - a(a-b))}{a(a-b)(a+b)^2} = \\ &= \frac{(a+b)^2 - a(a-b)}{a(a+b)^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+ab}{a(a+b)^2} = \frac{3ab+b^2}{a(a+b)^2} = \frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2}; \end{aligned}$$

$$3) \frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)^2}{b^2} = \frac{3a+b}{ab}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) 1) } \frac{1}{2y+1} - \frac{3}{8y^3+1} + \frac{3}{4y^2-2y+1} &= \frac{1}{2y+1} - \frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} + \\ + \frac{3}{4y^2-2y+1} &= \frac{4y^2-2y+1-3+3(2y+1)}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \\ &= \frac{4y^2-2y+1-3+6y+3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \frac{4y^2+4y+1}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \\ &= \frac{(2y+1)^2}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \frac{2y+1}{4y^2-2y+1}. \end{aligned}$$

$$2) 2y - \frac{4y-1}{2y+1} = \frac{2y(2y+1)-(4y-1)}{2y+1} = \frac{4y^2+2y-4y+1}{2y+1} = \frac{4y^2-2y+1}{2y+1};$$

$$3) \frac{2y+1}{4y^2-2y+1} \cdot \frac{4y^2-2y+1}{2y+1} = 1.$$

$$567. \text{ а) } c_n = c_1 q^{n-1}; c_5 = 3\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^4} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } c_5 &= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^3 = \\ &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{6} + 2) = 3\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \\ &= 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\text{в) } c_5 = 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt[4]{3})^4 = 2\sqrt{3} \cdot 3 = 6\sqrt{3}.$$

$$\text{г) } c_5 = \sqrt{2} \cdot (\sqrt[6]{6})^4 = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4} = 2\sqrt[6]{2 \cdot 81} = 2\sqrt[6]{162}.$$

$$568. \text{ а) } x^4 = 36; x = \pm\sqrt[4]{36} = \pm\sqrt[2]{\sqrt{6^2}} = \pm\sqrt{6}.$$

$$\text{б) } x^5 = 1024; x = \sqrt[5]{1024}; x = \sqrt[5]{4^5} = 4.$$

$$\text{в) } x^3 = \sqrt{2}; x = \sqrt[3]{\sqrt{2}}; x = \sqrt[6]{2}.$$

$$569. \text{ а) } a^4 + 1 - a^3 - a \geq 0; a^3(a-1) - (a-1) \geq 0; (a-1)(a^3-1) \geq 0;$$

$$(a-1)(a-1)(a^2+a+1) \geq 0; (a-1)^2 \left(\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right) \geq 0.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } a^3(a-2) - 8(a-2) \geq 0; (a-2)(a^3-8) \geq 0; (a-2)(a-2)(a^2+2a+4) \geq 0; \\ (a-2)^2((a+1)^2+3) \geq 0. \end{aligned}$$

§ 11. Степень с рациональным показателем и ее свойства

$$570. \text{ а) } 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64}; 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3};$$

$$5^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{5^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{125}} = \sqrt[4]{\frac{1}{125}}; 0,2^{0,5} = 0,2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,2};$$

$$7^{-0,25} = 7^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[4]{\frac{1}{7}}.$$

$$\text{б) } x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}; y^{\frac{5}{4}} = y^{\frac{-5}{4}} = \sqrt[4]{y^{-5}} = \sqrt[4]{\frac{1}{y^5}}; a^{1,2} = a^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{a^6};$$

$$b^{-0,8} = b^{-\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{b^{-4}} = \sqrt[5]{\frac{1}{b^4}}; m^{\frac{2}{3}} = m^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{m^8}.$$

$$\text{в) } (2a)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2a}; 2a^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{a}; ax^{\frac{3}{5}} = a\sqrt[5]{x^3}; xy^{-\frac{5}{2}} = x\sqrt{y^{-5}} = x\sqrt{\frac{1}{y^5}};$$

$$-b^{-1,5} = -b^{-\frac{3}{2}} = -\sqrt{b^{-3}} = -\sqrt{\frac{1}{b^3}}.$$

$$\text{г) } (x-y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x-y)^2}; x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2};$$

$$3(a+b)^{\frac{3}{4}} = 3\sqrt[4]{(a+b)^3}; 4a^{-\frac{2}{3}} + ax^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{a^{-2}} + a\sqrt[3]{x^2}.$$

$$571. \text{ а) } 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}; 12^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{12^3}; 29^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{29};$$

$$37^{-\frac{1}{4}} = 37^{-\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{37^{-1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{37}}.$$

$$\text{б) } 3,8^{0,6} = 3,8^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{3,8^3}; 8,5^{-0,5} = 8,5^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{8,5^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{8,5}};$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{9}.$$

$$\text{в) } 5a^{\frac{1}{3}} = 5\sqrt[3]{a}; (2b)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{2b}; -c^{\frac{3}{4}} = -\sqrt[4]{c^3}.$$

$$\text{г) } xy^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{y}; (x+y)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(x+y)^3}; x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

$$572. \text{ а) } \sqrt{1,3} = 1,3^{\frac{1}{2}}. \quad \text{е) } \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{2}{5}}.$$

$$\text{б) } \sqrt{7^{-1}} = (7^{-1})^{\frac{1}{2}} = 7^{-\frac{1}{2}}. \quad \text{ж) } \frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}} = \frac{1}{a^{-\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{2,5^2} = (2,5^2)^{\frac{1}{3}} = 2,5^{\frac{2}{3}}. \quad \text{з) } \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} = x^{-\frac{3}{4}}.$$

$$\text{г) } \sqrt[4]{33^3} = (33^3)^{\frac{1}{4}} = 33^{\frac{3}{4}}. \quad \text{и) } \sqrt[5]{4ab^2} = (4ab^2)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{5}} a^{\frac{1}{5}} b^{\frac{2}{5}}.$$

$$\text{а) } \sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad \text{к) } \sqrt[3]{a^2 - b^2} = (a^2 - b^2)^{\frac{1}{3}}.$$

$$573. \text{ а) } \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{17^2} = 17^{\frac{2}{3}}; \sqrt[5]{3^6} = 3^{\frac{6}{5}};$$

$$\sqrt[8]{7^{-5}} = 7^{-\frac{5}{8}}; \sqrt[9]{0,12^2} = (0,12^2)^{\frac{1}{9}} = 0,12^{\frac{2}{9}}.$$

$$\text{б) } \sqrt[7]{a^4} = a^{\frac{4}{7}}; \sqrt[8]{a^9} = a^{\frac{9}{8}}; \sqrt[12]{b^{-5}} = b^{-\frac{5}{12}};$$

$$\sqrt[11]{5c^2} = (5c^2)^{\frac{1}{11}} = 5^{\frac{1}{11}} c^{\frac{2}{11}}; \sqrt[3]{a-b} = (a-b)^{\frac{1}{3}}.$$

$$574. \text{ а) } 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7. \quad \text{б) } 1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10.$$

$$\text{в) } 4^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{4^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}. \quad \text{г) } 8^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } 9^{2\frac{1}{2}} = 9^{\frac{5}{2}} = \sqrt{9^5} = 243.$$

$$\text{е) } 0,16^{-\frac{1}{2}} = 0,16^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{0,16^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^3} = \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}.$$

$$\text{ж) } 0,008^{-\frac{1}{3}} = 0,008^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{0,008^{-4}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{1000}\right)^{-4}} =$$

$$= \sqrt[3]{125^4} = \sqrt[3]{5^7} = 5^4 = 625.$$

$$\text{з) } \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\left(3\frac{3}{8}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}.$$

$$575. \text{ а) } 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3. \quad \text{б) } 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$$

$$\text{в) } 25^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{25^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{г) } 32^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32^{-1}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } 0,16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{0,16^3} = 0,064.$$

$$\begin{aligned} \text{е) } 0,64^{-1,5} &= 0,64^{\frac{-3}{2}} = \sqrt{0,64^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{0,64^3}} = \frac{1}{(0,8)^3} = \\ &= \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} = 1\frac{61}{64}. \end{aligned}$$

$$\text{ж) } 0,001^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{0,001^{-2}} = \sqrt[3]{1000000} = 100.$$

$$\text{з) } 0,008^{\frac{1}{3}} = 0,008^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{0,008^4} = \sqrt[3]{((0,2)^3)^4} = 0,2^4 = 0,0016.$$

$$577. \text{ а) } 5^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{5^4} \text{ — имеет; } \quad \text{б) } (-16)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-16)^2} \text{ — не имеет.}$$

$$\text{в) } 23^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{23^3}} \text{ — имеет; } \quad \text{г) } 0^{\frac{3}{4}} \text{ — имеет;}$$

$$\text{д) } 0^{-\frac{4}{5}} \text{ — не имеет; } \quad \text{е) } (-25)^{-\frac{1}{2}} \text{ — не имеет.}$$

$$578. \text{ а) } x \geq 0; \quad \text{б) } y-1 \geq 0, y \geq 1; \\ \text{в) } a+2 \geq 0, a \geq -2; \quad \text{г) } b > 0; \quad \text{д) } c-5 \geq 0, c \geq 5.$$

$$579. \text{ а) Так как } 0 < x \leq 81, \text{ то } \sqrt[4]{0} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{81} \Rightarrow 0 < x^{\frac{1}{4}} \leq 3;$$

$$\sqrt[4]{0^3} < \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{81^3} \Rightarrow 0 < x^{\frac{3}{4}} \leq 27.$$

$$\text{б) Так как } 1 \leq x \leq 16, \text{ то } \sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{16} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{1}{4}} \leq 2;$$

$$\sqrt[4]{1^3} \leq \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{16^3} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{3}{4}} \leq 8.$$

$$\text{в) Так как } \frac{1}{625} \leq x < 1, \text{ то } \sqrt[4]{\frac{1}{625}} \leq \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{1} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq x^{\frac{1}{4}} < 1;$$

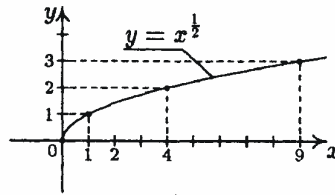
$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{625}\right)^3} \leq \sqrt[4]{x^3} < \sqrt[4]{1^3} \Rightarrow \frac{1}{125} \leq x^{\frac{3}{4}} < 1.$$

$$\text{г) Так как } 0,0001 < x < 10000,$$

$$\text{то } \sqrt[4]{0,0001} < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{10000} \Rightarrow 0,1 < x^{\frac{1}{4}} < 10;$$

$$\sqrt[4]{0,0001^3} < x^{\frac{3}{4}} < \sqrt[4]{10000^3} \Rightarrow 0,001 < x^{\frac{3}{4}} < 1000.$$

580.



581. а) Так как $2 < 3$ и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$.

б) Так как $0,3 < 0,5$ и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $0,3^{\frac{1}{2}} < 0,5^{\frac{1}{2}}$.

в) $5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{125} > \sqrt[6]{25} = 5^{\frac{1}{3}}$.

г) $7^{\frac{2}{6}} = 7^{\frac{1}{3}}$.

$$582. \text{ а) } \frac{x^{-12}(x^2)^4}{x^3x^{-9}} = \frac{x^{-12}x^8}{x^3x^{-9}} = \frac{x^{-4}}{x^{-6}} = \frac{x^6}{x^4} = \frac{1}{x^{-2}} = x^2.$$

$$\text{ б) } \frac{x^5(x^{-4})^{-1}}{x^6x} = \frac{x^5x^4}{x^6x} = \frac{x^9}{x^7} = x^2.$$

$$\text{ в) } \frac{x(x^{-2})^8}{(x^6)^{-3}} = \frac{xx^{-16}}{x^{-18}} = \frac{x^{-15}}{x^{-18}} = \frac{1}{x^{-3}} = x^3.$$

$$\text{ г) } \frac{(x^4)^5(x^{-3})^4}{(x^{-2})^3} = \frac{x^{20} \cdot x^{-12}}{x^{-6}} = \frac{x^8}{x^{-6}} = x^8 \cdot x^6 = x^{14}.$$

$$583. \text{ а) } \frac{2^{-5} \cdot 8^2}{16^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot (2^3)^2}{(2^4)^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot 2^6}{2^{-4}} = \frac{2}{2^{-4}} = 2 \cdot 2^4 = 2^5 = 32.$$

$$\text{ б) } \frac{3^{19} \cdot 27^{-5}}{9^3} = \frac{3^{19} \cdot (3^3)^{-5}}{(3^2)^3} = \frac{3^{19} \cdot 3^{-15}}{3^6} = \frac{3^4}{3^6} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{ в) } \frac{5^4 \cdot 49^{-3}}{7^{-7} \cdot 25^3} = \frac{5^4 \cdot (7^2)^{-3}}{7^{-7} (5^2)^3} = \frac{5^4 \cdot 7^{-6}}{5^6 \cdot 7^{-7}} = \frac{1}{5^2} \cdot 7 = \frac{7}{25}.$$

$$\text{ г) } \frac{81^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 27^{17}} = \frac{(3^4)^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot (3^3)^{17}} = \frac{3^{48} \cdot 10^{-7}}{3^{51} \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{1}{2700}.$$

584. Пусть длина одного катета равна x дм, тогда длина другого катета равна $(x-1)$ дм. $S = \frac{1}{2}x(x-1) = 10$; $x(x-1) = 20$; $x^2 - x - 20 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot (-$

$$20) = 81$$
; $x = \frac{1 + \sqrt{81}}{2} = 5$ или $x = \frac{1 - 9}{2} = -4 < 0$ (не подходит по смыслу).

Если $x = 5$, то $x - 1 = 5 - 1 = 4$ (дм). По теореме Пифагора $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$.

Следовательно, гипотенуза равна $\sqrt{41} \approx 6,4$ (дм).

Ответ: длина гипотенузы 6,4 дм.

585. Пусть длина одной диагонали ромба x см, тогда длина другой равна $(x+2)$ см. $S = \frac{1}{2}x(x+2) = 12$; $x(x+2) = 24$; $x^2 + 2x - 24 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot (-$

$$24) = 100$$
; $x = \frac{-2 + \sqrt{100}}{2} = 4$ или $x = \frac{-2 - 10}{2} = -6 < 0$ (не подходит по

смыслу). Если $x = 4$, то $x + 2 = 4 + 2 = 6$ (см).

Половина первой диагонали: $4 : 2 = 2$ (см). Половина второй диагонали: $6 : 2 = 3$ (см). По теореме Пифагора квадрат стороны ромба равен $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$. Тогда длина стороны равна $\sqrt{13} \approx 3,6$ (см).

Ответ: длина стороны равна 3,6 см.

$$586. \text{ а) } c^{\frac{1}{2}} c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = c^{\frac{3+2}{6}} = c^{\frac{5}{6}}. \quad \text{ б) } b^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} = b^{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = b^{\frac{-2+3}{6}} = b^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{ в) } a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{4+1}{6}} = a^{\frac{5}{6}}. \quad \text{ г) } d^5 d^{\frac{1}{2}} = d^{5 + \frac{1}{2}} = d^{5\frac{1}{2}} = d^{\frac{11}{2}}.$$

$$\text{ д) } x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} = x^{-1} = x^{-1}. \quad \text{ е) } y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = y^{\frac{5-2}{6}} = y^{\frac{3}{6}} = y^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{ ж) } z^{\frac{1}{5}} : z^{-\frac{1}{2}} = z^{\frac{1}{5} - (-\frac{1}{2})} = z^{\frac{2+5}{10}} = z^{\frac{7}{10}}. \quad \text{ з) } m^{\frac{1}{3}} : m^2 = m^{\frac{1}{3} - 2} = m^{-\frac{5}{3}} = m^{-\frac{5}{3}}.$$

$$\text{ и) } \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6}}. \quad \text{ к) } \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{9}} = a^{\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 9}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{ л) } \left(c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = c^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = c^{-\frac{1}{6}}. \quad \text{ м) } \left(p^3\right)^{-\frac{2}{9}} = p^{\frac{-3 \cdot 2}{9}} = p^{-\frac{2}{3}}.$$

$$587. \text{ а) } x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{5}} = x^{\frac{5+4}{10}} = x^{\frac{9}{10}}.$$

$$\text{ б) } y^{-0,6} y^{1,2} = y^{-0,6+1,2} = y^{0,6}.$$

$$\text{ в) } a^{\frac{3}{5}} : a^{\frac{1}{10}} = a^{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}} = a^{\frac{6-1}{10}} = a^{\frac{5}{10}} = a^{\frac{1}{2}}.$$

г) $b^{-0,2} : b^{-0,7} = b^{-0,2+0,7} = b^{0,5}$. д) $(m^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{8}} = m^{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = m^{\frac{1}{4}}$.
 е) $(n^{0,4})^{-2,5} = n^{-0,4 \cdot 2,5} = n^{-1}$. ж) $c^3 c^{-\frac{5}{3}} = c^{3-\frac{5}{3}} = c^{3-1\frac{2}{3}} = c^{1\frac{1}{3}} = c^{\frac{4}{3}}$.
 з) $d^{1,7} : d^{-2} = d^{1,7+2} = d^{3,7}$.

588. а) $x^{0,2} x^{-1} x^{0,6} = x^{0,2-1+0,6} = x^{-0,2}$. б) $a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{6}} a^{\frac{5}{3}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3}} = a^{\frac{4+1+10}{6}} = a^{\frac{15}{6}}$
 в) $y^{0,8} y^{-5} y^{7,2} = y^{0,8-5+7,2} = y^3$.
 г) $b^8 b^{\frac{5}{24}} b^{\frac{1}{3}} = b^{8 + \frac{5}{24} + \frac{1}{3}} = b^{\frac{9+5+8}{24}} = b^{\frac{22}{24}} = b^{\frac{11}{12}}$.

589. а) $(a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8} = a^{0,4 \cdot \frac{1}{2}} a^{0,8} = a^{0,2} \cdot a^{0,8} = a^{0,2+0,8} = a$.
 б) $(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{0,6} \cdot x^{1,6} = x^{0,6+1,6} = x^{2,2}$.
 в) $a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}} = a \cdot a^{-\frac{6 \cdot 3}{5 \cdot 4}} = a \cdot a^{-\frac{9}{10}} = a^{\frac{10}{10}} \cdot a^{-\frac{9}{10}} = a^{\frac{1}{10}}$.
 г) $(a^{0,8})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{-\frac{2}{5}})^{-1,5} = a^{-\frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 4}} \cdot a^{\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 2}} = a^{-\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} = a^{-\frac{3}{5} + \frac{3}{5}} = a^0 = 1$.

590. а) $c^2 c^{-1,5} c^{0,3} = c^{2+(-1,5)+0,3} = c^{0,8}$.
 б) $x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{14}} x^{\frac{2}{7}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{3}{14} + \frac{2}{7}} = x^{\frac{7+3+4}{14}} = x^{\frac{14}{14}} = x$.
 в) $y^{1,7} y^{2,8} y^{-1,5} = y^{1,7+2,8-1,5} = y^3$.
 г) $(a^{0,8})^{0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,8 \cdot 0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,4} \cdot a^{0,6} = a^{0,4+0,6} = a$.
 д) $(b^{\frac{3}{4}})^{\frac{5}{9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12} + \frac{5}{12}} = b^0 = 1$.
 е) $(m^{0,3})^{1,2} \cdot (m^{-0,4})^{0,4} = m^{0,36} \cdot m^{-0,16} = m^{0,36-0,16} = m^{0,2}$.
 ж) $x^4 \sqrt[3]{x} = x^4 x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3+1}{3}} = x^{\frac{4}{3}} = x$.
 з) $y^{\frac{5}{3}} \sqrt[3]{y^2} = y^{\frac{5}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = y^{\frac{5+2}{3}} = y^{\frac{7}{3}}$.
 и) $\sqrt[4]{c^3} \cdot \sqrt[5]{c} = c^{\frac{3}{4}} \cdot c^{\frac{1}{5}} = c^{\frac{3+1}{4 \cdot 5}} = c^{\frac{15+4}{20}} = c^{\frac{19}{20}}$.

591. а) $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4} \cdot 10^{-0,5} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4-0,5+0,1} = 10^0 = 1$.
 б) $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{9}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot (2^3)^{-\frac{1}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2+2-1}{3}} = 2^2 = 4$.
 в) $3 \cdot 9^{0,4} \cdot \sqrt[5]{3} = 3 \cdot (3^2)^{0,4} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = 3 \cdot 3^{0,8} \cdot 3^{0,2} = 3^{1+0,8+0,2} = 3^2 = 9$.
 г) $8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{4} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{3+4+2}{3}} = 2$.

$$592. \text{ a) } 2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 2^{1,4} = 2^{1,3-0,7+1,4} = 2^2 = 4.$$

$$\text{б) } 7^{-\frac{4}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}} = 7^{\frac{-16+1-9}{12}} = 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}.$$

$$\text{в) } 4^{0,7} \cdot 2^{-0,4} = 2^{1,4} \cdot 2^{-0,4} = 2^{1,4-0,4} = 2.$$

$$\text{г) } 25^{0,3} \cdot 5^{1,4} = (5^2)^{0,3} \cdot 5^{1,4} = 5^{0,6} \cdot 5^{1,4} = 5^{0,6+1,4} = 5^2 = 25.$$

$$\text{д) } 2 \cdot 64^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot (2^6)^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 2^{-2} = 2^{1-2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{е) } \sqrt[4]{9} \cdot 3^{-1,5} = 9^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-1,5} = (3^2)^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-1,5} = 3^{0,5} \cdot 3^{-1,5} = 3^{0,5-1,5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

$$593. \text{ a) } (27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{4^3} = 3 \cdot 4 = 12.$$

$$\text{б) } (27 \cdot 64)^{-\frac{1}{3}} = 27^{-\frac{1}{3}} \cdot 64^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{36} \cdot 0,04 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{36} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 0,04^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{36}} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1}{6^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1} \right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1 \cdot 1}{16 \cdot 81} \right)^{-\frac{1}{4}} = (16 \cdot 81)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$\text{д) } \left(\sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[3]{2\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt[3]{24 \cdot \frac{8}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} = (\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{64}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^6}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{е) } \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{(\sqrt[3]{4})^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt[3]{9})^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^3}}{\sqrt{(\sqrt[3]{9})^3}} = \frac{\sqrt{(4^{\frac{1}{3}})^3}}{\sqrt{(9^{\frac{1}{3}})^3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

$$594. \text{ a) } (27 \cdot 8)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2^3} = 3 \cdot 2 = 6.$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{64} \right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{125} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{64} \right)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{4^3} = 5 \cdot 4 = 20.$$

$$\text{в) } \left(\frac{49}{144} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{49^{\frac{1}{2}}}{144^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{12^2}} = \frac{7}{12}.$$

$$\text{r)} \left(\frac{36^3}{125^2} \right)^{\frac{1}{6}} = \frac{36^{\frac{1}{2}}}{125^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{6}{5}.$$

$$595. \text{ a)} (m^{-3})^{\frac{1}{3}} = m^{-\frac{3}{3}} = m^{-1} = \frac{1}{m}.$$

$$\text{б)} \left(x^{-\frac{3}{4}} \right)^{-\frac{2}{3}} = x^{\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

$$\text{в)} \left(8a^{-1\frac{1}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(8a^{-\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3}} = \sqrt[3]{64} \cdot a^{-1} = \sqrt[3]{4^3} \cdot a^{-1} = \frac{4}{a}.$$

$$\text{r)} (81x^2)^{-\frac{3}{4}} = 81^{-\frac{3}{4}} \cdot (x^2)^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^{-3}} \cdot x^{-\frac{2 \cdot 3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{(3^4)^3}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{27\sqrt{x^3}}.$$

$$\text{д)} \left(\frac{1}{27} m^{-3} \right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{27} \right)^{-\frac{1}{3}} m^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} m = \sqrt[3]{27} m = \sqrt[3]{3^3} m = 3m.$$

$$\text{e)} (0,09c^{\frac{1}{2}})^2 = (0,09)^2 c^{\frac{1}{2} \cdot 2} = \sqrt{0,09} \cdot c^{\frac{1}{4}} = \sqrt{(0,3)^2} c^{\frac{1}{4}} = 0,3c^{\frac{1}{4}}.$$

596.

$$\text{a)} a^{\frac{5}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}} \cdot (a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}})^4 = a^{\frac{5}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{-\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{4}{3}} = b^{-\frac{1}{6} + \frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{5}{3} - \frac{4}{3}} = b^{\frac{7}{6}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{б)} \left(c^{-\frac{3}{7}} y^{-0,4} \right)^3 \cdot c^{\frac{2}{7}} \cdot y^{0,2} = c^{-\frac{9}{7}} \cdot y^{-1,2} \cdot c^{\frac{2}{7}} \cdot y^{0,2} = y^{-1,2+0,2} \cdot c^{-\frac{9}{7} + \frac{2}{7}} =$$

$$= y^{-1} \cdot c^{-1} = \frac{1}{yc}.$$

$$\text{в)} \left(a^{\frac{1}{4}} x^{-\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} = \left(a^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{5}} \left(x^{-\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} =$$

$$= a^{\frac{6}{4 \cdot 5}} x^{\frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} = a^{\frac{3}{10} + \frac{7}{10}} x^{\frac{4}{5} + \frac{4}{5}} = ax^0 = a.$$

$$\text{r)} p^{-1} q^4 (p^{-\frac{2}{7}} q^{\frac{1}{14}})^{-3,5} = p^{-1} q^4 \cdot p^{-\frac{2}{7} \cdot (-\frac{7}{2})} \cdot q^{\frac{1}{14} \cdot (-\frac{7}{2})} =$$

$$= (p^{-1} p) (q^4 \cdot q^{-\frac{1}{4}}) = p^0 q^{\frac{5}{4}} = p^0 q^1 = q.$$

597.

$$x^6 = x^{3 \cdot 2} = (x^3)^2; x^{40} = x^{20 \cdot 2} = (x^{20})^2; x^{23} = x^{\frac{23}{2} \cdot 2} = (x^{\frac{23}{2}})^2 = (x^{11,5})^2;$$

$$x^{-14} = x^{-7 \cdot 2} = (x^{-7})^2; x^5 = x^{\frac{5}{2} \cdot 2} = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^2; x^{-3} = x^{-\frac{3}{2} \cdot 2} = \left(x^{-\frac{3}{2}}\right)^2;$$

$$x = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (x^{0,5})^2; x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{8} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{8}})^2; x^{-1} = x^{-\frac{1}{2} \cdot 2} = (x^{-\frac{1}{2}})^2;$$

$$x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{6}})^2; x^{-0,9} = x^{-0,45 \cdot 2} = (x^{-0,45})^2; \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{6}})^2$$

$$598. y^6 = y^{2 \cdot 3} = (y^2)^3; y^{-21} = y^{-7 \cdot 3} = (y^{-7})^3; y^7 = y^{\frac{7}{3} \cdot 3} = \left(y^{\frac{7}{3}}\right)^3;$$

$$y = y^{\frac{1}{3} \cdot 3} = \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3; y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = \left(y^{\frac{1}{6}}\right)^3; y^{-1,5} = y^{-\frac{3}{2}} = y^{-\frac{1}{2} \cdot 3} = \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^3;$$

$$y^{\frac{1}{3}} = y^{-\frac{1}{9} \cdot 3} = (y^{-\frac{1}{9}})^3; y^{0,2} = y^{\frac{1}{5}} = y^{\frac{1}{15} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{15}})^3;$$

$$y^{-\frac{2}{9}} = y^{-\frac{2}{27} \cdot 3} = (y^{-\frac{2}{27}})^3; \sqrt{y} = y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{6}})^3.$$

$$599. \text{ а) } a = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (a^{\frac{1}{2}})^2; \text{ б) } a = a^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (a^{\frac{1}{3}})^3; \text{ в) } a = a^{\frac{1}{7} \cdot 7} = (a^{\frac{1}{7}})^7.$$

$$600. \text{ а) } 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{1}{2} \cdot 3} = (3^{\frac{1}{2}})^3 \approx 1,73^3; \quad \text{ б) } 3^{\frac{5}{2}} = 3^{\frac{1}{2} \cdot 5} = (3^{\frac{1}{2}})^5 \approx 1,73^5;$$

$$\text{ в) } 3^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) \approx \frac{1}{1,73}; \quad \text{ г) } 3^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^5} \approx \frac{1}{1,73^5}.$$

$$601. \text{ а) } 431^{\frac{1}{2}} = (4,31 \cdot 100)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 100^{\frac{1}{2}} = 10\alpha;$$

$$\text{ б) } 43100^{\frac{1}{2}} = (4,31 \cdot 10000)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 10000^{\frac{1}{2}} = 100\alpha;$$

$$\text{ в) } 0,0431^{\frac{1}{2}} = (4,31 \cdot 0,01)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 0,01^{\frac{1}{2}} = 0,1\alpha;$$

$$\text{ г) } 0,000431^{\frac{1}{2}} = (4,31 \cdot 0,0001)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 0,0001^{\frac{1}{2}} = 0,01\alpha.$$

$$602. \text{ а) } V = a^3, \text{ следовательно, } a = V^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{ б) } V = a^3, S = a^2 = \left(V^{\frac{1}{3}}\right)^2 = V^{\frac{2}{3}}; \quad \text{ в) } P = 6 \cdot S = 6 \cdot V^{\frac{2}{3}}.$$

603. а) $y = x^{\frac{2}{3}}; y^{\frac{3}{2}} = (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}; x = y^{\frac{3}{2}}$.

б) $y = x^{\frac{4}{7}}; y^{\frac{7}{4}} = (x^{\frac{4}{7}})^{\frac{7}{4}}; x = y^{\frac{7}{4}}$. в) $y = x^{-\frac{3}{2}}; y^{-\frac{2}{3}} = (x^{-\frac{3}{2}})^{-\frac{2}{3}}; x = y^{-\frac{2}{3}}$.

г) $y = x^{-0,75}; y = x^{-\frac{3}{4}}; y^{-\frac{4}{3}} = (x^{-\frac{3}{4}})^{-\frac{4}{3}}; x = y^{-\frac{4}{3}}$.

д) $y = 5x^{\frac{4}{5}}; \frac{1}{5}y = x^{\frac{4}{5}}; (\frac{y}{5})^{\frac{5}{4}} = (x^{\frac{4}{5}})^{\frac{5}{4}}; x = (\frac{y}{5})^{\frac{5}{4}}$.

е) $y = \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{6}; 6y = x^{-\frac{2}{3}}; (6y)^{-\frac{3}{2}} = (x^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{2}}; x = (6y)^{-\frac{3}{2}}$.

604. а) $\sqrt[10]{x} \cdot \sqrt[15]{x} = x^{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = x^{\frac{2+3}{30}} = x^{\frac{1}{6}}$.

б) $\sqrt[8]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a} = a^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{3+1}{12}} = a^{\frac{4}{12}} = a^{\frac{1}{3}}$.

в) $\sqrt[7]{y^2} \cdot \sqrt[3]{y^{-1}} = y^{\frac{2}{7}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} = y^{\frac{2}{7} - \frac{1}{3}} = y^{\frac{6-7}{21}} = y^{-\frac{1}{21}}$.

г) $\sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}} = (b^2 b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} = b^{\frac{4+1}{6}} = b^{\frac{5}{6}}$.

д) $\sqrt[10]{y^3 \sqrt{y^2}} = (yy^3)^{\frac{1}{10}} = y^{\frac{1+3}{10}} = y^{\frac{4}{10}} = y^{\frac{2}{5}}$.

е) $\sqrt[5]{x^{24} \sqrt{x^{-3}}} = (x^2 x^{\frac{-3}{4}})^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{2}{5} - \frac{3}{20}} = x^{\frac{8-3}{20}} = x^{\frac{5}{20}} = x^{\frac{1}{4}}$.

605. а) $\frac{\sqrt[5]{a^2 \sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a \sqrt{a}}} = \frac{(a^2 a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{5}}}{(a \cdot a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{5}}}{(a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = a^0 = 1;$

б) $\frac{\sqrt[4]{a^3 \sqrt{a^2}}}{\sqrt[3]{a^4 \sqrt{a}}} = \frac{(a \cdot a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}}{(a \cdot a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{3+2}{12}}}{a^{\frac{4+1}{12}}} = \frac{a^{\frac{5}{12}}}{a^{\frac{5}{12}}} = 1.$

606. а) $x^{\frac{1}{3}} = 4; (x^{\frac{1}{3}})^3 = 4^3; x = 64.$

б) $x^{\frac{3}{4}} = 2; (x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}; x = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}.$

в) $x^{-\frac{1}{4}} = 3; \left(x^{-\frac{1}{4}}\right)^{-4} = 3^{-4}; x = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$

г) $y^{-0,5} = 6; \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2} = 6^{-2}; y = \frac{1}{36}.$

$$\text{д) } x^{-0,3} \cdot x^{1,3} = 1; x^{-0,3+1,3} = 1; x^1 = 1; x = 1.$$

$$\text{е) } x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{13}{8}} = 25; x^{\frac{3+13}{8}} = 25; x^2 = 25; x = 5.$$

$$607. \text{ а) } y^{0,5} = 1,3; (y^{0,5})^2 = 1,3^2; y = 1,3^2 = 1,69;$$

$$\text{б) } y^{1,5} = 12; (y^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}} = 12^{\frac{2}{3}}; y = \sqrt[3]{144} \approx 5,24;$$

$$\text{в) } y^{0,75} = 4; (y^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 4^{\frac{4}{3}}; y = \sqrt[3]{256} \approx 6,35;$$

$$\text{г) } y^{1,25} = 5; (y^{\frac{5}{4}})^{\frac{4}{5}} = 5^{\frac{4}{5}}; y = \sqrt[5]{625} \approx 3,62.$$

$$608. \text{ а) } 10x^2 + 4x - 7,5x - 3 - 10x^2 - 35x - 4 < 0; -38,5x < 7; x > -\frac{2}{11}.$$

$$\text{б) } 9 - 24x + 16x^2 - 16x^2 + 2x - 72x + 9 - 11 > 0; -94x > -7; x < -\frac{7}{94}.$$

609. Обозначим время заполнения бассейна второй трубой за x ч, тогда время первой — за $(1,5)x$ ч. $\frac{1}{x}$ часть бассейна заполняется второй

трубой за 1 ч, $\frac{1}{1,5x}$ часть бассейна заполняется первой трубой за 1 ч.

$6 \cdot \frac{1}{1,5x}$ часть бассейна — заполнила первая труба; $4 \cdot \frac{1}{x}$ часть бассейна

— заполнила вторая труба. Получаем уравнение:

$$6 \cdot \frac{1}{1,5x} + 4 \cdot \frac{1}{x} = 1; \frac{4}{x} + \frac{4}{x} = 1; \frac{8}{x} = 1; x = 8.$$

$$x=8; 1,5x=12.$$

Ответ: 12 ч. и 8 ч.

610. Пусть время, за которое вторая бригада выполнит всю работу — x дней. Тогда время первой — $(x+12)$ дней. Первая бригада за один день выполняет $\frac{1}{x+12}$ часть работы, а вторая бригада — $\frac{1}{x}$ часть работы.

Получаем уравнение: $\frac{14}{x+12} + \frac{5}{x} = 1$; $14x+5x+60-x^2-12x=0$; $x^2-7x-60=0$;

$D=7^2-4\cdot(-60)=49+240=289$; $x_1 = \frac{7+17}{2} = 12$ или $x_2 = \frac{7-17}{2} = -5 < 0$ — не

подходит по смыслу задачи. $x+12=24$.

Ответ: 24 дня и 12 дней.

$$611. \text{ а) } \frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = \frac{x^{-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = \frac{x^{\frac{3}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{1-\frac{3}{5}} = x^{\frac{5}{5}-\frac{3}{5}} = x^{\frac{2}{5}}.$$

$$\text{ б) } \frac{y^{\frac{3}{7}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}{(y^{\frac{4}{7}})^{-2}} = \frac{y^{\frac{3}{7}-\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{8}{7}}} = \frac{y^{-\frac{1}{14}}}{y^{-\frac{8}{7}}} = y^{-\frac{1}{14}-(-\frac{8}{7})} = y^{-\frac{1+16}{14}} = y^{-\frac{15}{14}} = y^{\frac{15}{14}}.$$

$$\text{ в) } \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{2}{5}}} = b^{\frac{3}{5}-\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{5}}a^{\frac{1}{4}}. \text{ г) } \frac{(c^{-\frac{2}{3}})^{-4}}{c^{\frac{1}{6}}c^{\frac{1}{2}}} = \frac{c^{-\frac{2}{3}\cdot(-4)}}{c^{\frac{1+3}{6}}} = \frac{c^{\frac{8}{3}}}{c^{\frac{4}{6}}} = c^{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}} = c^2.$$

$$\text{ д) } \frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[5]{b^2}}{a^{-\frac{1}{2}}b^{1,4}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{5}-\frac{7}{5}} = ab^{-1} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{ е) } \frac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt{y}}{(x^{-\frac{1}{3}}y^{0,5})^5} = \frac{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{1}{3}-(-\frac{5}{3})} \cdot y^{\frac{1}{2}-\frac{5}{2}} = x^2y^{-2} = \frac{x^2}{y^2}.$$

$$612. \text{ а) } \frac{a^{\frac{1}{3}}a^{1,5}}{a^{-\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}}{a^{-\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{1+9+1}{6}} = a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{11}{6}}.$$

$$\text{ б) } \frac{b^{2,5}\sqrt[4]{b^3}}{(b^4)^{-1}} = \frac{b^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{4}}}{b^{-\frac{1}{4}}} = b^{\frac{5}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}} = b^{\frac{10+3+1}{4}} = b^{\frac{14}{4}} = b^{\frac{7}{2}} = b^{\frac{7}{2}}.$$

$$\text{ в) } \frac{x^{1,5}y^{0,5}}{x^{0,5}y^{1,5}} = y^{0,5-1,5} \cdot x^{1,5-0,5} = y^{-1}x = \frac{x}{y}.$$

$$\text{ г) } \frac{d^{2,6}\sqrt[5]{c^3}}{(c^{-0,2}d^{0,3})^2} = \frac{d^{2,6}c^{\frac{3}{5}}}{c^{-0,4}d^{0,6}} = d^{2,6-0,6} \cdot c^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}} = d^2c.$$

$$613. \text{ а) } \frac{8^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{9}}{3^{\frac{5}{3}} \sqrt{2}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3} - \frac{5}{3}} = 2^1 \cdot 3^{-1} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{ б) } \frac{16^{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{25}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-1,6}} = \frac{(2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot (5^2)^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{8}{5}}} = 2^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{5} - \frac{8}{5}} = 2^1 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 25 = 50.$$

$$614. \text{ а) } (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = xy^{\frac{1}{2}} - yx^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}.$$

$$\text{ б) } a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}) = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}} = ab^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}}b.$$

$$\text{ в) } (x^{\frac{1}{3}} + 3)(x^{\frac{2}{3}} - 3) = x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}} + 3x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} - 9 = x + 3\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x} - 9.$$

$$\text{ г) } (m^{\frac{1}{2}} - 1)(m^{\frac{1}{2}} + 1) = (m^{\frac{1}{2}})^2 + m^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{2}} - 1^2 = m - 1.$$

$$\text{ д) } (a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = (a^{\frac{3}{2}})^2 + a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} - (b^{\frac{1}{2}})^2 = a^3 - b.$$

$$\text{ е) } (m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})^2 = (m^{\frac{1}{2}})^2 + 2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} + (n^{\frac{1}{2}})^2 = m^{\frac{1}{2} \cdot 2} + 2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2} \cdot 2} =$$

$$= m + 2\sqrt{m}\sqrt{n} + n.$$

$$\text{ ж) } (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b) = (a^{\frac{1}{2}})^3 + (b^{\frac{1}{2}})^3 = a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{ з) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y\right) = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 - \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3 = x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}.$$

$$615. \text{ а) } b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{2}{3}} + c^{\frac{3}{4}}\right) = b^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{3}{4}}c^{\frac{1}{4}} = bc^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{3}}c.$$

$$\text{ б) } x^{0,5}y^{0,5}(x^{-0,5} - y^{1,5}) = x^{0,5}y^{0,5}x^{-0,5} - x^{0,5}y^{0,5}y^{1,5} = y^{0,5} - x^{0,5}y^2.$$

$$\text{ в) } (2 - y^{1,5})(2 + y^{1,5}) = 2^2 - (y^{1,5})^2 = 4 - y^3.$$

$$\text{ г) } (3p^{0,5} + q^{-1})(3p^{0,5} - q^{-1}) = (3p^{0,5})^2 - (q^{-1})^2 = 3^2 \cdot p^{0,5 \cdot 2} - q^{-1 \cdot 2} =$$

$$= 9p - q^{-2} = 9p - \frac{1}{q^2}.$$

$$\text{ д) } (1 - b^{\frac{1}{2}})^2 = 1 - 2b^{\frac{1}{2}} + (b^{\frac{1}{2}})^2 = 1 - 2\sqrt{b} + b^{\frac{2}{2}} = 1 - 2\sqrt{b} + b.$$

$$\text{ е) } \left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + \left(2b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{2}{2}} + 4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + 4b^{\frac{2}{2}} =$$

$$= a + 4a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + 4b.$$

$$\text{ ж) } (x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) = (x^{\frac{1}{3}})^3 + (y^{\frac{1}{3}})^3 = x + y.$$

$$3) (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b) = (a^{\frac{1}{2}})^3 - (b^{\frac{1}{2}})^3 = a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}.$$

$$616. \text{ а) } (1 + c^{\frac{1}{2}})^2 - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + 2c^{\frac{1}{2}} + (c^{\frac{1}{2}})^2 - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + c^{\frac{2}{2}} = 1 + c.$$

$$\text{б) } \sqrt{b} + \sqrt{c} - (b^{\frac{1}{4}} + c^{\frac{1}{4}})^2 = \sqrt{b} + \sqrt{c} - (b^{\frac{1}{4}})^2 - 2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}} - (c^{\frac{1}{4}})^2 = \\ = b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{2}} - 2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}} - c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = -2\sqrt[4]{bc}.$$

$$\text{в) } (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^2 - (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})^2 = a^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}} + \\ + 2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}} = 4a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = 4\sqrt[3]{ab}.$$

$$\text{г) } \left(x^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{3}}\right)^2 + 2x^{\frac{7}{12}} = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 2x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{3}} + \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 + 2x^{\frac{7}{12}} = \\ = x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{3+4}{12}} + x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{7}{12}} = x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{7}{12}} + x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{7}{12}} = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{д) } (y^{\frac{2}{3}} + 3y^{\frac{1}{3}})^2 - 6y^{\frac{13}{15}} = y^{\frac{4}{3}} + 6y^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}} + 9y^{\frac{2}{3}} - 6y^{\frac{13}{15}} = \\ = y^{\frac{4}{3}} + 6y^{\frac{10+3}{15}} + 9y^{\frac{2}{3}} - 6y^{\frac{13}{15}} = y^{\frac{4}{3}} + 6y^{\frac{13}{15}} + 9y^{\frac{2}{3}} - 6y^{\frac{13}{15}} = y^{\frac{4}{3}} + 9y^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{е) } (x^{\frac{1}{4}} + 1)(x^{\frac{1}{4}} - 1)(x^{\frac{1}{2}} + 1) = \left((x^{\frac{1}{4}})^2 - 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\ = \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 1^2 = x^{\frac{2}{2}} - 1^2 = x - 1.$$

$$617. \text{ а) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \\ = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} + y^{\frac{1}{2} \cdot 2} = x + y.$$

$$\text{б) } \sqrt{m} + \sqrt{n} - (m^{\frac{1}{4}} - n^{\frac{1}{4}})^2 = m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}} - (m^{\frac{1}{4}})^2 + 2m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}} - (n^{\frac{1}{4}})^2 = \\ = m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{2}} + 2\sqrt[4]{mn} - n^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt[4]{mn} = 2m^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{4}}.$$

$$\text{в) } (a^{\frac{3}{2}} + 5a^{\frac{1}{2}})^2 - 10a^2 = (a^{\frac{3}{2}})^2 + 10a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{1}{2}} + 25(a^{\frac{1}{2}})^2 - 10a^2 = \\ = a^3 + 10a^2 + 25a - 10a^2 = a^3 + 25a.$$

$$\text{г) } (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{8}} + b^{\frac{1}{8}})(a^{\frac{1}{8}} - b^{\frac{1}{8}}) = \\ = (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}) \times ((a^{\frac{1}{8}})^2 - (b^{\frac{1}{8}})^2) = (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}) = \\ = (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}) = (a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2 = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}.$$

618. а) $x - 2x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}} - 2) = x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}} - 2)$.

б) $y + 3y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}(y^{\frac{1}{3}} + 3y^{\frac{1}{3}}) = y^{\frac{1}{3}}(y^{\frac{2}{3}} + 3)$.

в) $a^{\frac{1}{2}} - 5a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{1}{4}} - 5a^{\frac{1}{4}}) = a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{1}{4}} - 5)$.

г) $a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{6}}(a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}) = a^{\frac{1}{6}}(a^{\frac{1}{6}} + 1)$.

д) $b^{\frac{3}{4}} - 2b^{\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{4}}(b^{\frac{3}{4}} - 2b^{\frac{1}{4}}) = b^{\frac{1}{4}}(b^{\frac{1}{2}} - 2)$.

е) $c^{\frac{5}{3}} + 6c^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{2}{3}}(c^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}} + 6c^{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}}) = c^{\frac{2}{3}}(c + 6)$.

ж) $(ab)^{\frac{1}{3}} - (ac)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}} - c^{\frac{1}{3}})$.

з) $6^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = 2^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} - 1)$.

619. а) $2 + 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}(2^{1-\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = 2^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}} + 1)$.

б) $3 - 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}(3^{1-\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = 3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} - 1)$.

в) $a + a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}(a^{1-\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} + 1)$.

г) $b^{\frac{1}{3}} - b = b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} - b^{1-\frac{1}{3}}) = b^{\frac{1}{3}}(1 - b^{\frac{2}{3}})$.

д) $15^{\frac{1}{3}} + 20^{\frac{1}{3}} = (5 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} + (5 \cdot 4)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}})$.

е) $(2a)^{\frac{1}{2}} - (5a)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}})$.

620. а) $a - b = (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 = (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$.

б) $a - b = (a^{\frac{1}{3}})^3 - (b^{\frac{1}{3}})^3 = (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}})$.

621. а) $m^2 - 5 = m^2 - 5^{\frac{1}{2} \cdot 2} = m^2 - (5^{\frac{1}{2}})^2 = (m + 5^{\frac{1}{2}})(m - 5^{\frac{1}{2}})$.

б) $2 - x^2 = 2^{\frac{1}{2} \cdot 2} - x^2 = (2^{\frac{1}{2}})^2 - x^2 = (2^{\frac{1}{2}} + x)(2^{\frac{1}{2}} - x)$.

в) $a^3 - 4 = (a^{\frac{3}{2}})^2 - 2^2 = (a^{\frac{3}{2}} + 2)(a^{\frac{3}{2}} - 2)$.

г) $x^{\frac{2}{5}} - y^{\frac{4}{5}} = (x^{\frac{1}{5}})^2 - (y^{\frac{2}{5}})^2 = (x^{\frac{1}{5}} + y^{\frac{2}{5}})(x^{\frac{1}{5}} - y^{\frac{2}{5}})$.

д) $4 - a = 2^2 - (a^{\frac{1}{2}})^2 = (2 + a^{\frac{1}{2}})(2 - a^{\frac{1}{2}})$.

е) $m - n = (m^{\frac{1}{2} \cdot 2} - n^{\frac{1}{2} \cdot 2}) = (m^{\frac{1}{2}})^2 - (n^{\frac{1}{2}})^2 = (m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}})$.

$$622. \text{ a) } x^3 - 2 = x^3 - 2^{\frac{1}{3} \cdot 3} = x^3 - (2^{\frac{1}{3}})^3 = (x - 2^{\frac{1}{3}})(x^2 + 2^{\frac{1}{3}}x + 2^{\frac{2}{3}}).$$

$$\text{б) } y^3 + 3 = y^3 + 3^{\frac{1}{3} \cdot 3} = y^3 + (3^{\frac{1}{3}})^3 = (y + 3^{\frac{1}{3}})(y^2 - 3^{\frac{1}{3}}y + 3^{\frac{2}{3}}).$$

$$\text{в) } m^{\frac{3}{2}} - 8 = m^{\frac{1}{2} \cdot 3} - 2^3 = (m^{\frac{1}{2}})^3 - 2^3 = (m^{\frac{1}{2}} - 2)(m + 2m^{\frac{1}{2}} + 4).$$

$$\text{г) } a^{\frac{6}{5}} + 27 = a^{\frac{2}{5} \cdot 3} + 3^3 = (a^{\frac{2}{5}})^3 + 3^3 = (a^{\frac{2}{5}} + 3)(a^{\frac{4}{5}} - 3a^{\frac{2}{5}} + 9).$$

$$\text{д) } x - 5 = x^{\frac{1}{3} \cdot 3} - 5^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (x^{\frac{1}{3}})^3 - (5^{\frac{1}{3}})^3 = (x^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}).$$

$$\text{е) } 4 + y = 4^{\frac{1}{3} \cdot 3} + y^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (4^{\frac{1}{3}})^3 + (y^{\frac{1}{3}})^3 = (4^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(4^{\frac{2}{3}} - 4^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}).$$

$$623. \text{ a) } a^{\frac{4}{3}} - 1 = a^{\frac{2}{3} \cdot 2} - 1 = (a^{\frac{2}{3}})^2 - 1^2 = (a^{\frac{2}{3}} - 1)(a^{\frac{2}{3}} + 1).$$

$$\text{б) } b^{\frac{3}{2}} - 1 = b^{\frac{1}{2} \cdot 3} - 1 = (b^{\frac{1}{2}})^3 - 1^3 = (b^{\frac{1}{2}} - 1)(b + b^{\frac{1}{2}} + 1).$$

$$\text{в) } x - 4 = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2^2 = (x^{\frac{1}{2}})^2 - 2^2 = (x^{\frac{1}{2}} - 2)(x^{\frac{1}{2}} + 2).$$

$$\text{г) } 5 - y = 5^{\frac{1}{2} \cdot 2} - y^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (5^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2 = (5^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(5^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}).$$

$$624. \text{ a) } x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 3} + y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = (x^{\frac{1}{6}})^3 + (y^{\frac{1}{6}})^3 = (x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}})(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}).$$

$$\text{б) } c^{\frac{1}{3}} + d^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{9} \cdot 3} + d^{\frac{1}{9} \cdot 3} = (c^{\frac{1}{9}})^3 + (d^{\frac{1}{9}})^3 = (c^{\frac{1}{9}} + d^{\frac{1}{9}})(c^{\frac{2}{9}} - c^{\frac{1}{9}}d^{\frac{1}{9}} + d^{\frac{2}{9}}).$$

$$\begin{aligned} \text{в) } a^{-1} + b^{-1} &= a^{-\frac{1}{3} \cdot 3} + b^{-\frac{1}{3} \cdot 3} = (a^{-\frac{1}{3}})^3 + (b^{-\frac{1}{3}})^3 = \\ &= (a^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}})(a^{-\frac{2}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}). \end{aligned}$$

$$625. \text{ a) } x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 3} - y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = (x^{\frac{1}{6}})^3 - (y^{\frac{1}{6}})^3 = (x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}})(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}).$$

$$\text{б) } x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{12} \cdot 3} - y^{\frac{1}{12} \cdot 3} = (x^{\frac{1}{12}})^3 - (y^{\frac{1}{12}})^3 = (x^{\frac{1}{12}} - y^{\frac{1}{12}})(x^{\frac{1}{6}} + x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{12}} + y^{\frac{1}{6}}).$$

$$\text{в) } a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{9} \cdot 3} - b^{\frac{1}{9} \cdot 3} = (a^{\frac{1}{9}})^3 - (b^{\frac{1}{9}})^3 = (a^{\frac{1}{9}} - b^{\frac{1}{9}})(a^{\frac{2}{9}} + a^{\frac{1}{9}}b^{\frac{1}{9}} + b^{\frac{2}{9}}).$$

$$626. \text{ a) } \frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} - 3} = \frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 3^1)} = \frac{4}{1 - 3^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{б) } \frac{2^{\frac{1}{4}} - 2}{5 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{1}{4}}(2^{\frac{1}{4} \cdot 4} - 2^1)}{5 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{1 - 2^{\frac{3}{4}}}{5}.$$

$$\begin{aligned}
\text{в)} \quad \frac{x+x^{\frac{1}{2}}}{2x} &= \frac{x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}})}{2x} = \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{2x^{\frac{1}{2}}}. \\
\text{г)} \quad \frac{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}} &= \frac{x^{\frac{1}{4}}(x^{\frac{1}{4}}-1)}{x^{\frac{3}{4}}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x^{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x^{\frac{3}{16}}}. \\
\text{д)} \quad \frac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}} &= \frac{(a^{\frac{1}{3}})^2-(b^{\frac{1}{3}})^2}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}. \\
\text{е)} \quad \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b} &= \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}. \\
\text{ж)} \quad \frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} &= \frac{(x^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{2}})^2}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}. \\
\text{з)} \quad \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}{x+y} &= \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3} \cdot 3}+y^{\frac{1}{3} \cdot 3}} = \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}{(x^{\frac{1}{3}})^3+(y^{\frac{1}{3}})^3} = \\
&= \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}{(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}})} = \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}}. \\
627. \text{ а)} \quad \frac{3+3^{\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}} &= \frac{3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}}+1)}{3^{-\frac{1}{2}}} = 3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}}+1) = 3^{1.5}+3. \\
\text{б)} \quad \frac{10}{10-10^{\frac{1}{2}}} &= \frac{10}{10^{\frac{1}{2}}(10^{\frac{1}{2}}-1)} = \frac{10^{1-\frac{1}{2}}}{10^{\frac{1}{2}}-1} = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{10^{\frac{1}{2}}-1}. \\
\text{в)} \quad \frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} &= \frac{(x^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{2}})^2}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}. \\
\text{г)} \quad \frac{b^{\frac{1}{2}}-5}{b-25} &= \frac{b^{\frac{1}{2}}-5}{(b^{\frac{1}{2}})^2-5^2} = \frac{b^{\frac{1}{2}}-5}{(b^{\frac{1}{2}}-5)(b^{\frac{1}{2}}+5)} = \frac{1}{b^{\frac{1}{2}}+5}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & \frac{c+2c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}+d}{c-d} = \frac{(c^{\frac{1}{2}})^2+2c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}+(d^{\frac{1}{2}})^2}{c^{\frac{1}{2}\cdot 2}-d^{\frac{1}{2}\cdot 2}} = \frac{(c^{\frac{1}{2}}+d^{\frac{1}{2}})^2}{(c^{\frac{1}{2}})^2-(d^{\frac{1}{2}})^2} = \\ & = \frac{(c^{\frac{1}{2}}+d^{\frac{1}{2}})^2}{(c^{\frac{1}{2}}-d^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}}+d^{\frac{1}{2}})} = \frac{c^{\frac{1}{2}}+d^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}}-d^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & \frac{m+n}{m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} = \frac{(m^{\frac{1}{3}})^3+(n^{\frac{1}{3}})^3}{m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} = \frac{(m^{\frac{1}{3}})^3+(n^{\frac{1}{3}})^3}{m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} = \\ & = \frac{(m^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{1}{3}})(m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}})}{m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} = m^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

$$628. \text{ а)} \quad \frac{x^{\frac{5}{6}}+x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{5}{6}}-x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}})}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}})} = \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{1}{2}}-1}.$$

$$\text{При } x=1,44 \quad \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{1}{2}}-1} = \frac{\sqrt{1,44}+1}{\sqrt{1,44}-1} = \frac{1,2+1}{1,2-1} = \frac{2,2}{0,2} = 11.$$

$$\text{б)} \quad \frac{m^{\frac{2}{3}}-2,25}{m^{\frac{1}{3}}+1,5} = \frac{(m^{\frac{1}{3}})^2-1,5^2}{m^{\frac{1}{3}}+1,5} = \frac{(m^{\frac{1}{3}}-1,5)(m^{\frac{1}{3}}+1,5)}{m^{\frac{1}{3}}+1,5} = m^{\frac{1}{3}}-1,5.$$

$$\text{При } m=8 \quad m^{\frac{1}{3}}-1,5 = \sqrt[3]{8}-1,5 = \sqrt[3]{2^3}-1,5 = 2-1,5 = 0,5.$$

$$\text{в)} \quad \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} = \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2-2^2} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} = \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} -$$

$$-\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} = \frac{2x^{\frac{1}{2}}-(x^{\frac{1}{2}}+2)}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} = \frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}+2}$$

$$\text{При } x=9 \quad \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{\sqrt{9}+2} = \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \frac{2}{y^{\frac{1}{4}}+3} - \frac{2}{y^{\frac{1}{4}}-3} = \frac{2(y^{\frac{1}{4}}-3)-2(y^{\frac{1}{4}}+3)}{(y^{\frac{1}{4}}+3)(y^{\frac{1}{4}}-3)} = \frac{2y^{\frac{1}{4}}-6-2y^{\frac{1}{4}}-6}{(y^{\frac{1}{4}})^2-3^2} = \\ & = -\frac{12}{y^{\frac{1}{2}}-9} = -\frac{12}{\sqrt{y}-9}. \text{ При } y=100 \quad -\frac{12}{\sqrt{y}-9} = -\frac{12}{\sqrt{100}-9} = -\frac{12}{10-9} = -12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
629. \text{ а) } & \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b} = \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \\
& - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{(a-b)(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})-(a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \\
& = \frac{a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}b+ab^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}. \\
\text{ б) } & \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{2} \cdot 3 - b^{\frac{1}{2} \cdot 3}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2} \cdot 2 - b^{\frac{1}{2} \cdot 2} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} = \\
& = \frac{(a^{\frac{1}{2}})^3 - (b^{\frac{1}{2}})^3}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \\
& = \frac{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \\
& = (a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})^2 + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2} \cdot 2} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} + b^{\frac{1}{2} \cdot 2} = a + b. \\
630. \text{ а) } & \frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} + \frac{\sqrt{y}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}) + y^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})}{(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})} = \\
& = \frac{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{x+y}{x-y}. \\
\text{ б) } & \frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} + \\
& + \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}) - a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \\
& = \frac{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 - a + b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a-b-a+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{0}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = 0. \\
\text{ в) } & \left(\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}q}{p-q};
\end{aligned}$$

$$1) \frac{q^{\frac{1}{2}}}{p - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} = \frac{q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}(p^{1-\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}(q^{1-\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}})} =$$

$$= \frac{q^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} = \frac{q - p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})};$$

$$2) \frac{q - p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}q}{p - q} = \frac{(q - p)p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}})}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})(p - q)} = -\frac{p^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}}} = \frac{q^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}}}.$$

$$631. \text{ а) } \begin{cases} 21 - 4x + 2(7x - 0,5) < 0, \\ -4(x + 0,5) - 2x - 1 > 0, \end{cases} \quad \text{ б) } \begin{cases} 2(0,5x - 3) - 3(2x + 3) \geq 0, \\ -(4x + 7) + 0,5(4x - 6) \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 21 - 4x + 14x - 1 < 0, \\ -4x - 2 - 2x - 1 > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x - 6 - 6x - 9 \geq 0, \\ -4x - 7 + 2x - 3 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + 20 < 0, \\ -6x - 3 > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} -5x - 15 \geq 0, \\ -2x - 10 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -2, \\ x < -0,5. \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -5. \end{cases}$$

632. Пусть расстояние от города до совхоза l км, а скорость автобуса v км/ч. Из первого условия получим следующее уравнение: $v+20=1,5v$, т.е. $v=40$. Из второго условия получим следующее уравнение:

$$\frac{l}{v-10} = \frac{l}{v} + 1, \text{ т.е. } \frac{l}{30} = \frac{l}{40} + 1. 10l=1200; \therefore l=120 \text{ (км).}$$

Ответ: 120 км.

633. Пусть расстояние от столицы до деревни l км, а скорость велосипедиста — v км/ч. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{l}{v-3} - \frac{l}{v} = \frac{1}{3} \\ \frac{l}{v} - \frac{l}{v+1} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} l \frac{3}{v(v-3)} = \frac{1}{3} \\ l \frac{1}{v(v+1)} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v(v-3)}{9} = \frac{v(v+1)}{12} \\ l \frac{v(v+1)}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4v - 12 = 3v + 3 \\ l = \frac{v(v+1)}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} v = 15 \\ l = \frac{15 \cdot 16}{12} = 20 \end{cases}$$

Ответ: 20 км.

$$634. \text{ а) } \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} =$$

$$= \frac{7 + 2\sqrt{35} + 5 + 7 - 2\sqrt{35} + 5}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{24}{7 - 5} = 12.$$

$$\text{ б) } \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \frac{(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^2}{\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}} =$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{\sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}} = \frac{4}{\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{4}{\sqrt{4 - 3}} = 4.$$

635. а) не может;

б) не может.

636. а) Так как $D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ симметрична относительно нуля

и

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^3 + 2(-x)} = \frac{1}{-x^3 - 2x} = -\frac{1}{x^3 + 2x} = -f(x), \text{ следовательно,}$$

$f(x)$ — нечетная функция.

б) Так как $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2 + 7} = \frac{1}{x^2 + 7} = f(x), \text{ следовательно, } f(x) \text{ — четная}$$

функция.

$$\text{ в) Так как } f(-x) = \frac{1}{(-x)^4 + 3(-x)} = \frac{1}{x^4 - 3x} \neq f(x) \text{ и } \neq -f(x), \text{ сле-}$$

довательно, не является ни четной, ни нечетной функцией.

г) $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = |-x + 3| + |-x - 3| + |-(x - 3)| + |-(x + 3)| = |x - 3| + |x + 3| = f(x),$$

следовательно, $f(x)$ четная функция.

д) $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = |-x + 5| - |-x - 5| = |-(x - 5)| - |-(x + 5)| = |x - 5| - |x + 5| =$$

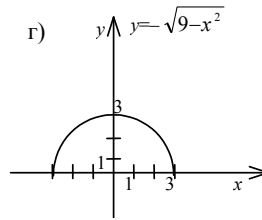
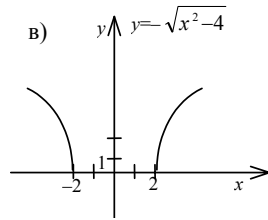
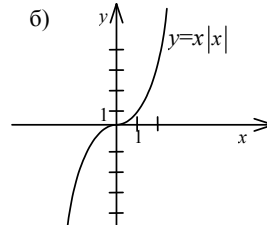
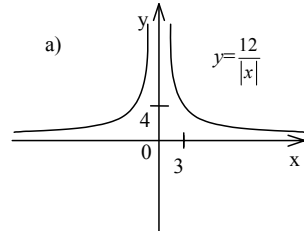
$$= -(|x + 5| - |x - 5|) = -f(x), \text{ следовательно } f(x) \text{ нечетная функция.}$$

$$\text{ е) } f(-x) = |-x + 1| + |-x - 2| = |-(x - 1)| + |-(x + 2)| = |x - 1| + |x + 2| \neq$$

$$\neq f(x) \text{ и } f(-x) \neq -f(x) \text{ — не является ни четной ни нечетной функцией.}$$

637. а) может; в) может; б) не может; г) не может.

638.



639. а) убывает; б) возрастает.

640. По условию имеем: $g(-x) = g(x)$, $f(-x) = f(x)$

а) $y(x) = g(x) + f(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = g(-x) + f(-x) = g(x) + f(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

б) $y(x) = f(x) - g(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = f(-x) - g(-x) = f(x) - g(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

в) $y(x) = g(x) \cdot f(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = g(-x) \cdot f(-x) = g(x) \cdot f(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

г) $y(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит,

$y(-x) = \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{f(x)}{g(x)} = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

641. По условию имеем: $f(-x) = -f(x)$; $g(-x) = -g(x)$.

а) $y(x) = g(x) + f(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) = g(-x) + f(-x) = -g(x) - f(x) = -y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

б) $y(x) = f(x) - g(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) = f(-x) - g(-x) = -f(x) + g(x) = -(f(x) - g(x)) = -y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

в) $y(x) = g(x) \cdot f(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит,
 $y(-x) = g(-x) \cdot f(-x) = -g(x) \cdot (-f(x)) = g(x) \cdot f(x) = y(x)$; $y(x)$ — чет-
 ная функция.

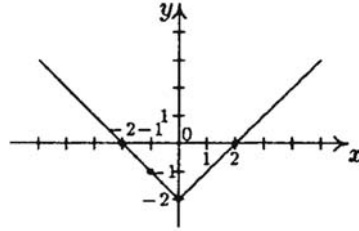
г) $y(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) =$
 $= \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{-g(x)} = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

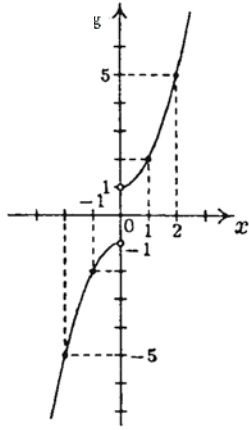
642. 1) Графиком функции $f(x) = x - 2$ будет прямая

x	0	1
y	-2	-1

2) Графиком функции $f(x) = -x - 2$ будет прямая

x	0	-2
y	-2	0





643. График функции $g(x) = x^2 + 1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_g = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2} = 0; \quad g_g = 1.$$

x	1	2	0	-1
y	2	5	1	2

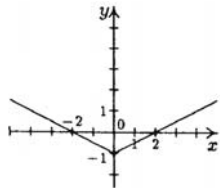
График функции $g(x) = -x^2 - 1$ – парабола.

Ветви этой параболы направлены вниз.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_g = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0; \quad g_g = -1.$$

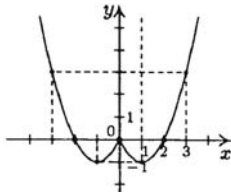
x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	-2	-5	-10	-1	-2	-5	-10



644. а) Графиком функции $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ будет

прямая.

x	0	4
xy	-1	1



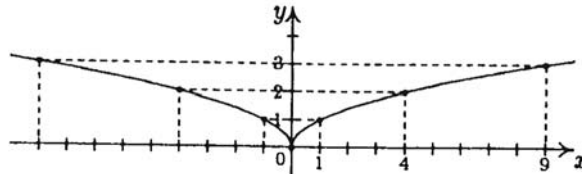
б) График функции $f(x) = x^2 - 2x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Координаты вершины параболы:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1; \quad y_b = -1.$$

в) При $x \geq 0$ график функции построим по точкам: при $x \leq 0$ график будет симметричен построенному относительно Oy.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

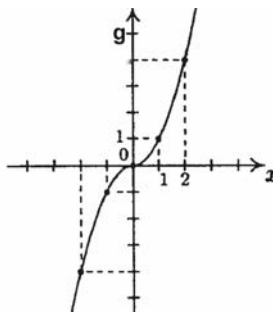


645. а) График функции $g(x)=x^2$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; g_{\text{в}} = 0.$$

x	0	1	2	3	4
y	0	1	4	9	16

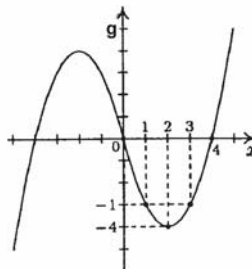


б) График функции $g(x)=x^2-4x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

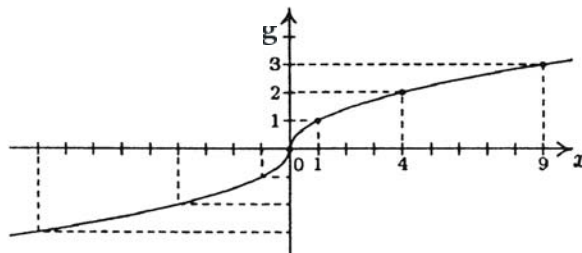
$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2; g_{\text{в}} = 4 - 4 \cdot 2 = -4.$$

x	0	1	2	4
y	0	-3	-4	0



в) Построим график функции $g(x)=\sqrt{x}$:

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



646. а) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно оси ординат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=f(x_0)$, то есть $f(x_0)$ — четная функция.

б) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно начала координат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; -f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=-f(x_0)$, то есть $f(x)$ — нечетная функция.

647. а) Да, при $k=0$ $y=b$ — четная функция.

б) Да, при $b=0$: $y=kx$ — нечетная функция.

648. Да, при $b=0$ и $a \neq 0$ $y=ax^2+c$ — является четной функцией.

649. а) Функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $5^{100} > 4^{100}$.

б) Т.к. $0,87 < 0,89$ и функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $0,87^{100} < 0,89^{100}$.

в) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $1,5^{261} < 1,6^{261}$.

г) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{261} > \left(\frac{3}{5}\right)^{261}.$$

650. а) Функция $y=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $2^{10} < 3^{10}$.

б) Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $0,3^5 > 0,2^5$.

в) Функция $y=x^{17}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит,

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{17} < \left(\frac{8}{9}\right)^{17}.$$

$$\text{г) } \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^{10} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20};$$

д) $8^7 = (2^3)^7 = 2^{21}$; $y=x^{21}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $3^{21} > 2^{21}$, т.е. $3^{21} > 8^7$.

е) $36^6 = (36^2)^3 = 1296^3$. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$ и $1250 < 1296$, $1296^3 > 1250^3$, т.е. $36^6 > 1250^3$.

651. а) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке

$(-\infty; +\infty) \Rightarrow f(25) > f(12) \Rightarrow f(25) - f(12) > 0$.

б) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке

$(-\infty; +\infty) \Rightarrow f(-30) < f(-20) \Rightarrow f(-30) - f(-20) < 0$.

в) $f(0)=0 \Rightarrow f(0); f(60)=0$.

г) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty) \Rightarrow g(17) - g(5) > 0$.

д) $g(-9) > 0$; $g(-17) > 0 \Rightarrow g(-9) \cdot g(-17) > 0$.

е) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty) \Rightarrow g(38) > g(0) \Rightarrow g(38) - g(0) > 0$.

652. а) Рассмотрим разность $x^{n+1} - x^n = x^n(x-1)$. Так как $x \in [0; 1]$, то $x^n \geq 0$, $x-1 \leq 0$, следовательно, $x^{n+1} - x^n \leq 0$, то есть $x^{n+1} \leq x^n$.

б) Рассмотрим разность $x^{n+1} - x^n = x^n(x-1)$. Так как $x \in (1; +\infty)$, то $x^n \geq 0$, $x-1 > 0$, следовательно, $x^{n+1} - x^n > 0$, то есть $x^{n+1} > x^n$.

653. а) $8=2^n$, значит, $n=3$. б) $12,25=3,5^n$, значит, $n=2$.

в) $81=(-3)^n$, значит, $n=4$. г) $-32=(-2)^n$, значит, $n=5$.

654. а) $5=2^n$, $y=2^n$ возрастает. $2^2=4 < 5 < 8^2=2^3$, значит, не существует.

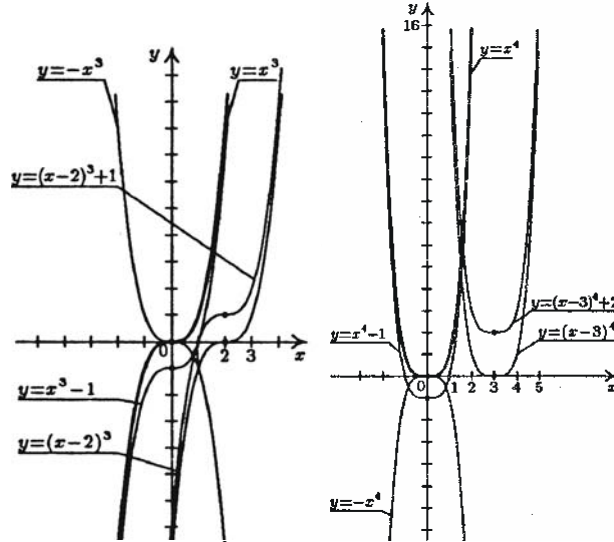
б) $81=(\sqrt{3})^n$, значит, $n=8$.

в) $415 = (-5)^n$, значит, $n=2m$. $415 = (-5)^{2m} = 25^m$. $y=25^m$ — возрастает.
 $25^1 = 25 < 415 < 625 = 25^2$, значит, не существует. г) $-343 = (-7)^n$, значит, $n=3$.

655. I. Построим график функции $y=x^3$. II. Построим график функции $y=x^3$.

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	-1	-8	$-\frac{1}{8}$	0	1	8	9

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-1	-16	$-\frac{1}{16}$	0	1	16	$\frac{1}{16}$



а) График функции $y=-x^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$, пользуясь симметрией относительно оси x .

б) График функции $y=x^3-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y .

в) График функции $y=(x-2)^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 2 единицы вправо вдоль оси x .

г) График функции $y=(x-2)^3+1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^3$ на 2 единицы вправо и на 1 единицу вверх.

д) График функции $y=-x^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$, пользуясь симметрией относительно оси x .

е) График функции $y=x^4-1$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y .

ж) График функции $y=(x-3)^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 3 единицы вправо вдоль оси x .

з) График функции $y=(x-3)^4+2$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^4$ на 3 единицы вправо и на 2 единицы вверх.

656. а) 2 корня: $x_{1,2} = \pm\sqrt[10]{2}$; б) 1 корень: $x = 0$; в) нет корней;
 г) 1 корень: $x = \sqrt[7]{5}$; д) 1 корень: $x = 0$; е) 1 корень: $x = \sqrt[7]{-1}$.

657. а) $-0,5 \sqrt[10]{1024} = -0,5 \cdot \sqrt[10]{2^{10}} = -0,5 \cdot 2 = -1$.

б) $-\frac{2}{3} \sqrt[7]{-2187} = \frac{2}{3} \sqrt[7]{2187} = \frac{2}{3} \sqrt[7]{3^7} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$.

в) $1,5 \sqrt[9]{512} = 1,5 \sqrt[9]{2^9} = 1,5 \cdot 2 = 3$.

г) $\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} \cdot \sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} \cdot \sqrt{\frac{49}{9}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{7}{2}$.

д) $\sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[7]{0,1^7} = \sqrt[3]{5^3} \cdot 0,1 = 5 \cdot 0,1 = 0,5$.

е) $\sqrt[4]{16^{-2}} \cdot \sqrt[3]{0,125^3} = \sqrt[4]{\frac{1}{16^2}} \cdot \sqrt[3]{0,125^3} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 8} = \frac{1}{32}$.

658. а) $\sqrt{x} = 0,2$; $(\sqrt{x})^2 = 0,2^2$; $(x^{\frac{1}{2}})^2 = 0,04 \Rightarrow x = 0,04$.

б) $\sqrt[3]{y} = \frac{1}{2}$; $(\sqrt[3]{y})^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$; $(y^{\frac{1}{3}})^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow y = \frac{1}{8}$.

в) $\sqrt[4]{a} = -1$; нет решений, т.к. корень 4-ой степени из любого числа есть число неотрицательное.

г) $\sqrt[4]{b} = 2$; $(\sqrt[4]{b})^4 = 2^4$; $(b^{\frac{1}{4}})^4 = 2^4 \Rightarrow b = 16$.

д) $\sqrt[8]{x} = 1$; $(\sqrt[8]{x})^8 = 1^8$; $(x^{\frac{1}{8}})^8 = 1^8 \Rightarrow x = 1$.

е) $\sqrt[3]{y} = -2$; $(\sqrt[3]{y})^3 = (-2)^3 = -8$; $(y^{\frac{1}{3}})^3 = (-2)^3 \Rightarrow y = -8$.

659. а) При $x-2 \geq 0$; $x \geq 2$ выражение имеет смысл.

б) При $\frac{9-x}{5} \geq 0$; $x \leq 9$.

в) При любом x выражение имеет смысл.

г) При $(a-5)(a-2) \geq 0$, т.е. при $a \leq 2$ или $a \geq 5$.



д) При $y^2 - 5y + 6 \geq 0$. Решим уравнение $y^2 - 5y + 6 = 0$: $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 1$;

$y = \frac{5+1}{2} = 3$ или $y = \frac{5-1}{2} = 2$; $y^2 - 5y + 6 = (y-3)(y-2) \geq 0$, т.е. $y \leq 2$ или $y \geq 3$.



е) При $-b^2+6b-8 \geq 0$. Решим уравнение $-b^2+6b-8=0$; $b^2-6b+8=0$;

$$D=6^2-4 \cdot 1 \cdot 8=4; b=\frac{6+\sqrt{4}}{2}=4 \text{ или } b=\frac{6-\sqrt{4}}{2}=2 \Rightarrow -b^2+6b-8=$$

$$=-(b-4)(b-2) \geq 0; (b-4)(b-2) \leq 0, \text{ т.е. } 2 \leq b \leq 4.$$



660. а) $x^6=12$; $x=\pm\sqrt[6]{12}$. б) $x^9=5$; $x=\sqrt[9]{5}$.

в) $x^7=-3$; $x=\sqrt[7]{-3}=-\sqrt[7]{3}$. г) $x^{11}=2$; $x=\sqrt[11]{2}$.

д) $\sqrt[4]{x+1}=2$; $(\sqrt[4]{x+1})^4=2^4$; $\left((x+1)^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4 \Rightarrow x+1=16$; $x=15$.

е) $\sqrt[5]{x-2}=1$; $(\sqrt[5]{x-2})^5=1^5$; $x-2=1$; $x=3$.

661. а) $x^8+6x^4-7=0$. Пусть $x^4=y$; $y^2+6y-7=0$; $D=6^2-4 \cdot (-7)=64$;

$$y_1=\frac{-6+\sqrt{64}}{2} \text{ или } y_2=\frac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7; x^4=-7; \text{ в первом случае } x_1=1 \text{ или}$$

$x_2=-1$, во втором случае нет решений, т.к. правая часть равенства $x^4=-7$ – отрицательное число.

б) $x^{12}-9x^6+14=0$. Пусть $x^6=y$; $y^2-9y+14=0$; $D=9^2-4 \cdot 14=25$; $y_1=\frac{9+\sqrt{25}}{2}=7$

или $y_2=\frac{9-\sqrt{25}}{2}=2 \Rightarrow x^6=7$ или $x^6=2$; в первом случае $x_{1,2}=\pm\sqrt[6]{7}$, во втором

случае $x_{3,4}=\pm\sqrt[6]{2}$.

в) $x^6+11x^3+24=0$. Пусть $x^3=y$; $y^2+11y+24=0$; $D=11^2-4 \cdot 24=25$;

$$y_1=\frac{-11+\sqrt{25}}{2}=-3 \text{ или } y_2=\frac{-11-\sqrt{25}}{2}=-8 \Rightarrow x^3=-3 \text{ или } x^3=-8; x_1=-\sqrt[3]{3} \text{ или}$$

$$x_2=\sqrt[3]{-8}=-2.$$

г) $x^{14}-5x^7+6=0$. Пусть $x^7=y$; $y^2-5y+6=0$; $D=25-4 \cdot 6=1$;

$$y_1=\frac{5+1}{2}=3 \text{ или } y_2=\frac{5-1}{2}=2 \Rightarrow x^7=3 \text{ или } x^7=2, \text{ т.е. } x_1=\sqrt[7]{3}, x_2=\sqrt[7]{2}.$$

662. а) 1) $\sqrt[3]{x}=5$; $(\sqrt[3]{x})^3=5^3=125$; $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3=5^3 \Rightarrow x=125$.

2) $\sqrt[3]{x}>5$; $(\sqrt[3]{x})^3>5^3$; $x>125$.

3) $\sqrt[3]{x}<5$; $(\sqrt[3]{x})^3<5^3$; $x<125$.

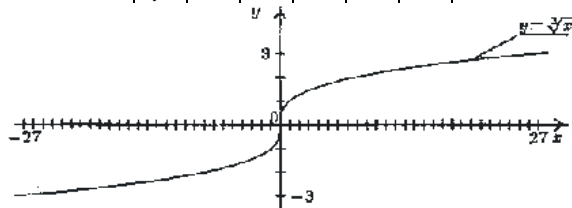
б) 1) $\sqrt[4]{x}=2$; $(\sqrt[4]{x})^4=2^4$; $\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4 \Rightarrow x=16$.

2) $\sqrt[4]{x}>2$; $(\sqrt[4]{x})^4>2^4$; $x>16$.

3) $\sqrt[4]{x}<2$; $(\sqrt[4]{x})^4<2^4$; $0 \leq x<16$.

663. Построим график функции $y = \sqrt[3]{x}$

x	0	1	8	-1	-27
y	0	1	2	-1	-3



а) $\sqrt[3]{23} < \sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt[3]{-5} < \sqrt[3]{-4}$; в) $\sqrt[3]{-0,1} < \sqrt[3]{-0,01}$.

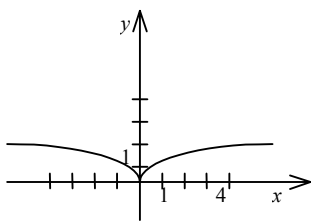
664. а) Так как $6 < 7$, то $\sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{7}$, следовательно, $\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{7} < 0$.

б) Так как $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$, то $\sqrt[5]{\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$, следовательно, $\sqrt[5]{\frac{1}{2}} - \sqrt[5]{\frac{1}{3}} > 0$.

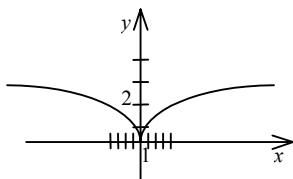
в) Так как $1 > 0,99$, то $1 > \sqrt[4]{0,99}$, следовательно, $1 - \sqrt[4]{0,99} > 0$.

г) Так как $0,28 = \frac{7}{25} < \frac{2}{7}$, то $\sqrt[6]{0,28} < \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$, следовательно,

$$\sqrt[6]{0,28} - \sqrt[6]{\frac{2}{7}} < 0$$



При $x < 0$ график будет симметричен относительно O_y .



При $x < 0$ график является симметричным относительно O_y .

665. а) $f(-x) = \sqrt{|-x|} = \sqrt{|x|} = f(x)$

$D_f = \mathbb{R}$

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y = f(x)$.

При $x \geq 0$ $y = f(x) = \sqrt{x}$

б) $f(-x) = \sqrt[3]{|-x|} = \sqrt[3]{|x|} = f(x)$

$D_f = \mathbb{R}$ — симметрична относительно нуля.

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

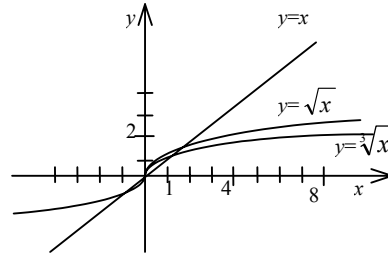
Построим график функции $y = f(x)$.

При $x \geq 0$ $y = f(x) = \sqrt[3]{x}$

666. а) $0 < x < 1$, следовательно, $\sqrt[10]{0} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1}$; $0 < \sqrt[10]{x} < 1$.
 б) $1 < x < 1000$, следовательно, $\sqrt[10]{1} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$; $1 < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$.
 в) $1000 < x < 10^{10}$, следовательно, $\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{10^{10}}$;
 $\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} < 10$.

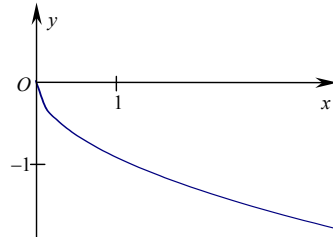
667. а) $x-2 \geq 0$, $x \geq 2$.
 б) $5-2x \geq 0$; $2x \leq 5$; $x \leq 2,5$.
 в) $y = \sqrt[3]{8x+1}$ определена при любом x .

668.

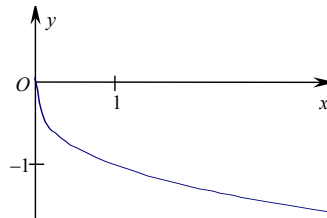


- а) $\sqrt{x} = x$, значит,
 $x = x^2$; $x(x-1)=0 \Rightarrow x_1^{\frac{1}{2}} = 0, x_2^{\frac{1}{2}} = 1$, т.е. $x_1=0, x_2=1$
 $\sqrt{x} < x$, значит, $x > 0$, т.к. корень 2-ой степени число неотрицательное.
 $\sqrt{x} > x$, значит, $x(x-1) < 0$, т.е. $0 < x < 1$.
 б) $\sqrt[3]{x} = x$, значит, $x = x^3$,
 т.е. $x(x^2-1)=0$; $x(x-1)(x+1)=0$,
 т.е. $x_1=0, x_2=1, x_3=-1$.
 $\sqrt[3]{x} < x$, значит, $x < x^3$; $x(x^2-1) > 0$; $-1 < x < 0$ или $x > 1$.
 $\sqrt[3]{x} > x$, значит, $x > x^3$; $x(x^2-1) < 0$; $x < -1$ или $0 < x < 1$.

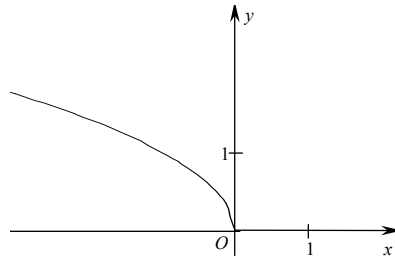
669. а) $y = -\sqrt{x}$;



б) $y = -\sqrt[3]{x}$;



$$в) y = \sqrt{-x};$$



$$г) y = \sqrt[3]{-x};$$

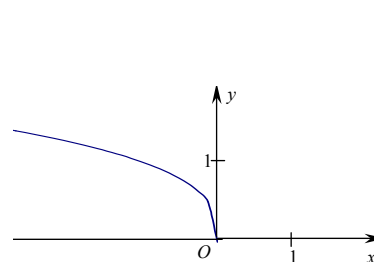


График функции $y = \sqrt{-x}$ лежит во II четверти и симметричен графику функции $y = -\sqrt{x}$ (III четверть) относительно оси Ox .

График функции $y = -\sqrt[3]{x}$ не отличается от графика функции $y = \sqrt[3]{-x}$ и они лежат во II и IV четвертях.

$$670. а) \sqrt[3]{\frac{64 \cdot 27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5}.$$

$$б) \sqrt[4]{\frac{81}{16 \cdot 625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{5^4}} = \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}.$$

$$в) \sqrt[5]{\frac{3^{10} \cdot 5^5}{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{3^{10}} \cdot \sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{(3^2)^5} \cdot \sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{(7^2)^5}} = \frac{3^2 \cdot 5}{7^2} = \frac{45}{49}.$$

$$г) \sqrt[6]{\frac{9^9}{2^{12} \cdot 5^6}} = \frac{\sqrt[6]{9^9}}{\sqrt[6]{2^{12}} \cdot \sqrt[6]{5^6}} = \frac{\sqrt[6]{(3^2)^{3 \cdot 3}}}{\sqrt[6]{(2^2)^6} \cdot \sqrt[6]{5^6}} = \frac{3^3}{2^2 \cdot 5} = \frac{27}{20} = 1 \frac{7}{20}.$$

$$671. а) \sqrt{16x^3y} = \sqrt{16x^2} \cdot \sqrt{xy} = 4|x|\sqrt{xy}.$$

$$б) \sqrt[4]{81ab^7} = \sqrt[4]{81b^4} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = \sqrt[4]{3^4b^4} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = 3b\sqrt[4]{ab^3}.$$

$$в) \sqrt[3]{125a^5x^3} = \sqrt[3]{125a^3x^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{5^3a^3x^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = 5ax\sqrt[3]{a^2}.$$

$$г) \sqrt[3]{64b^{12}y^7} = \sqrt[3]{(4b^4y^2)^3} \sqrt[3]{y} = 4b^4y^2\sqrt[3]{y}.$$

$$672. а) a\sqrt{\frac{5}{a}} = \sqrt{\frac{5a^2}{a}} = \sqrt{5a}. \quad б) x\sqrt[3]{\frac{8}{x^2}} = \sqrt[3]{\frac{8x^3}{x^2}} = \sqrt[3]{2^3x^{3-2}} = 2\sqrt[3]{x}.$$

$$в) b^4 \sqrt[4]{\frac{3}{b^3}} = \sqrt[4]{\frac{3b^4}{b^3}} = \sqrt[4]{3b^{4-3}} = \sqrt[4]{3b}.$$

$$г) 2c \sqrt[5]{\frac{1}{16c^4}} = \sqrt[5]{\frac{32 \cdot c^5}{16c^4}} = \sqrt[5]{2c^{5-4}} = \sqrt[5]{2c}.$$

673. а) Так как $32 > 8$. Тогда:

$$\sqrt[15]{32} = \sqrt[15]{2^5} = 2^{\frac{5}{15}} = 2^{\frac{1}{3}} > \sqrt[15]{8} = \sqrt[15]{2^3} = 2^{\frac{3}{15}} = 2^{\frac{1}{5}};$$

$$б) \text{ Так как } \frac{1}{9} < \frac{1}{3}; \text{ тогда: } \sqrt[4]{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt[4]{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt[4]{\frac{1}{3}} < 0;$$

$$в) \text{ Так как } 9 > 3; \text{ тогда: } \sqrt[2k]{9} = \sqrt[k]{3} > \sqrt[2k]{3}; \sqrt[k]{3} - \sqrt[2k]{3} > 0;$$

$$г) \text{ Так как } \frac{1}{4} < \frac{1}{2}; \text{ тогда: } \sqrt[2k]{\frac{1}{4}} = \sqrt[k]{\frac{1}{2}} < \sqrt[2k]{\frac{1}{2}}; \sqrt[k]{\frac{1}{2}} - \sqrt[2k]{\frac{1}{2}} < 0.$$

$$674. а) \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}; \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

Так как $6 < 8 < 9$,

следовательно, $\sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$;

$$б) \sqrt{0,5} = \sqrt[6]{(0,5)^3} = \sqrt[6]{\frac{1}{8}} < \sqrt[6]{\frac{9}{100}} = \sqrt[3]{0,3}$$

$$\sqrt[3]{0,3} = \sqrt[15]{\left(\frac{3}{10}\right)^5} = \sqrt[15]{\frac{243}{100000}} < \sqrt[15]{\frac{8}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} = \sqrt[5]{\frac{2}{10}} = \sqrt[5]{0,2},$$

следовательно, $\sqrt{0,5} < \sqrt[3]{0,3} < \sqrt[5]{0,2}$.

$$\begin{aligned} 675. а) \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} &= 1. \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \\ &= \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2 \cdot (7+4\sqrt{3})} = \\ &= \sqrt[6]{(4-4\sqrt{3}+3)(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7^2 - (4\sqrt{3})^2)} = \\ &= \sqrt[6]{49-48} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})} : \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} &= 1. \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}} : \sqrt[2 \cdot 3]{(\sqrt{2}-1)^2} = \\ &= \sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})} : \sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{(\sqrt{2}-1)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}+1}} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} = \sqrt[6]{1} = 1. \end{aligned}$$

$$676. \text{ а) } \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{25}) \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{5}.$$

$$\text{ б) } \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{10}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}.$$

$$\text{ в) } \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1.$$

$$\text{ г) } \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3})^3-1^3} =$$

$$= \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1.$$

$$\text{ д) } \frac{7}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}} = \frac{7(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2})} =$$

$$= \frac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{(\sqrt[3]{5})^3+(\sqrt[3]{2})^3} = \frac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{5+2} = \sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}.$$

$$677. \text{ а) } \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0; \sqrt[3]{x} = 2\sqrt[6]{x}; (\sqrt[3]{x})^6 = (2\sqrt[6]{x})^6; (x^{\frac{1}{3}})^6 = 2^6(x^{\frac{1}{6}})^6;$$

$$x^2 = 64x; x(x-64) = 0; x_1 = 64 \text{ или } x_2 = 0.$$

$$\text{ б) } \sqrt[6]{x} - 0,1 = 0; \sqrt[6]{x} = 0,1; (\sqrt[6]{x})^6 = 0,1^6; x = 0,000001.$$

$$\text{ в) } \sqrt[10]{x} + 5 = 0; \sqrt[10]{x} = -5 \text{ нет решений, т.к. корень 10-ой степени число неотрицательное.}$$

$$\text{ г) } \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0; \text{ пусть } \sqrt[6]{x} = y, 2y^2 + y - 1 = 0; D = 1 + 1 \cdot 2 \cdot 4 = 9;$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4}, y_1 = -1 \text{ или } y_2 = \frac{1}{2}. \text{ В первом случае решений нет, т.к. корень}$$

$$6\text{-ой степени} - \text{число неотрицательное; во втором случае } \sqrt[6]{x} = \frac{1}{2}; x = \left(\frac{1}{2}\right)^6;$$

$$x = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}.$$

$$\text{ д) } \sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0; \text{ пусть } \sqrt[4]{x} = y \text{ тогда } y^2 - 5y + 6 = 0; D = 25^2 - 6 \cdot 4 = 25 - 24 = 1;$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}; y_1 = 3 \text{ или } y_2 = 2. \text{ В первом случае } \sqrt[4]{x} = 3; x_1 = 3^4 = 81; \text{ во втором слу-}$$

$$\text{чае } \sqrt[4]{x} = 2; x_2 = 2^4 = 16.$$

е) $\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0$; пусть $\sqrt[8]{x} = y$, тогда $y^2 - 2y - 3 = 0$; $D = 2^2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$;
 $y = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$; $y_1 = 3$ или $y_2 = -1$ — корней нет, т.к. левая часть — положительная, а правая — отрицательная; $\sqrt[8]{x} = 3$; $x = 6561$.

678. а) $2,5\sqrt{40} = 2,5 \cdot 2\sqrt{10} = 5\sqrt{10} = 5 \cdot 10^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot (5 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$.

б) $-8 \cdot \sqrt[3]{2} = -2^3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = -2^{3+\frac{1}{3}} = -2^{\frac{10}{3}}$.

в) $a\sqrt{a} = a \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{1+\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}$ г) $-b \cdot \sqrt[3]{b} = -b \cdot b^{\frac{1}{3}} = -b^{1+\frac{1}{3}} = -b^{\frac{4}{3}}$.

д) $(x+1)^2 \cdot \sqrt[4]{x+1} = (x+1)^2 \cdot (x+1)^{\frac{1}{4}} = (x+1)^{2+\frac{1}{4}} = (x+1)^{\frac{9}{4}}$.

е) $(y-5)^3 \cdot \sqrt[2]{y-5} = (y-5)^3 \cdot (y-5)^{\frac{1}{2}} = (y-5)^{3+\frac{1}{2}} = (y-5)^{\frac{7}{2}}$.

679. а) $512 > 64$, поэтому

$$\sqrt[6]{512} = \sqrt[6]{8^3} = 8^{\frac{3}{6}} = 8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} > \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{8^2} = 8^{\frac{2}{6}} = 8^{\frac{1}{3}}.$$

б) $625 > 512$, поэтому

$$\sqrt[24]{625} = \sqrt[24]{5^4} = 5^{\frac{4}{24}} = 5^{\frac{1}{6}} > \sqrt[24]{512} = \sqrt[24]{8^3} = 8^{\frac{3}{24}} = 8^{\frac{1}{8}}$$

в) $81 < 125$, поэтому $\sqrt[12]{81} = \sqrt[12]{3^4} = 3^{\frac{4}{12}} = 3^{\frac{1}{3}} < \sqrt[12]{125} = \sqrt[12]{5^3} = 5^{\frac{3}{12}} = 5^{\frac{1}{4}}$

г) $81 > 64$, поэтому $\sqrt[48]{81} = \sqrt[48]{3^4} = 3^{\frac{4}{48}} = 3^{\frac{1}{12}} > \sqrt[48]{64} = \sqrt[48]{4^3} = 4^{\frac{3}{48}} = 4^{\frac{1}{16}}$.

680. а) $(x-2)^{\frac{1}{2}} = 4$; $((x-2)^{\frac{1}{2}})^2 = 4^2$; $x-2=16$; $x=18$.

б) $(x-2)^2 = 4^{\frac{1}{2}}$. Положим, $x-2=y \Rightarrow y^2 = \sqrt{4} = 2$;
 $y = \pm \sqrt{2}$; $x-2 = \pm \sqrt{2}$; $x_1 = 2 + \sqrt{2}$, $x_2 = 2 - \sqrt{2}$.

в) $(y+3)^{\frac{1}{4}} = -1$; $\sqrt[4]{y+3} = -1$ нет решений, т.к. корень 4-ой степени — число неотрицательное.

г) $(y+3)^{-1} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{y+3} = \frac{1}{4}$; $y+3=4$; $y=1$.

д) $(a-5)^{\frac{1}{3}} = 0$; $a-5=0$; $a=5$. е) $(a-5)^0 = \frac{1}{3}$ нет решений, т.к. $(a-5)^0 = 1$, но $\frac{1}{3} \neq 1$.

$$681. \text{ а) } \sqrt[5]{\frac{1}{32}} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{1}, \text{ значит, } \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} < x^{\frac{1}{5}} < 1^{\frac{1}{5}};$$

$$\frac{1}{32} < x^{\frac{2}{5}} < 1^{\frac{2}{5}}, \text{ значит,}$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{1024}} < x^{\frac{2}{5}} < 1; \sqrt[5]{\frac{1}{4^5}} < x^{\frac{2}{5}} < 1; \frac{1}{4} < x^{\frac{2}{5}} < 1.$$

$$\text{б) } \sqrt[5]{1} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{32}; 1 < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{2^5}; 1 < x^{\frac{1}{5}} < 2;$$

$$1^{\frac{2}{5}} < x^{\frac{2}{5}} < 32^{\frac{2}{5}}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{1024}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{4^5}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < 4.$$

$$\text{в) } \sqrt[5]{32} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{1000}; \sqrt[5]{2^5} < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{1000}; 2 < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{1000}$$

$$32^{\frac{2}{5}} < x^{\frac{2}{5}} < 1000^{\frac{2}{5}}; \sqrt[5]{1024} < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{1000000};$$

$$\sqrt[5]{4^5} < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{10 \cdot 10^5}; 4 < x^{\frac{2}{5}} < 10\sqrt[5]{10}.$$

$$682. \text{ а) } \frac{x^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{x^{10}} \cdot \frac{2}{x^{15}}} = x^{\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{15}} = x^{\frac{18-9-4}{30}} = x^{\frac{5}{30}} = x^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{б) } \frac{a^{-3,5} \cdot a^{3,8}}{a^{2,1} \cdot a^{-1,9}} = \frac{a^{-3,5} + a^{3,8}}{a^{2,1-1,9}} = \frac{a^{0,3}}{a^{0,2}} = a^{0,3-0,2} = a^{0,1}.$$

$$\text{в) } (m^{-0,6} \cdot m^{0,2})^{2,5} = (m^{-0,6+0,2})^{2,5} = (m^{-0,4})^{2,5} = m^{-0,4 \cdot 2,5} = m^{-1} = \frac{1}{m}.$$

$$\text{г) } \left(c^{\frac{3}{4}} c^{-\frac{1}{6}} \right)^{-1\frac{2}{7}} = \left(c^{\frac{9-2}{12}} \right)^{-\frac{9}{7}} = c^{-\frac{7 \cdot 9}{12 \cdot 7}} = c^{-\frac{3}{4}}.$$

$$\text{д) } \left(\frac{25a^{-2}}{4b^4} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{25} \cdot (a^{-2})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{4} \cdot (b^4)^{\frac{1}{2}}} = \frac{5a^{-2 \cdot \frac{1}{2}}}{2b^{4 \cdot \frac{1}{2}}} = \frac{5a^{-1}}{2b^2} = \frac{5}{2ab^2}$$

$$\text{е) } \left(\frac{8x^{12}}{y^6} \right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{y^6}{8x^{12}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{y^{\frac{6}{3}}}{8^{\frac{1}{3}} x^{\frac{12}{3}}} = \frac{y^2}{2x^4}.$$

$$683. \text{ а) } \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[10]{x^9} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{9}{10}} = x^{\frac{3}{5} + \frac{9}{10}} = x^{\frac{6+9}{10}} = x^{\frac{15}{10}} = x^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{ б) } \frac{\sqrt[8]{x}}{\sqrt[4]{x^{-1}}} = \frac{x^{\frac{1}{8}}}{x^{-\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{1+2}{8}} = x^{\frac{3}{8}}.$$

$$\text{ в) } \sqrt[3]{x^2 \sqrt[4]{x}} = (x^2 x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{2+1}{12}} = x^{\frac{9}{12}} = x^{\frac{3}{4}}.$$

684.

$$\text{ а) } \left(\frac{x^{\frac{8}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{x^{\frac{8+2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{x^2}{x^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{x^{2 \cdot \frac{3}{2}}}{x^{\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2}}} = \frac{x^{-3}}{x^{-2}} = x^{-3+2} =$$

$$= x^{-1} = \frac{1}{x}. \text{ Если } x=0,008, \text{ то } \frac{1}{x} = \frac{1}{0,008} = 125.$$

$$\text{ б) } \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-1}}} \right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{3}{4}} = \frac{(x^{\frac{-3+2}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{3-2}{6}})^{\frac{3}{4}}} = \frac{(x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}} =$$

$$= \frac{x^{-\frac{13}{6 \cdot 4}}}{x^{\frac{13}{6 \cdot 4}}} = x^{-\frac{1}{8}} : x^{\frac{1}{8}} = x^{-\frac{1}{8} - \frac{1}{8}} = x^{-\frac{1}{4}}.$$

$$\text{ Если } x=0,0625, \text{ то } x^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{\sqrt[4]{(0,5)^4}} = \frac{1}{0,5} = 2.$$

$$685. \text{ а) } \begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = -4 \end{cases} \quad \text{ б) } \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 27 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -27 \end{cases}$$

$$686. \text{ а) } xy = t^{-\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{1}{2}} = t^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = t^0 = 1; xy = 1.$$

$$\text{ б) } x = t^{\frac{2}{3}} = (t^{\frac{1}{3}})^2 = y^2; x = y^2.$$

$$\text{ в) } x = t^{\frac{1}{2}}; x^2 = (t^{\frac{1}{2}})^2 = t = (t^{\frac{1}{3}})^3 = y^3; x^2 = y^3.$$

$$\begin{aligned}
687. \text{ a) } & a^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{3}} (a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}) - (a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = \\
& = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} - (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \cdot (b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = \\
& = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}. \\
\text{ б) } & (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{4}}) + (y^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = (x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{4}})^2 + y^{\frac{1}{2}} = \\
& = x - y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = x.
\end{aligned}$$

$$688. \text{ a) } 2a^{-0,5} - 3a = a^{-0,5}(2a^{-0,5+0,5} - 3a^{1+0,5}) = a^{-0,5}(2 - 3a^{1,5}).$$

$$\text{ б) } 3a^{-0,5} + 5a^{0,5} = a^{-0,5}(3a^{-0,5+0,5} + 5a^{0,5+0,5}) = a^{-0,5}(3 + 5a).$$

$$\text{ в) } 6a - 1 = a^{-0,5}(6a^{1+0,5} - a^{-0,5}) = a^{-0,5}(6a^{1,5} - a^{-0,5}).$$

$$689. \text{ a) } x^{\frac{2}{3}} - 4 = x^{\frac{1}{3} \cdot 2} - 2^2 = (x^{\frac{1}{3}})^2 - 2^2 = (x^{\frac{1}{3}} - 2)(x^{\frac{1}{3}} + 2).$$

$$\text{ б) } a^{\frac{4}{3}} - 5 = (a^{\frac{2}{3}})^2 - (5^{\frac{1}{2}})^2 = (a^{\frac{2}{3}} - \sqrt{5})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt{5}).$$

$$\text{ в) } m^{\frac{1}{2}} - 25 = m^{\frac{1}{4} \cdot 2} - 5^2 = (m^{\frac{1}{4}})^2 - 5^2 = (m^{\frac{1}{4}} - 5)(m^{\frac{1}{4}} + 5).$$

$$\text{ г) } 3 - 2x^{\frac{1}{3}} = (3^{\frac{1}{2}})^2 - (2^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{6}})^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2} x^{\frac{1}{6}})(\sqrt{3} + \sqrt{2} x^{\frac{1}{6}}).$$

$$\text{ д) } c^{0,8} - x^{0,5} = (c^{0,4})^2 - (x^{0,25})^2 = (c^{0,4} - x^{0,25})(c^{0,4} + x^{0,25}).$$

$$\text{ е) } p - p^{0,6} = p^{\frac{1}{2} \cdot 2} - p^{0,3 \cdot 2} = (p^{0,5})^2 - (p^{0,3})^2 = (p^{0,5} - p^{0,3})(p^{0,5} + p^{0,3}).$$

$$690. \text{ a) } a - 8 = a^{\frac{1}{3} \cdot 3} - 2^3 = (a^{\frac{1}{3}})^3 - 2^3 = (a^{\frac{1}{3}} - 2)(a^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}} + 4).$$

$$\text{ б) } 1 + 27b = 1^3 + 3^3 b^{\frac{1}{3}} = 1^3 + (3b^{\frac{1}{3}})^3 = (1 + 3b^{\frac{1}{3}})(1 - 3b^{\frac{1}{3}} + 9b^{\frac{2}{3}}).$$

$$\text{ в) } a^{0,6} - b^{0,6} = (a^{0,2})^3 - (b^{0,2})^3 = (a^{0,2} - b^{0,2})(a^{0,4} + a^{0,2} b^{0,2} + b^{0,4}).$$

$$\text{ г) } x^{0,9} + 125 = x^{0,3 \cdot 3} + 5^3 = (x^{0,3})^3 + 5^3 = (x^{0,3} + 5)(x^{0,6} - 5x^{0,3} + 25).$$

$$691. \text{ a) } \sqrt{x} - \sqrt{y} + x - y = \sqrt{x} - \sqrt{y} + (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y}) +$$

$$+(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{x} + \sqrt{y});$$

$$\text{ б) } \sqrt{a} + a + \sqrt{b} - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) +$$

$$+(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(1 + \sqrt{a} - \sqrt{b});$$

$$\text{ в) } x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{3}{4}} + 4 = (x^{\frac{3}{4}})^2 + 2 \cdot 2x^{\frac{3}{4}} + 2^2 = (x^{\frac{3}{4}} + 2)^2;$$

$$\text{г) } x - 2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + a = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2x^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{2}})^2 - 2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + (a^{\frac{1}{2}})^2 = (x^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}})^2;$$

$$\text{д) } x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = (x^{\frac{1}{2}})^2 + 2x^{\frac{1}{2}} + 1 - 9 = (x^{\frac{1}{2}} + 1)^2 - 3^2 =$$

$$= (x^{\frac{1}{2}} + 1 - 3)(x^{\frac{1}{2}} + 1 + 3) = (x^{\frac{1}{2}} - 2)(x^{\frac{1}{2}} + 4);$$

$$\text{е) } 6x^{\frac{1}{2}} - 5x^{\frac{1}{4}} + 1 = 6x^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 3x^{\frac{1}{4} \cdot 4} - 2x^{\frac{1}{4} \cdot 4} + 1 =$$

$$= 3x^{\frac{1}{4}}(2x^{\frac{1}{4}} - 1) - (2x^{\frac{1}{4}} - 1) = (3x^{\frac{1}{4}} - 1)(2x^{\frac{1}{4}} - 1).$$

692. При

$$x = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}, y = \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}; \quad x + y = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right) : \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right);$$

$$1) \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2} \cdot 2} - b^{\frac{1}{2} \cdot 2}} = \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a - b};$$

$$2) \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) + b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} =$$

$$= \frac{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + b}{a - b}; \quad 3) \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a - b} : \frac{a + b}{a - b} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a - b)}{(a - b)(a + b)} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a + b}.$$

693. а) Положим, $c^{\frac{1}{2}} = y$; $18y^2 + 3y - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 18 \cdot (-10) = 729$;

$$y = \frac{-3 + \sqrt{729}}{36} = \frac{2}{3} \quad \text{или} \quad y = \frac{-3 - \sqrt{729}}{36} = -\frac{5}{6} < 0, \quad \text{— корней нет, т.к. } c^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{должно быть неотрицательным числом; } c^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}; \quad c = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}.$$

б) Положим, $x^{\frac{1}{2}} = y$; $21y^2 - 6y - 15 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 21 \cdot (-15) = 1296$;

$$y = \frac{6 + \sqrt{1296}}{42} = 1 \quad \text{или} \quad y = \frac{6 - \sqrt{1296}}{42} = -\frac{5}{7} < 0, \quad \text{— корней нет, так как } x^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{должно быть неотрицательным числом; } x^{\frac{1}{2}} = 1; \quad x = 1.$$

в) Положим, $y^{\frac{1}{3}}=v$; $3v^2+5v-2=0$; $D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49$;
 $v_1=\frac{-5+\sqrt{49}}{6}=\frac{1}{3}$ или $v_2=\frac{-5-\sqrt{49}}{6}=-2$, — корней нет; $y=(\frac{1}{3})^3=\frac{1}{27}$.

г) Положим, $a^{-\frac{1}{3}}=y$; $2y^2-7y+3=0$; $D=7^2-4\cdot 2\cdot 3=25$; $y_1=\frac{7+\sqrt{25}}{4}=3$ или
 $y_2=\frac{7-\sqrt{25}}{4}=\frac{1}{2}$; $a_1=3^{-3}$ или $a_2=(\frac{1}{2})^{-3}$; $a=\frac{1}{27}$, $a=8$.

694. а) $v=\frac{1}{\frac{2}{t^3}}+1=\frac{1+t^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{t^3}}=\frac{u}{2}$; $t^{\frac{2}{3}}=u-1$, следовательно, $v=\frac{u}{u-1}$;

$v(u-1)=u$; $vu-v=u$; $vu= u+v$; б) $u^4=t+2$; $v^4=2-t$; $u^4+v^4=4$.

695. а) 1) $\frac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{3}}}\cdot\frac{m^{\frac{5}{6}}+m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{2}}}{m-n}=\frac{(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})\cdot m^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}{m^{\frac{1}{3}}\cdot(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}=1$

2) $\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}-1=\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}=\frac{m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-1)}{m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-1)}=m^{\frac{1}{6}}\cdot n^{\frac{1}{6}}$.

$=\frac{m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-1)}{m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-1)}=m^{\frac{1}{6}}\cdot n^{\frac{1}{6}}$.

б) 1) $\frac{x^{\frac{1}{6}}-x^{\frac{1}{3}}}{1+x}+\frac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}}=\frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{(1+x^{\frac{1}{3}})(1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})}=$
 $=\frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{1^3+(x^{\frac{1}{3}})^3}=\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{6}}+x^{\frac{2}{6}}+x^{\frac{3}{6}})}{1+x}=\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}$;

2) $\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}\cdot\frac{1+x}{1-x}=\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{(1-x^{\frac{1}{2}})(1+x^{\frac{1}{2}})}=\frac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}}$.

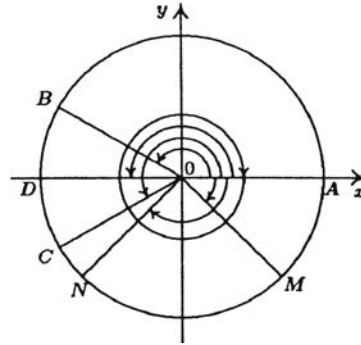
$$\begin{aligned}
696. \quad & \frac{(a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}}} = \frac{((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})}{((a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})} = \\
& = \frac{a+b+2(a+b)^{\frac{1}{2}}(a-b)^{\frac{1}{2}}+a-b}{((a+b)^{\frac{1}{2}})^2 - ((a-b)^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{2a+2\sqrt{(a+b)(a-b)}}{a+b-a+b} = \\
& = \frac{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}{2b} = \frac{2(a+\sqrt{a^2-b^2})}{2b} = \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}. \\
& \text{Если } b = \frac{4a}{5} \text{ и } a > 0, \text{ то } \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b} = \frac{a+\sqrt{a^2-\frac{16a^2}{25}}}{\frac{4a}{5}} = \\
& = \frac{5(a+\sqrt{\frac{25a^2-16a^2}{25}})}{4a} = \frac{5(a+\sqrt{\frac{9a^2}{25}})}{4a} = \frac{5(a+\frac{3a}{5})}{4a} = \frac{5(5a+3a)}{4a \cdot 5} = \\
& = \frac{5 \cdot 8a}{4a \cdot 5} = \frac{8a}{4a} = 2.
\end{aligned}$$

ГЛАВА V. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

§ 12. Тригонометрические функции любого угла

697.

$\angle AOB = 150^\circ;$
 $\angle AOD = 210^\circ;$
 $\angle AOC = 540^\circ;$
 $\angle AON = -45^\circ;$
 $\angle AOL = -135^\circ.$



698. $A\alpha B=400^\circ$; $A\alpha C=-210^\circ$; $A\alpha D=240^\circ$. 699. а) $\alpha=282^\circ$;
 $270^\circ < 282^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

б) $\alpha=190^\circ$; $180^\circ < 190^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

в) $\alpha=100^\circ$; $90^\circ < 100^\circ < 180^\circ$, значит, $\alpha \in II$ четверти.

г) $\alpha=-20^\circ$; $270^\circ < -20^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

д) $\alpha=-110^\circ$; $180^\circ < -110^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

е) $\alpha=4200^\circ$; $4200^\circ=360^\circ \cdot 11+240^\circ$; $180^\circ < 240^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

700. а) $\alpha=179^\circ$; $90^\circ < 179^\circ < 180^\circ$, значит, $\alpha \in II$ четверти.

б) $\alpha=325^\circ$; $270^\circ < 325^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

в) $\alpha=-150^\circ$; $180^\circ < -150^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

г) $\alpha=-10^\circ$; $270^\circ < -10^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

д) $\alpha=800^\circ$; $800^\circ=360^\circ \cdot 2+80^\circ$; $0^\circ < 80^\circ < 90^\circ$, значит, $\alpha \in I$ четверти.

е) $\alpha=10000^\circ$; $10000^\circ=360^\circ \cdot 27+280^\circ$; $270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

701. а) $770^\circ=2 \cdot 360^\circ+50^\circ$; $-310^\circ=-360^\circ+50^\circ$.

б) $480^\circ=360^\circ+120^\circ$; $1560^\circ=4 \cdot 360^\circ+120^\circ$; $-240^\circ=-360^\circ+120^\circ$.

702. а) $420^\circ=360^\circ+60^\circ$; $\alpha=60^\circ$; б) $-210^\circ=-360^\circ+150^\circ$; $\alpha=150^\circ$;

в) $-700^\circ=-2 \cdot 360^\circ+20^\circ$; $\alpha=20^\circ$.

$$703. \sin 35^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{1,7}{3} \approx 0,6;$$

$$\cos 35^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{2,4}{3} \approx 0,8; \quad \operatorname{tg} 35^\circ = \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} = \frac{y}{x} \approx \frac{1,7}{2,4} \approx 0,7;$$

$$\operatorname{ctg} 35^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{2,4}{1,7} \approx 1,4.$$

$$\sin 160^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{1,1}{3} \approx 0,4;$$

$$\cos 160^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{-2,8}{3} \approx -0,9;$$

$$\operatorname{tg} 160^\circ = \frac{y}{x} \approx \frac{1,1}{-2,8} \approx -0,4;$$

$$\operatorname{ctg} 160^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-2,8}{1,1} \approx -2,6.$$

$$\sin 230^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{-2,2}{3} \approx -0,7; \quad \cos 230^\circ = \frac{x}{R} \approx -\frac{1,9}{3} \approx -0,6;$$

$$\operatorname{tg} 230^\circ = \frac{y}{x} \approx \frac{-2,2}{-1,9} \approx 1,2; \quad \operatorname{ctg} 230^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-1,9}{-2,2} \approx 0,9;$$

$$\sin(-75^\circ) = \frac{y}{R} \approx \frac{-2,9}{3} \approx -1,0; \quad \cos(-75^\circ) = \frac{x}{R} \approx \frac{0,8}{3} \approx 0,3;$$

$$\operatorname{tg}(-75^\circ) = \frac{y}{x} \approx \frac{-2,9}{0,8} \approx -3,6; \operatorname{ctg}(-75^\circ) = \frac{x}{y} \approx \frac{0,8}{-2,9} \approx -0,3.$$

$$704. \sin \alpha = \frac{y}{R}; \cos \alpha = \frac{x}{R};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}.$$

$$1) \sin 50^\circ = \frac{y}{R} = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$\cos 50^\circ = \frac{x}{R} = \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} = 1,3; \operatorname{ctg} 50^\circ = \frac{x}{y} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

$$2) \sin 175^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$\cos 175^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{-5}{5} = -1;$$

$$\operatorname{tg} 175^\circ = \frac{y}{x} = \frac{1}{-5} = -0,2;$$

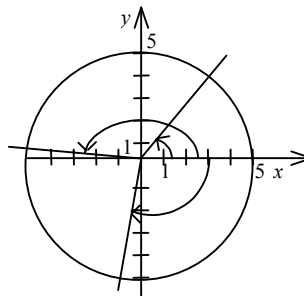
$$\operatorname{ctg} 50^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-5}{1} \approx -5.$$

$$3) \sin(-100^\circ) = \frac{y}{R} \approx \frac{-5}{5} = -1;$$

$$\cos(-100^\circ) = \frac{x}{R} = \frac{-1}{5} = -0,2;$$

$$\operatorname{tg}(-100^\circ) = \frac{y}{x} = \frac{-5}{-1} = 5;$$

$$\operatorname{ctg}(-100^\circ) = \frac{x}{y} = \frac{-1}{-5} = 0,2.$$



$$705. a) 2\cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{3}{2} = 2 \frac{1}{2}.$$

$$b) 5\sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ = 5 \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}.$$

$$b) 2\sin 30^\circ + 6\cos 60^\circ - 4\operatorname{tg} 45^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot 1 = 1 + 3 - 4 = 4 - 4 = 0.$$

$$r) 3\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$d) 4 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2(\sqrt{3})^2 = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$e) 12\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}.$$

$$706. \text{ а) } 2\sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{(\sqrt{3})^2}{3} = \frac{3}{3} = 1.$$

$$\text{ б) } 2\sin 45^\circ - 4\cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$$

$$\text{ в) } 7\operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot \frac{(\sqrt{3})^2}{3} = 7 \cdot \frac{3}{3} = 7.$$

$$\text{ г) } 6\operatorname{ctg} 60^\circ - 2\sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}.$$

707. а) $\sin \alpha = 1$; $\alpha = 90^\circ$; $\alpha = 90^\circ + 360^\circ = 450^\circ$; $\alpha = 450^\circ + 360^\circ = 810^\circ$;
 $\alpha = 810^\circ + 360^\circ = 1170^\circ$; ...

б) $\cos \alpha = -1$; $\alpha = 180^\circ$; $\alpha = 180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$; $\alpha = 540^\circ + 360^\circ = 900^\circ$;
 $\alpha = 900^\circ + 360^\circ = 1260^\circ$; ...

в) $\sin \alpha = 0$; $\alpha = 0^\circ$; $\alpha = 0^\circ + 360^\circ = 360^\circ$; $\alpha = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ$;
 $\alpha = 720^\circ + 360^\circ = 1080^\circ$; ...

г) $\operatorname{tg} \alpha = 0$; $\alpha = 0^\circ$; 180° ; 360° ; ...

708. а) $\sin \beta = -1$; $\beta = -90^\circ$; $\beta = -90^\circ + 360^\circ = 270^\circ$; $\beta = 270^\circ + 360^\circ = 630^\circ$;

б) $\cos \beta = 1$; $\beta = 0^\circ$; $\beta = 0^\circ + 360^\circ = 360^\circ$; $\beta = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ$;

в) $\cos \beta = 0$; $\beta = 90^\circ$; $\beta = 90^\circ + 360^\circ = 450^\circ$; $\beta = 450^\circ + 360^\circ = 810^\circ$;

г) $\operatorname{ctg} \beta = 0$; $\beta = 90^\circ$; $\beta = 450^\circ$; $\beta = 270^\circ$.

709. а) Так как $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, то $0 \leq 1 + \sin \alpha \leq 2$;

б) Так как $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, то $1 \leq 2 - \cos \alpha \leq 3$.

710. а) Так как $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, то $0 \leq 1 - \sin \alpha \leq 2$;

б) Так как $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, то $1 \leq 2 + \cos \alpha \leq 3$.

711. а) $\alpha = 90^\circ$; 450° ; 270° ; 810° ; б) $\alpha = 0^\circ$; 360° ; 180° ; 540° .

712. а) не может, так как $\sqrt{2} > 1$; б) может, так как $\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$;

в) не может, так как $\frac{1 + \sqrt{3}}{2} > 1$; г) может, так как $\frac{1 - \sqrt{3}}{2} < 1$.

713. а) $2\cos 0^\circ - 4\sin 90^\circ + 5\operatorname{tg} 180^\circ = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 = 2 - 4 + 0 = -2$.

б) $2\operatorname{ctg} 90^\circ - 3\cos 270^\circ + 5\sin 0^\circ = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$.

в) $\operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4} \sin 270^\circ - \frac{1}{4} \cos 180^\circ = 0 - \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{1}{4} \cdot (-1) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$.

$$714. \text{ a) } \sin 0^\circ + 2\cos 60^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 60^\circ \sin 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } 4\sin 90^\circ - 3\cos 180^\circ = 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 4 + 3 = 7.$$

$$\text{г) } 3\operatorname{ctg} 90^\circ - 3\sin 270^\circ = 3 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3.$$

$$715. \text{ a) } \sin \alpha + \cos \alpha = \sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0 + 1 = 1.$$

$$\text{б) } \sin \alpha + \cos \alpha = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{в) } \sin \alpha + \cos \alpha = \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 0 = 1.$$

$$\text{г) } \sin \alpha + \cos \alpha = \sin 180^\circ + \cos 180^\circ = 0 + (-1) = -1.$$

$$716. \text{ a) } \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 30^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{б) } \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 180^\circ + \cos 270^\circ = -1 + 0 = -1.$$

$$717. \text{ a) } \sin 30^\circ + \sin 2 \cdot 30^\circ + \sin 3 \cdot 30^\circ = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ = \\ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{1 + \sqrt{3} + 2}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}.$$

$$718. \text{ 1) } \frac{a^{0,5} + b^{0,5}}{a^{0,5}} - \frac{b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} = \frac{(a^{0,5} + b^{0,5})(a^{0,5} + b^{0,5}) - b^{0,5} a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \\ = \frac{a + 2a^{0,5}b^{0,5} + b - b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})}; \\ \text{2) } \frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a^{0,5}} : \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5})^3 (b^{0,5})^3}{a^{0,5}} : \\ : \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5} - b^{0,5})(a + a^{0,5}b^{0,5} + b) \cdot a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})}{a^{0,5}(a + a^{0,5}b^{0,5} + b)} = \\ = (a^{0,5})^2 - (b^{0,5})^2 = a - b.$$

$$719. \text{ а) } \begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ \frac{(2+3y)^2}{4} + y^2 = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ (2+3y)^2 + 4y^2 = 80; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2+3y}{2} \\ 4 + 12y + 9y^2 + 4y^2 = 80 \end{cases}$$

$$13y^2 + 12y - 76 = 0; D = 12^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-76) = 4096 > 0;$$

следовательно, прямая и окружность пересекаются в двух точках;

$$\text{б) } \begin{cases} x + 7y = 50, \\ x^2 + y^2 = 50; \end{cases} \begin{cases} x = 50 - 7y, \\ (50 - 7y)^2 + y^2 = 50; \end{cases} \begin{cases} x = 50 - 7y \\ 2500 - 700y + 49y^2 + y^2 = 50 \end{cases}$$

Решим уравнение:

$$y^2 - 14y + 49 = 0; D = 14^2 - 4 \cdot 49 = 196 - 196 = 0.$$

Следовательно, прямая и окружность имеют одну точку пересечения, т.е. прямая касается окружности.

$$720. \text{ а) } \frac{27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{3}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}} = \frac{((3^3)^{\frac{2}{3}} - (2^4)^{\frac{3}{4}})}{(3^4)^{-\frac{1}{4}}} = \frac{3^2 - 2^3}{3^{-1}} = (9 - 8) \cdot 3 = 3;$$

$$\text{б) } \frac{8^{\frac{2}{3}} - 32^{\frac{1}{5}}}{125^{-\frac{1}{3}}} = \frac{((2^3)^{\frac{2}{3}} - (2^5)^{\frac{1}{5}})}{(5^3)^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2^2 - 2^1}{5^{-1}} = (4 - 2) \cdot 5 = 10.$$

721. а) $\alpha = 48^\circ$; так как $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, то $\alpha \in I$ четверти, поэтому $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$; $\operatorname{tg} \alpha > 0$; $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

б) $\alpha = 137^\circ$; так как $90^\circ < \alpha < 180^\circ$; $\alpha \in II$ четверти, поэтому $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$; $\operatorname{tg} \alpha < 0$; $\operatorname{ctg} \alpha < 0$.

в) $\alpha = 200^\circ$; так как $180^\circ < \alpha < 270^\circ$; $\alpha \in III$ четверти, поэтому $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$; $\operatorname{tg} \alpha > 0$; $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

г) $\alpha = 306^\circ$; так как $270^\circ < \alpha < 360^\circ$; $\alpha \in IV$ четверти, поэтому $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$; $\operatorname{tg} \alpha < 0$; $\operatorname{ctg} \alpha < 0$.

722. а) Так как $90^\circ < 179^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 179^\circ \in II$ четверти, поэтому $\sin 179^\circ > 0$.

б) Так как $270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 280^\circ \in IV$ четверти, поэтому $\cos 280^\circ > 0$.

в) Так как $90^\circ < 175^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 175^\circ \in II$ четверти, поэтому $\operatorname{tg} 175^\circ < 0$.

г) Так как $270^\circ < 359^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 359^\circ \in IV$ четверти, поэтому $\operatorname{ctg} 359^\circ < 0$.

д) Так как $\cos 410^\circ = \cos(360^\circ + 50^\circ) = \cos 50^\circ$, то $0^\circ < 50^\circ < 90^\circ$; $\alpha = 50^\circ \in I$ четверти, поэтому $\cos 410^\circ > 0$.

е) Так как $\operatorname{tg}500^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 140^\circ) = \operatorname{tg}140^\circ$, то $90^\circ < 140^\circ < 180^\circ$; $\alpha = 140^\circ \in \text{II}$ четверти, поэтому $\operatorname{tg}500^\circ < 0$.

ж) Так как $\sin(-75^\circ) = \sin(360^\circ - 75^\circ) = \sin285^\circ$, то $270^\circ < 285^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, поэтому $\sin(-75^\circ) < 0$;

з) Так как $\cos(-116^\circ) = \cos(360^\circ - 116^\circ) = \cos244^\circ$, то $180^\circ < 244^\circ < 270^\circ$; $\alpha \in \text{III}$ четверти, поэтому $\cos(-116^\circ) < 0$.

723. а) Так как $270^\circ < 315^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 315^\circ \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\cos315^\circ > 0$.

б) Так как $90^\circ < 109^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 109^\circ \in \text{II}$ четверти, следовательно, $\sin109^\circ > 0$.

в) Так как $90^\circ < 145^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 145^\circ \in \text{II}$ четверти, следовательно, $\operatorname{tg}145^\circ < 0$.

г) Так как $270^\circ < 288^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 288^\circ \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\operatorname{ctg}288^\circ < 0$.

д) Так как $\cos(-25^\circ) = \cos(360^\circ - 25^\circ) = \cos335^\circ$; $270^\circ < 335^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\cos(-25^\circ) > 0$.

е) Так как $\operatorname{tg}(-10^\circ) = \operatorname{tg}(360^\circ - 10^\circ) = \operatorname{tg}350^\circ$; $270^\circ < 350^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\operatorname{tg}(-10^\circ) < 0$.

724. а) $\sin\alpha > 0$ в I и II четверти $\cos\alpha > 0$ в I и IV четверти, поэтому $\alpha \in \text{I}$ четверти.

б) $\sin\alpha < 0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha > 0$ в I и II четверти, поэтому $\alpha \in \text{IV}$ четверти.

в) $\sin\alpha < 0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha < 0$ во II и III четверти, поэтому $\alpha \in \text{III}$ четверти.

г) $\sin\alpha > 0$ в I и II четверти, $\operatorname{tg}\alpha > 0$ в I и III четверти, поэтому $\alpha \in \text{I}$ четверти.

д) $\operatorname{tg}\alpha < 0$ в II и IV четверти, $\cos\alpha > 0$ во I и IV четверти, поэтому $\alpha \in \text{IV}$ четверти.

е) $\operatorname{ctg}\alpha > 0$ в I и III четверти, $\sin\alpha < 0$ в III и IV четверти, поэтому $\alpha \in \text{III}$ четверти.

725. а) $90^\circ < 100^\circ < 180^\circ$, $\sin100^\circ > 0$; $270^\circ < 300^\circ < 360^\circ$; $\sin100^\circ > 0$, $\cos300^\circ > 0$;
 $\sin100^\circ \cdot \cos300^\circ > 0$

б) $180^\circ < 190^\circ < 270^\circ$, $\sin190^\circ < 0$; $180^\circ < 200^\circ < 270^\circ$; $\sin190^\circ < 0$, $\operatorname{tg}200^\circ > 0$;
 $\sin190^\circ \cdot \operatorname{tg}200^\circ < 0$

в) $270^\circ < 320^\circ < 360^\circ$, $\cos320^\circ > 0$; $0^\circ < 17^\circ < 90^\circ$; $\cos320^\circ > 0$, $\operatorname{ctg}17^\circ > 0$;
 $\cos320^\circ \cdot \operatorname{ctg}17^\circ > 0$

г) $90^\circ < 170^\circ < 180^\circ$, $\operatorname{tg}170^\circ < 0$; $400^\circ = 360^\circ + 40^\circ$, $0^\circ < 40^\circ < 90^\circ$; $\operatorname{tg}170^\circ < 0$,
 $\cos400^\circ > 0$; $\operatorname{tg}170^\circ \cdot \cos400^\circ < 0$

726. а) в I и III четвертях;

б) в I; II; III; IV четвертях;

в) в I; II четвертях.

727. а) $\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$. б) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.
 в) $\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$. г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.
 д) $\cos(-90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$ е) $\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

728. а) $\sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. б) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.
 в) $\sin(-90^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$. г) $\operatorname{ctg}(-45^\circ) = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1$.

729. а) $\sin 750^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

$\cos 750^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\operatorname{tg} 750^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

$\operatorname{ctg} 750^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$;

б) $\sin 810^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \sin 90^\circ = 1$;

$\cos 810^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$;

$\operatorname{tg} 810^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{tg} 90^\circ$ — не существует;

$\operatorname{ctg} 810^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0$.

в) $\sin 1260^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \sin 180^\circ = 0$;

$\cos 1260^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \cos 180^\circ = -1$;

$\operatorname{tg} 1260^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$;

$\operatorname{ctg} 1260^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{ctg} 180^\circ$ — не существует.

730. а) $\sin 390^\circ = \sin(30^\circ + 360^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

б) $\cos 420^\circ = \cos(60^\circ + 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 360^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$; г) $\operatorname{ctg} 450^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 360^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0$.

731. а) $\sin 405^\circ = \sin(45^\circ + 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos 720^\circ = \cos 0^\circ = 1$;

в) $\operatorname{tg} 390^\circ = \operatorname{tg}(30^\circ + 360^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\operatorname{ctg} 630^\circ = \operatorname{ctg}(270^\circ + 360^\circ) = \operatorname{ctg} 270^\circ = 0$.

732. а) $\sin(-720)^\circ = -\sin 720^\circ = -\sin(2 \cdot 360^\circ + 0^\circ) = -\sin 0^\circ = 0$;

б) $\cos(-405)^\circ = \cos 405^\circ = \cos(45^\circ + 360^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\cos(-780)^\circ = \cos 780^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;

г) $\operatorname{ctg}(-1110)^\circ = -\operatorname{ctg} 1110^\circ = -\operatorname{ctg}(3 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$.

733. а) $\operatorname{tg}(-900)^\circ = -\operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = -\operatorname{tg} 180^\circ = 0$;

б) $\operatorname{ctg}(-780)^\circ = -\operatorname{ctg} 780^\circ = -\operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = -\operatorname{ctg} 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\sin(-1125)^\circ = -\sin 1125^\circ = -\sin(3 \cdot 360^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$734. \frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-1} - y^{-1}} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} = \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{xy}{y - x} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} =$$

$$= \frac{(y - x)(y + x) \cdot xy}{(y - x)(x + y)} = xy.$$

При $x = -0,12$; $y = -0,5$ $xy = -0,12 \cdot 0,5 = -0,06$.

735. а) $x^2 - x - 56 < 0$. Найдем корни уравнения $x^2 - x - 56 = 0$;

$D = 1 - 4 \cdot (-56) = 225$;

$x = \frac{1 + \sqrt{225}}{2} = 8$ или $x = \frac{1 - \sqrt{225}}{2} = -7$;



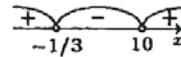
$(-7; 8)$

$x^2 - x - 56 = (x - 8)(x + 7) < 0$.

б) $3x^2 - 29x - 10 > 0$. Найдем корни уравнение $3x^2 - 29x - 10 = 0$;

$D = 29^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 961$;

$x = \frac{29 + 31}{6} = 10$ или $x = \frac{29 - 31}{6} = -\frac{1}{3}$;



$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (10; +\infty)$

$3x^2 - 29x - 10 = 3(x - 10)(x + \frac{1}{3}) > 0$.

в) $4x^2 \leq 1$; $x^2 \leq \frac{1}{4}$; $x \leq \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$. г) $\frac{1}{4} - x + x^2 > 0$; $(x - \frac{1}{2})^2 > 0$; $x \neq \frac{1}{2}$.

$$736. \text{ a) } 0,5 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 0,5 = \frac{90^\circ}{\pi} \approx 29^\circ. \quad \text{б) } 10 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 10 = \frac{1800^\circ}{\pi} \approx 573^\circ.$$

$$\text{в) } \frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{5} = 36^\circ. \quad \text{г) } \frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{9} = 20^\circ.$$

$$\text{д) } \frac{3\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{3\pi}{4} = 135^\circ. \quad \text{е) } -\frac{5\pi}{6} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -150^\circ.$$

$$\text{ж) } -\frac{9\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{9\pi}{2}\right) = -810^\circ. \quad \text{з) } \frac{1}{2}\pi = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{2}\pi = 2160^\circ.$$

$$737. \text{ a) } 0,2 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 0,2 = \frac{36^\circ}{\pi} \approx 11^\circ. \quad \text{б) } 3,1 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 3,1 \approx 178^\circ.$$

$$\text{в) } \frac{5\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{2} = 450^\circ. \quad \text{г) } -\frac{3\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = -270^\circ.$$

$$\text{д) } -\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) = -60^\circ. \quad \text{е) } \frac{5\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{4} = 225^\circ.$$

$$738. \text{ a) } 135^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 135^\circ = \frac{3\pi}{4}. \quad \text{б) } 210^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 210 = \frac{7\pi}{6}.$$

$$\text{в) } 36^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 36 = \frac{\pi}{5}. \quad \text{г) } 150^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 150 = \frac{5\pi}{6}.$$

$$\text{д) } 240^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 240 = \frac{4\pi}{3}. \quad \text{е) } 300^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 300 = \frac{5\pi}{4}.$$

$$\text{ж) } -120^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-120) = -\frac{2\pi}{3}. \quad \text{з) } -225^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-225) = -\frac{5\pi}{4}.$$

$$739. \text{ a) } \alpha = 10^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 10 = \frac{\pi}{18}. \quad \text{б) } \alpha = 18^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 18 = \frac{\pi}{10}.$$

$$\text{в) } \alpha = 54^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 54 = \frac{3\pi}{10}. \quad \text{г) } \alpha = 200^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 200 = \frac{10\pi}{9}.$$

$$\text{д) } \alpha = 225^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 225 = \frac{5\pi}{4}. \quad \text{е) } \alpha = 390^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 390 = \frac{13\pi}{6}.$$

$$\text{ж) } \alpha = -45^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-45) = -\frac{\pi}{4}. \quad \text{з) } \alpha = -60^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-60) = -\frac{\pi}{3}.$$

$$740. \text{ a) } \alpha = \frac{5\pi}{6}; \beta = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}. \quad \text{б) } \alpha = \frac{11\pi}{12}; \beta = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{в) } \alpha = 0,3\pi; \beta = \pi - 0,3\pi = 0,7\pi.$$

741. В равнобедренном прямоугольном треугольнике углы равны 90° ;
 45° ; 45° ; $90^\circ = 90 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$; $45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$.

742. а) $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{4} < \pi$, поэтому $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти.

б) $\frac{3\pi}{2} < 1,8\pi < 2\pi$, поэтому $1,8\pi \in \text{IV}$ четверти.

в) $\frac{\pi}{2} < 0,6\pi < \pi$, поэтому $0,6\pi \in \text{II}$ четверти.

г) $0 < \frac{1 \cdot 180}{\pi} < \frac{\pi}{2}$, поэтому $1 \in \text{I}$ четверти.

743. а) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{6} < \pi$; $\frac{5\pi}{6} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \sin \frac{5\pi}{6} > 0$.

б) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{4} < \pi$; $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{4} < 0$.

в) Так как $1 \approx 57^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \sin 1 > 0$.

г) Так как $0,9 = \frac{9 \cdot 180^\circ}{10 \cdot \pi} \approx 52^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \cos 0,9 > 0$.

д) Так как $0 < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \text{tg} \frac{\pi}{4} > 0$.

е) Так как $3 = \frac{3 \cdot 180^\circ}{\pi} \approx 172^\circ \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \text{tg} 3 < 0$.

ж) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} < \pi$; $\frac{2\pi}{3} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \text{ctg} \frac{2\pi}{3} < 0$.

з) Так как $0,2 = \frac{1 \cdot 180^\circ}{5 \cdot \pi} \approx 11^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \text{ctg} 0,2 > 0$.

744. а) $(0; \frac{\pi}{2})$ — I четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x > 0$; $\text{tg} x > 0$; $\text{ctg} x > 0$.

б) $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ — II четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x < 0$; $\text{tg} x < 0$; $\text{ctg} x < 0$.

в) $(\pi; \frac{3\pi}{2})$ — III четверть $\Rightarrow \sin x < 0$; $\cos x < 0$; $\text{tg} x > 0$; $\text{ctg} x > 0$.

г) $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ — IV четверть $\Rightarrow \sin x < 0$; $\cos x > 0$; $\text{tg} x < 0$; $\text{ctg} x < 0$.

745.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0	-

746. a) $2\sin\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \sqrt{3} + 1$. б) $\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{3\pi}{2} = 0 - (-1) = 1$.

в) $\cos\pi - 2\sin\frac{\pi}{6} = -1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -1 - 1 = -2$. г) $2\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}\pi = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1$.

747. a) $2\sin\pi - 2\cos\frac{3\pi}{2} + 3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} = 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 0 = 3$.

б) $\sin(-\frac{\pi}{4}) + 3\cos\frac{\pi}{3} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} =$
 $= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$.

в) $2\sin\frac{\pi}{4} - 3\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}(-\frac{3\pi}{2}) - \operatorname{tg}\pi = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 0 = \sqrt{2} - \sqrt{3}$.

г) $3\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4}) + 2\sin\frac{\pi}{4} - 3\operatorname{tg}0 - 2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = -3 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = \sqrt{2} - 5$.

748. a) $\sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{\pi}{3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.

б) $\cos^2\frac{\pi}{6} - \cos^2\frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$.

в) $\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{3} \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3} = (1)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{r) } \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cos^2 \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{3 \cdot 2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$749. \text{ a) } 5 \sin \frac{\pi}{2} + 4 \cos 0 - 3 \sin \frac{3\pi}{2} + \cos \pi = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + (-1) = 11.$$

$$\text{б) } \sin(-\pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + 2 \sin 2\pi - \operatorname{tg} \pi = 0 - 0 + 2 \cdot 0 - 0 = 0.$$

$$\text{в) } 3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} = 3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 1^2 = 3 - \frac{3}{4} - 5 = -2 \frac{3}{4}.$$

$$\text{г) } 3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2} = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0 = 3 - 4 - \frac{9}{4} = -3 \frac{1}{4}.$$

$$750. \text{ a) } \sin 2,5\pi = \sin(2\pi + 0,5\pi) = \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\text{б) } \cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right) = \cos \frac{9\pi}{4} = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} \frac{13\pi}{6} = \operatorname{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{г) } \sin\left(-\frac{9\pi}{2}\right) = -\sin \frac{9\pi}{2} = -\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1.$$

$$\text{д) } \operatorname{ctg} \frac{13\pi}{3} = \operatorname{ctg}\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{е) } \operatorname{tg}\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg} \frac{17\pi}{4} = -\operatorname{tg}\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1.$$

$$751. \text{ a) } \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{3} = \operatorname{ctg}\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{б) } \cos \frac{17\pi}{4} = \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{в) } \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right) = -\sin \frac{25\pi}{6} = -\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{г) } \cos(-4,5\pi) = \cos 4,5\pi = \cos(4\pi + 0,5\pi) = \cos 0,5\pi = 0.$$

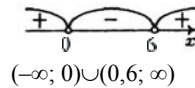
$$\begin{aligned}
 753. \text{ a) } 1) & \frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{a^3+27} = \frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \\
 & = \frac{(a-3)(a+3)-6a+18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{a^2-6a-9+18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{a^2-6a+9}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \\
 & = \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{(a-3)^2}{a^3+27}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) & \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} : \frac{5a-15}{4a^3+108} = \\
 & = \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} : \frac{5(a-3)}{4(a+3)(a^2-3a+9)} = \\
 & = \frac{(a-3)^2 \cdot 4(a+3)(a^2-3a+9)}{(a+3)(a^2-3a+9)(a-3) \cdot 5} = \frac{4(a-3)}{5}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } 1) & \frac{x-3}{x^3-64} + \frac{x-3}{x^2+4x+16} = \frac{x-3}{(x-4)(x^2+4x+16)} + \frac{x-3}{x^2+4x+16} = \\
 & = \frac{x-3+(x-3)(x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)} = \frac{(x-3)(1+x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)} = \frac{(x-3)^2}{x^3-64}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) & \frac{x^2-6x+9}{(x-4)(x^2+4x+16)} \cdot \frac{2x^3-128}{3-x} = \\
 & = \frac{(3-x)^2 \cdot 2(x-4)(x^2+4x+16)}{(3-x)(x-4)(x^2+4x+16)} = 2(3-x).
 \end{aligned}$$

754. а) $6x-10x^2 < 0$; $x(3-5x) < 0$;
 $x(x-0,6) > 0$.



$$(-\infty; 0) \cup (0,6; \infty)$$

б) $7x^2 \leq -2x$; $7x^2+2x \leq 0$;
 $x(x+\frac{2}{7}) \leq 0$.



$$[-\frac{2}{7}; 0]$$

§ 13. Основные тригонометрические формулы

755. а) $1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$.

б) $\sin^2\alpha-1=-(1-\sin^2\alpha)=-\cos^2\alpha$.

в) $\cos^2\alpha+(1-\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha$.

г) $\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha-1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-1=1+\cos^2\alpha-1=\cos^2\alpha$.

$$\text{д) } (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{е) } (\cos \alpha - 1)(1 + \cos \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 = -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha.$$

$$\text{756. а) } 1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 - 1 = 0.$$

$$\text{б) } \cos^2 \alpha - (1 - 2\sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 + 2\sin^2 \alpha = -\sin^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha.$$

$$\text{757. а) } \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin^2 \alpha.$$

$$\text{б) } \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 = \frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} - 1 = \cos^2 \alpha - 1 = -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha.$$

$$\text{в) } \sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \sin^2 \alpha - 1 = -(1 - \sin^2 \alpha) = -\cos^2 \alpha.$$

$$\text{г) } \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1. \text{ д) } \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - 1} = \frac{\cos^2 \alpha}{-(1 - \cos^2 \alpha)} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$\text{е) } \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{758. а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

$$\text{759. а) } \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha. \text{ б) } \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha.$$

$$\text{в) } \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha. \text{ г) } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 = 1 - 1 = 0.$$

$$\text{д) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + 1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1/\operatorname{tg} \alpha} + 1 = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\text{е) } \frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{(1 - \sin^2 \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$\text{760. а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \sin^2 \alpha = 1 - (-0,6)^2 = 1 - 0,36 = 0,64;$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{0,64} = \pm 0,8, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти}; \sin \alpha > 0, \text{ т.е. } \sin \alpha = 0,8.$$

$$\text{б) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ но}$$

$$\alpha \in \text{II четверти}; \cos \alpha < 0, \text{ поэтому } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$в) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \left(-\frac{15}{17}\right)^2}{\left(-\frac{15}{17}\right)^2} = \left(1 - \frac{225}{289}\right) : \frac{225}{289} = \frac{64}{225}; \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{64}{225}} = \pm \frac{8}{15}, \text{ но } \alpha \in \text{II}$$

четверти; $\operatorname{tg} \alpha < 0$, поэтому $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{15}$.

$$г) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{5}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}, \text{ но } \alpha \in \text{II}$$

четверти; $\sin \alpha > 0$, поэтому $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

$$761. а) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha; \cos^2 \alpha = 1 - 0,6^2 = 1 - 0,36 = 0,64;$$

$\cos \alpha = \pm \sqrt{0,64} = \pm 0,8$, но $\alpha \in \text{I}$ четверти; $\cos \alpha > 0$, поэтому $\cos \alpha = 0,8$.

$$б) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16};$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{15}{16}} = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}, \text{ но } \alpha \in \text{I} \text{ четверти; } \sin \alpha > 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

$$в) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10};$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ но } \alpha \in \text{I} \text{ четверти; } \cos \alpha > 0, \text{ поэтому } \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$г) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1; \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha};$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}{\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{1 - \frac{144}{169}}{\frac{144}{169}} = \frac{25 \cdot 169}{169 \cdot 144} = \frac{25}{144};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{25}{144}} = \pm \frac{5}{12}, \text{ но } \alpha \in \text{I} \text{ четверти; } \operatorname{ctg} \alpha > 0, \text{ поэтому } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{12}.$$

$$762. \text{ а) } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{9}{41}\right)^2 + \left(\frac{40}{41}\right)^2 = \frac{81}{1681} + \frac{1600}{1681} = \frac{1681}{1681} = 1; \text{ выпол-}$$

няется.

$$\text{б) } \sin^2\beta + \cos^2\beta = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16} \neq 1; \text{ не выполняется.}$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\beta = \frac{5}{9} \cdot 1,8 = \frac{5 \cdot 9}{9 \cdot 5} = 1; \text{ выполняется.}$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\beta = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 - 1 = 1; \text{ выполняется.}$$

$$763. \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \approx 0,33^2 + 0,63^2 = 0,12 + 0,4 = 0,52 \neq 1.$$

$$764. \text{ а) } 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{9}{41}\right)^2 = \frac{1600}{1681}; \cos\alpha = \pm \sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm \frac{40}{41}, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти};$$

$$\cos\alpha < 0, \text{ поэтому } \cos\alpha = -\frac{40}{41}.$$

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{9}{41} : \left(-\frac{40}{41}\right) = -\frac{9}{40}.$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 3; 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \cos^2\alpha = \frac{1}{10}$$

$$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ т.к. } \alpha \in \text{III четверти, } \cos\alpha < 0.$$

$$765. \text{ а) } 1) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2}{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{1 - \frac{16}{25}}{\frac{16}{25}} = \frac{9}{16}; \operatorname{tg}\alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти, т.е.}$$

$$\operatorname{tg}\alpha < 0, \text{ поэтому } \operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}. 2) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 1) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{-1}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

т.к. $\alpha \in \Pi$ четв., $\sin \alpha > 0$.

$$766. \text{ а) } 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25 - 9}{25} = \frac{16}{25}; \cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти; } \cos \alpha > 0,$$

$$\text{поэтому } \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}; \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 4} = \frac{3}{4}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \sin^2 \alpha =$$

$$= 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{289 - 64}{289} = \frac{225}{289}; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{225}{289}} = \pm \frac{15}{17}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти;}$$

$$\sin \alpha > 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = \frac{15}{17}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{17}; \frac{8}{17} = \frac{15 \cdot 17}{17 \cdot 8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{15}{8}} = \frac{8}{15}.$$

$$\text{в) } 1) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\sqrt{3}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + (-\sqrt{3})^2} = \frac{1}{4};$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}, \text{ но } \alpha \in \Pi \text{ четверти; } \sin \alpha > 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}; \cos \alpha = \frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3}{-2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$r) 1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{-2,5} = -\frac{2}{5}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{4}{4 + 5} = \frac{4}{29};$$

$$\sin \alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{29}}, \text{ но } \alpha \in \text{III четверти}; \sin \alpha < 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{29}}.$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{29}} : \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2 \cdot 5}{\sqrt{29} \cdot 2} = -\frac{5}{\sqrt{29}} = -\frac{5\sqrt{29}}{29}.$$

$$767. a) 1) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1, \text{ значит, } \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta; \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{40}{41}\right)^2 = \frac{81}{1681};$$

$$\cos \beta = \pm \sqrt{\frac{81}{1681}} = \pm \frac{9}{41}, \text{ но } \beta \in \text{II четверти}; \cos \beta < 0, \text{ поэтому } \cos \beta = -\frac{9}{41}.$$

$$2) \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}; \operatorname{tg} \beta = \frac{40}{41} : \left(-\frac{9}{41}\right) = -\frac{40 \cdot 41}{41 \cdot 9} = -4 \frac{4}{9}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}; \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{-\frac{40}{9}} = -\frac{9}{40}.$$

$$б) 1) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1; \sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta; \sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25};$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}, \text{ но } \beta \in \text{IV четверти}; \sin \beta < 0, \text{ поэтому } \sin \beta = -\frac{3}{5}.$$

$$2) \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}; \operatorname{tg} \beta = -\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = -\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 4} = -\frac{3}{4}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}; \operatorname{ctg} \beta = -\frac{4}{3} = -1 \frac{1}{3}.$$

$$в) 1) \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}; \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{1} = 1.$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta}; \cos^2 \beta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}; \cos^2 \beta = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}; \cos \beta = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{но } \beta \in \text{III четверти}; \cos \beta < 0, \text{ поэтому } \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3) \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}; \sin \beta = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \beta; \sin \beta = 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$r) 1) \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta}; \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3};$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta}; \sin^2 \beta = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta}; \sin^2 \beta = \frac{1}{1 + 9} = \frac{1}{10};$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ но } \beta \in I \text{ четверти; } \sin \beta > 0, \text{ поэтому } \sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta}; \cos \beta = \operatorname{ctg} \beta \cdot \sin \beta; \cos \beta = 3 \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

768. а) 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha; \cos^2 \alpha = 1 - 0,62^2 = 0,6156;$
 $\cos \alpha = \pm \sqrt{0,6156} \approx \pm 0,78, \text{ но } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos \alpha < 0, \text{ поэтому } \cos \alpha \approx -0,78.$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = 0,62: (-0,78) \approx -0,79. 3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{-0,79} \approx -1,3.$$

$$б) 1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = 1: (-2,1) \approx -0,48.$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + (-2,1)^2} = \frac{1}{1 + 4,41} = \frac{100}{541}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{100}{541}} \approx \pm 0,43, \text{ но } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi;$$

$$\cos \alpha > 0, \text{ поэтому } \cos \alpha \approx 0,43.$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha; \sin \alpha = -2,1 \cdot 0,43 \approx -0,90.$$

в) 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \sin^2 \alpha = 1 - (-0,23)^2 = 0,9471;$
 $\sin \alpha = \pm \sqrt{0,9471} \approx \pm 0,97, \text{ но } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \sin \alpha < 0, \text{ поэтому } \sin \alpha \approx -0,97.$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = -0,97: (-0,23) \approx 4,2. 3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{-0,97} \approx -1,03.$$

$$r) 1) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + 2,2^2} = \frac{100}{584};$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{100}{584}} \approx \pm 0,41, \text{ но } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \quad \sin \alpha > 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = 0,41.$$

$$2) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad \cos \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha; \quad \cos \alpha = 0,41 \cdot 2,2 \approx 0,90.$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = 0,41 : 0,90 \approx 0,45.$$

$$769. a) 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{225}{289}; \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17} \text{ или } \cos \alpha = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{17} : \frac{15}{17} = \frac{8 \cdot 17}{17 \cdot 15} = \frac{8}{15} \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{17} : \left(-\frac{15}{17}\right) = -\frac{8}{15}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{-\frac{8}{15}} = -1 \frac{7}{8}.$$

$$б) 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}; \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \text{ или } \sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} : \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ или}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}.$$

$$770. a) 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \text{ значит,}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \text{ или } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}.$$

$$\text{б) } 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \text{ значит,}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \text{ или } \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha} \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}.$$

$$771. \text{ а) } 1) 1 - \frac{1+b}{b} = \frac{b-1-b}{b} = -\frac{1}{b};$$

$$2) \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{b^2-a^2} = \frac{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)(b-a)(b+a)} = \frac{a-b}{b-a} = -1;$$

$$3) -1: \left(-\frac{1}{b}\right) = b.$$

$$\text{б) } \frac{ab^2 - a^2b}{a+b} \cdot \frac{a + \frac{ab}{a-b}}{a - \frac{ab}{a+b}} = \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{\frac{a(a-b)+ab}{a-b}}{\frac{a(a+b)-ab}{a+b}} =$$

$$= \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{\frac{a^2 - ab + ab}{a-b}}{\frac{a^2 + ab - ab}{a+b}} = \frac{ab(b-a)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = -ab.$$

$$772. \begin{cases} y = 2x^2 - 6x, \\ y = 10x; \end{cases} \begin{cases} 10x = 2x^2 - 6x, \\ y = 10x; \end{cases} \begin{cases} 2x(8-x) = 0, \\ y = 10x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 8, \\ y_2 = 80 \end{cases}.$$

Пересекаются в двух точках.

$$773. \text{ а) } 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1 = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$\text{b) } 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{r) } \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1}{2} \sin \alpha.$$

$$\begin{aligned} 774. \text{ a) } & \operatorname{ctg} \beta - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} = \\ & = \frac{\cos \beta \cdot \sin \beta - \sin \beta \cdot \cos \beta + 1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{1}{\sin \alpha - 1} - \frac{1}{1 + \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha + 1 - (\sin \alpha - 1)}{(\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1)} = \\ & = \frac{2}{\sin^2 \alpha - 1} = \frac{-2}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{-2}{\cos^2 \alpha}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{1 - \operatorname{ctg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma - 1} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma (\operatorname{tg} \gamma - 1)}{\operatorname{tg} \gamma - 1} = \operatorname{ctg} \gamma.$$

$$\text{r) } \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + 1 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

$$\text{д) } \operatorname{tg}^2 \beta (\sin^2 \beta - 1) = \frac{\sin^2 \beta \cdot (-\cos^2 \beta)}{\cos^2 \beta} = -\sin^2 \beta.$$

$$\text{e) } \cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \cdot \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha.$$

$$775. \text{ a) } \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{1 + \cos \alpha} + \frac{1}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \frac{2}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & \operatorname{ctg}^2 \beta (\cos^2 \beta - 1) + 1 = \frac{\cos^2 \beta \cdot (1 - \cos^2 \beta)}{\sin^2 \beta} + 1 = \frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} + 1 = \\ & = 1 - \cos^2 \beta = \sin^2 \beta. \end{aligned}$$

$$\text{r) } \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{1 + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{\frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{\operatorname{tg} \beta}} = \operatorname{tg} \beta.$$

$$776. \text{ a) } \frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{(\sin\beta+\cos\beta)^2} = \frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta} =$$

$$= \frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{1+2\sin\beta\cos\beta} = 1.$$

$$\text{б) } \frac{\sin^2\beta - \cos^2\beta + 1}{\sin^2\beta} = \frac{\sin^2\beta + \sin^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{2\sin^2\beta}{\sin^2\beta} = 2.$$

$$\text{в) } \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2\beta}} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2\beta}} = \cos^2\beta + \sin^2\beta = 1.$$

$$\text{г) } \frac{1+\sin\beta}{\cos\beta} \cdot \frac{1-\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}{\cos^2\beta} = \frac{1-\sin^2\beta}{\cos^2\beta} = \frac{\cos^2\beta}{\cos^2\beta} = 1.$$

$$777. \text{ a) } (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

$$\text{б) } \frac{2 - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha} = \frac{2 - (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{3(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{в) } \sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 = 1^2 = 1.$$

$$\text{г) } \frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = \frac{(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} =$$

$$= \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

$$778. \text{ a) } \operatorname{tg}(-\alpha)\cos\alpha + \sin\alpha = -\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha + \sin\alpha = -\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha} + \sin\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha = 0.$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{ctg}(-\alpha)\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{\operatorname{ctg}\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = -1.$$

$$\text{в) } \cos^2\alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha) - 1 = \cos^2\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\alpha - 1 = \frac{\cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} - 1 = \sin^2\alpha - 1 = -\cos^2\alpha.$$

$$\text{г) } \frac{1 - \operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin\alpha + \cos(-\alpha)} = \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{1 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\sin\alpha + \cos\alpha} =$$

$$= \frac{(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)} = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

$$779. \text{ a) } \operatorname{ctg} \alpha \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha) = -\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} - \cos \alpha = -\cos \alpha - \cos \alpha = -2 \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{1 - \sin^2(-x)}{\cos x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x} = \cos x.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-\beta) \operatorname{ctg} \beta + \sin^2 \beta = -\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \beta + \sin^2 \beta = \sin^2 \beta - 1 = -\cos^2 \beta.$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg}(-x) + 1}{1 - \operatorname{ctg} x} = \frac{-\operatorname{tg} x + 1}{1 - \operatorname{ctg} x} = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg} x}} = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{tg} x}} = -\operatorname{tg} x.$$

$$780. \text{ a) } \frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos x(1 + \sin x) + \cos x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} =$$

$$= \frac{\cos x + \cos x \sin x + \cos x - \cos x \sin x}{1 - \sin^2 x} = \frac{2 \cos x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos x}.$$

$$\text{б) } \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha + \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\text{в) } \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - 1}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} + \cos^2 \varphi = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - 1 + \cos^2 \varphi \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi + \cos^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}} = \sin^2 \varphi.$$

$$\text{г) } \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{(\sin \alpha + \cos \alpha)} + \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$781. \text{ a) } 1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha.$$

$$|\sin \alpha| \leq 1; \sin 2\alpha \leq 1; \text{ т.е. } 2 \sin^2 \alpha \leq 2.$$

$$\text{б) } 1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha. |\cos \alpha| \leq 1; \cos^2 \alpha \leq 1.$$

$$\text{в) } \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 5 \cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= \sin^2 \alpha - 1 + 5 \cos^2 \alpha = -\cos^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha = 4 \cos^2 \alpha. |\cos \alpha| \leq 1; \cos^2 \alpha \leq 1, \text{ т.е. } 4 \cos^2 \alpha \leq 4.$$

$$\text{г) } \sin \alpha + 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \sin \alpha + 3(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin \alpha + 3. |\sin \alpha| \leq 1, \sin \alpha + 3 \leq 4.$$

$$782. \sin\alpha + \cos\alpha = 0,8; (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 0,8^2 = 0,64; \sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha = 0,64; 2\sin\alpha \cos\alpha = 0,64 - 1 = -0,36; \sin\alpha \cos\alpha = -0,18.$$

$$783. \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = 2,3; (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 = 2,3^2 = 5,29; \operatorname{tg}^2\alpha + 2 \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha = 5,29; \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha = 5,29 - 2 = 3,29.$$

$$784. \text{a) } (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - (\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = \operatorname{tg}^2\alpha + 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha + 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}^2\alpha = 4\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 4;$$

$$\text{б) } (2 + \sin\beta)(2 - \sin\beta) + (2 + \cos\beta)(2 - \cos\beta) = 4 - \sin^2\beta + 4 - \cos^2\beta = 4 + 4 - (\sin^2\beta + \cos^2\beta) = 4 + 4 - 1 = 7;$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg}\alpha + \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{\cos\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{(1 + \cos\alpha) \cdot \sin\alpha} = \frac{\cos\alpha + 1}{\sin\alpha(1 + \cos\alpha)} = \frac{1}{\sin\alpha};$$

$$\text{г) } \frac{1 - 2\sin x \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{(\sin x - \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)} = \sin x - \cos x.$$

$$785. \text{a) } (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha = 2;$$

$$\text{б) } \frac{1 - \sin^2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\text{в) } \sin^4\alpha - \cos^4\alpha = (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha;$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha + 1}{\operatorname{ctg}\alpha}} = \frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha} + 1 = \cos^2\alpha.$$

$$786. \text{a) } \frac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{1 + \sin\alpha \cos\alpha} = \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos^2\alpha + \cos\alpha \sin\alpha + \sin^2\alpha)}{1 + \sin\alpha \cos\alpha} = \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(1 + \cos\alpha \sin\alpha)}{(1 + \sin\alpha \cdot \cos\alpha)} = \cos\alpha - \sin\alpha;$$

$$\text{б) } (1 + \operatorname{tg}\alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg}\alpha)^2 = 1 + 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha + 1 - 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha = 2(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) = \frac{2}{\cos^2\alpha};$$

$$\text{в) } \frac{\cos\beta}{1 - \sin\beta} - \frac{\cos\beta}{1 + \sin\beta} = \frac{\cos\beta(1 + \sin\beta) - \cos\beta(1 - \sin\beta)}{(1 + \sin\beta)(1 - \sin\beta)} = \frac{\cos\beta + \cos\beta \sin\beta - \cos\beta + \cos\beta \sin\beta}{1 - \sin^2\beta} = \frac{2\cos\beta \sin\beta}{\cos^2\beta} = 2 \cdot \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = 2\operatorname{tg}\beta;$$

$$r) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\frac{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$д) \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta;$$

$$е) \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

$$787. a) (\sin \beta + \sin \alpha)(\sin \alpha - \sin \beta) - (\cos \alpha + \cos \beta)(\cos \beta - \cos \alpha) = (\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) - (\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = 1 - 1 = 0;$$

$$б) \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha;$$

$$в) \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha} = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) : \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha} = \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1} = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha;$$

$$r) \frac{1 - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1 - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha} + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha)(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha} + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1.$$

$$788. a) 1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha.$$

Так как $\sin \alpha = 0,7$, то $1 - \sin^2 \alpha = 1 - 0,7^2 = 1 - 0,49 = 0,51$.

$$б) \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

$$\text{Так как } \operatorname{tg} \alpha = 2, \text{ то } \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5}.$$

$$789. \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(1 - \cos \alpha) + \sin \alpha(1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{\sin \alpha(1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

Так как $\sin \alpha = -\frac{1}{8}$, то $\frac{2}{\sin \alpha} = 2 : \left(-\frac{1}{8}\right) = -16$.

790. а) $\cos 8,5\pi = \cos(4 \cdot 2\pi + 0,5\pi) = \cos 0,5\pi = 0$.

б) $\operatorname{tg} 9\pi = \operatorname{tg}(4 \cdot 2\pi + \pi) = \operatorname{tg} \pi = 0$.

в) $\sin(-3,5\pi) = -\sin 3,5\pi = -\sin(2\pi + 1,5\pi) = -\sin 1,5\pi = -(-1) = 1$.

г) $\operatorname{ctg} \frac{9\pi}{4} = \operatorname{ctg} \left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$.

д) $\cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right) = \cos \frac{19\pi}{3} = \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

791. Пусть длина большого катета x дм, а длина меньшего — y дм. По условию задачи $x - y = 5$ и $(x+4)^2 + (y-8)^2 = x^2 + y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ (x+4)^2 + (x-13)^2 = x^2 + (x-5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ x^2 + 8x + 16 + x^2 - 26x + 169 = x^2 + x^2 - 10x + 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ -8x = -160 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 \\ y = 20 - 5 = 15 \end{cases}$$

Ответ: 20 дм и 15 дм.

792. Пусть длины катетов x см и y см. Тогда по условию задачи: $x + y = 79$ и $(x+23)^2 + (y-11)^2 = x^2 + y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 79, \\ (x+23)^2 + (y-11)^2 = x^2 + y^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 79 - y, \\ (102 - y)^2 + (y - 11)^2 = (79 - y)^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 79 - y \\ 10404 - 204y + y^2 + y^2 - 22y + 121 = 6241 - 158y + y^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 79 - y \\ 68y = 4284 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16 \\ y = 63 \end{cases}$$

Ответ: 16 см и 63 см.

793. Воспользуемся формулами приведения.

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$. б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$.

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\alpha$. г) $\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha$.

д) $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$. е) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha$.
 ж) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$. з) $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$.
 и) $\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$. к) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$.
 л) $\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$. м) $\operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$.

794. а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$. б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$.

в) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$. г) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$.
 д) $\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$. е) $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$.
 ж) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin\alpha$. з) $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$.
 и) $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha$.

795. а) $\sin 130^\circ = \sin(90^\circ + 40^\circ) = \cos 40^\circ$; $\cos 130^\circ = \cos(90^\circ + 40^\circ) = -\sin 40^\circ$;
 $\operatorname{tg} 130^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 40^\circ) = -\operatorname{ctg} 40^\circ$; $\operatorname{ctg} 130^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 40^\circ) = -\operatorname{tg} 40^\circ$.

б) $\sin 190^\circ = \sin(180^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ$; $\cos 190^\circ = \cos(180^\circ + 10^\circ) = -\cos 10^\circ$;
 $\operatorname{tg} 190^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 10^\circ) = \operatorname{tg} 10^\circ$; $\operatorname{ctg} 190^\circ = \operatorname{ctg}(180^\circ + 10^\circ) = \operatorname{ctg} 10^\circ$.

в) $\sin(-320^\circ) = -\sin(320^\circ) = -\sin(360^\circ - 40^\circ) = -(-\sin 40^\circ) = \sin 40^\circ$;
 $\cos(-320^\circ) = \cos(320^\circ) = \cos(360^\circ - 40^\circ) = \cos 40^\circ$;
 $\operatorname{tg}(-320^\circ) = -\operatorname{tg}(320^\circ) = -\operatorname{tg}(360^\circ - 40^\circ) = -(-\operatorname{tg} 40^\circ) = \operatorname{tg} 40^\circ$;

$\operatorname{ctg}(-320^\circ) = -\operatorname{ctg}(320^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - 40^\circ) = -(-\operatorname{ctg} 40^\circ) = \operatorname{ctg} 40^\circ$.

г) $\sin(-590^\circ) = \sin(-360^\circ - 230^\circ) = \sin(-230^\circ) = -\sin(180^\circ + 50^\circ) = \sin 50^\circ$;

$\cos(-590^\circ) = \cos(-230^\circ) = \cos(180^\circ + 50^\circ) = -\cos 50^\circ$; $\operatorname{tg}(-590^\circ) = -\operatorname{tg} 50^\circ$;

$\operatorname{ctg}(-590^\circ) = -\operatorname{ctg} 50^\circ$.

796. а) $\cos 0,7\pi = \cos(0,5\pi + 0,2\pi) = -\sin 0,2\pi$.

б) $\operatorname{ctg}(-0,6\pi) = \operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{5} - \pi\right) = \operatorname{ctg}\frac{2\pi}{5}$.

в) $\sin 1,6\pi = \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{10}\right) = -\cos\frac{\pi}{10}$.

г) $\operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{5}\right) = -\operatorname{tg}1,8\pi = -\operatorname{tg}(2\pi - 0,2\pi) = -(\operatorname{tg}0,2\pi) = \operatorname{tg}0,2\pi$.

797. а) $\operatorname{tg}137^\circ = \operatorname{tg}(\pi - 43^\circ) = -\operatorname{tg}43^\circ$.

б) $\sin(-178^\circ) = -\sin 178^\circ = -\sin(180^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ$.

в) $\sin 680^\circ = \sin(720^\circ - 40^\circ) = -\sin 40^\circ$.

г) $\cos(-1000^\circ) = \cos 1000^\circ = \cos(900^\circ + 100^\circ) = \cos 100^\circ = -\cos(90^\circ + 10^\circ) = \sin 10^\circ$.

798. Воспользуемся формулами приведения:

$$\text{a) } \sin \frac{2\pi}{3} = \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{tg } \frac{2\pi}{3} = \text{tg}(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\text{tg } \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3};$$

$$\text{ctg } \frac{2\pi}{3} = \text{ctg}(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\text{ctg } \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{б) } \sin \frac{3\pi}{4} = \sin(\pi - \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{tg } \frac{3\pi}{4} = \text{tg}(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\text{tg } \frac{\pi}{4} = -1;$$

$$\text{ctg } \frac{3\pi}{4} = \text{ctg}(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\text{ctg } \frac{\pi}{4} = -1.$$

$$\text{в) } \sin \frac{5\pi}{6} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2};$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\text{tg } \frac{5\pi}{6} = \text{tg}(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\text{tg } \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\text{ctg } \frac{5\pi}{6} = \text{ctg}(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\text{ctg } \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}.$$

$$799. \text{ a) } \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) } \cos(-210^\circ) = \cos(210^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } \text{tg } 300^\circ = \text{tg}(360^\circ - 60^\circ) = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}.$$

$$\text{г) } \sin 330^\circ = \sin(270^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } \text{ctg}(-225^\circ) = -\text{ctg } 225^\circ = -\text{ctg}(180^\circ + 45^\circ) = -\text{ctg } 45^\circ = -1.$$

$$\text{е) } \sin 315^\circ = \sin(360^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$800. \text{ a) } \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } \sin(-150^\circ) = -\sin 150^\circ = -\sin(90^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-225^\circ) = -\operatorname{tg} 225^\circ = -\operatorname{tg}(270^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$$

$$\text{г) } \cos(-225^\circ) = \cos 225^\circ = \cos(270^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{д) } \cos \frac{7\pi}{6} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{е) } \sin \frac{4\pi}{3} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$801. \text{ a) } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha.$$

$$\text{б) } \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha.$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -(-\operatorname{ctg} \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}(-\alpha + 270^\circ) = \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$802. \text{ a) } \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -(-\cos \alpha) = \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(\alpha - 2\pi) = -\operatorname{tg}(2\pi - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$803. \text{ a) } \sin^2(\pi + \alpha) = (-\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha. \text{ б) } \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = (-\operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$\text{в) } \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = (-\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha. \text{ г) } \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha) = (-\operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

804. Из теоремы о сумме углов треугольника: $A+B+C=180^\circ$, откуда следует:

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\left(\frac{180^\circ - C}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}.$$

$$805. \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ; \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma; \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{180^\circ - \gamma}{2}, \text{ откуда}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ - \gamma}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$$

$$806. \text{ a) } \sin(90^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg}(360^\circ + \alpha) = \\ = \cos \alpha + (-\cos \alpha) + (-\operatorname{ctg} \alpha) + \operatorname{ctg} \alpha = 0.$$

$$\text{б) } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(\alpha - \pi) + \operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \\ = \cos \alpha - \cos(\pi - \alpha) - \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \\ \cos \alpha - (-\cos \alpha) - \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 2 \cos \alpha.$$

$$807. \text{ a) } \frac{\cos(-\alpha) \cos(180^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha) \sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{\cos \alpha \cdot (-\cos \alpha)}{-\sin(-\alpha) \cdot \cos \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{-\operatorname{tg} \alpha \cos(-\cos \alpha)} = \\ = -\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = -\cos \alpha.$$

$$\text{в) } \frac{\sin(-\alpha) \operatorname{ctg}(-\alpha)}{\cos(360^\circ - \alpha) \operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)} = \frac{\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \\ = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{г) } \frac{\sin(\pi + \alpha) \sin(\alpha + 2\pi)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \cos(1,5\pi + \alpha)} = \frac{-\sin \alpha \cdot \sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha} = \\ = -\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = -\cos \alpha.$$

$$808. \text{ a) } \sin^2(180^\circ - x) + \sin^2(270^\circ - x) = \sin^2 x + (-\cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

$$\text{б) } \sin(\pi - x) \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\pi - x) = \\ = \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

809. Воспользуемся формулами приведения.

$$\text{a) } \cos^2(\pi + x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = (-\cos x)^2 + (-\sin x)^2 = \\ = \cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

$$\text{б) } \sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos(2\pi + x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \\ = -\sin x \cdot (-\sin x) - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

$$810. \text{ а) } \frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{-\operatorname{tg}\alpha}{-\cos\alpha} \cdot \frac{(-\cos\alpha)}{(-\operatorname{ctg}\alpha)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{\sin(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} \cdot \frac{\cos(2\pi - \alpha)}{\sin(-\alpha)} = \\ & = \frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha}{(-\operatorname{ctg}\alpha)} \cdot \frac{\cos\alpha}{(-\sin\alpha)} = \frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 811. \text{ По формулам приведения: а) } & \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \\ & + \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha + \sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha = \\ & = -\frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} + \sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \\ & = (-\operatorname{ctg}\alpha)^2 + \cos\alpha \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}. \end{aligned}$$

$$812. \text{ а) } 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha;$$

$\sin^2\alpha = 1 - (-0,8)^2 = 0,36$; $\sin\alpha = \pm\sqrt{0,36} = \pm 0,6$, так как $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\alpha \in \text{II}$ четверти, значит, $\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha = 0,6$.

$$2) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = -0,8 : 0,6 = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 1) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + (-5)^2} = \frac{1}{26}; \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{26}}; \text{ Так как } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \text{ то } \alpha \in \text{II}$$

четверти, значит, $\cos\alpha < 0$, поэтому $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{1}{26}} = -\frac{\sqrt{26}}{26}$.

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha; \sin\alpha = -5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{26}}{26}\right) = \frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{813.} \quad & \sin^3\alpha(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^3\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha)=\sin^3\alpha\left(1+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)+\cos^3\alpha\left(1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)= \\
 & =\sin^3\alpha+\sin^2\alpha\cos\alpha+\cos^3\alpha+\cos^2\alpha\sin\alpha= \\
 & =(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)+\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)= \\
 & =(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha.
 \end{aligned}$$

814. Пусть x км/ч – это скорость скорого поезда, а y км/ч – скорость товарного поезда. По условию задачи имеем: $x\cdot 0,5+y\cdot 0,5=75$. Так как время движения скорого поезда $\frac{75}{x}$ ч., а время движения товарного — $\frac{75}{y}$ ч., то

имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{75}{y} - \frac{75}{x} = \frac{5}{12} \\ x \cdot 0,5 + y \cdot 0,5 = 75 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 150 - y \\ \frac{75}{y} - \frac{75}{150 - y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 150 - y \\ \frac{15}{y} - \frac{15}{150 - y} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 150 - y \\ 27000 - 180y - 180y = 150y - y^2 \end{cases}$$

$$y^2 = 510y + 27000 = 0; \quad D = (510)^2 - 4 \cdot 27000 = 152100; \quad y^2 = \frac{-210 + 390}{2} = 90$$

или $y^2 = \frac{-210 - 390}{2} = -300$ — не подходит по смыслу.

$$\begin{cases} y = 90 \\ x = 150 - 90 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 90 \\ x = 60 \end{cases}$$

Ответ: 90 км/ч, 60 км/ч.

815. Пусть x км/ч – скорость поезда после ее увеличения. Получим уравнение:

$$\frac{70}{x-10} - \frac{70}{x} = \frac{1}{6},$$

$$420x - 420x + 4200 = x^2 - 10x; \quad x^2 - 10x - 4200 = 0; \quad D = 10^2 + 4 \cdot 4200 = 16900;$$

$$x = \frac{10 + \sqrt{16900}}{2} = 70; \quad \text{или} \quad x = \frac{10 - \sqrt{16900}}{2} = -60 \quad \text{— не подходит по}$$

смыслу.

Ответ: 70 км/ч.

§ 14. Формулы сложения и их следствия

816. Воспользуемся формулами косинуса разности и суммы:

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) &= \cos\frac{\pi}{4} \cos\varphi + \sin\frac{\pi}{4} \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\varphi + \sin\varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right) &= \cos\frac{\pi}{4} \cos\varphi - \sin\frac{\pi}{4} \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\varphi - \sin\varphi). \text{ Воспользуемся формулами синуса суммы и разности:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\varphi \cos\frac{\pi}{4} + \cos\varphi \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin\varphi + \cos\varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\varphi \cos\frac{\pi}{4} - \cos\varphi \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin\varphi - \cos\varphi). \end{aligned}$$

817.

$$\text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{2} \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{2} \sin\alpha = 1 \cdot \cos\alpha + 0 \cdot \sin\alpha = \cos\alpha.$$

$$\text{б) } \sin(\pi + \alpha) = \sin\pi \cos\alpha + \cos\pi \sin\alpha = 0 \cdot \cos\alpha - 1 \cdot \sin\alpha = -\sin\alpha.$$

$$\text{в) } \cos(\pi - \alpha) = \cos\pi \cos\alpha + \sin\pi \sin\alpha = -1 \cdot \cos\alpha + 0 \cdot \sin\alpha = -\cos\alpha.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= \cos\frac{3\pi}{2} \cos\alpha - \sin\frac{3\pi}{2} \sin\alpha = \\ &= 0 \cdot \cos\alpha - (-1) \sin\alpha = \sin\alpha. \end{aligned}$$

818. По формулам синуса и косинуса разности:

$$\text{а) } \sin(60^\circ - \beta) = \sin 60^\circ \cos\beta - \cos 60^\circ \sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\beta - \frac{1}{2} \sin\beta.$$

$$\text{б) } \cos(\beta - 30^\circ) = \cos\beta \cos 30^\circ + \sin\beta \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\beta + \frac{1}{2} \sin\beta.$$

$$\begin{aligned} \text{819. а) } \sin 105^\circ &= \sin(45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 60^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \cos 105^\circ = \cos(45^\circ + 60^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 60^\circ = \\ & = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

820. Воспользуемся формулами синуса и косинуса суммы:

$$\begin{aligned} & \text{а) } \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \\ & = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

821. а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta$.

б) $\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta$.

$$\begin{aligned} & \text{в) } \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \frac{1}{2} \cos \alpha = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha = \\ & = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{г) } \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} = \\ & = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha. \end{aligned}$$

822.

$$\begin{aligned} & \text{а) } \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha - \cos \alpha = \\ & = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \sin \alpha - \cos \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cdot \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} - \sin \alpha = \\ & = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \cos \alpha - \sin \alpha = \sin \alpha - \cos \alpha - \sin \alpha = -\cos \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{в) } 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha \right) - \sqrt{3} \sin \alpha = \\ & = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos \alpha + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha = \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha = \cos \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{r) } \sqrt{3} \cos \alpha - 2 \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \cos \alpha - 2 \left(\cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = \sqrt{3} \cos \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - 2 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha = -\sin \alpha. \end{aligned}$$

823. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

a) $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta = \sin \alpha \sin \beta.$

б) $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta.$

в) $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) - \frac{1}{2} \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha =$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha.$$

г) $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha =$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha.$$

824. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

a) $\cos(\alpha - \beta) + \sin(-\alpha) \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta;$

б) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta.$

825. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

a) $\sin(\alpha - \beta) - \cos \alpha \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta;$

б) $\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta.$

826. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

a) $\cos 2\beta \cos \beta + \sin 2\beta \sin \beta = \cos(2\beta - \beta) = \cos \beta.$

б) $\sin 3\gamma \cos \gamma - \cos 3\gamma \sin \gamma = \sin(3\gamma - \gamma) = \sin 2\gamma.$

827. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

a) $\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ = \cos(107^\circ - 17^\circ) = \cos 90^\circ = 0;$

б) $\cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ = \cos(36^\circ + 24^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$

в) $\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ = \sin(63^\circ + 27^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$

г) $\sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ = \sin(51^\circ - 21^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$

828. a) $\cos 18^\circ \cos 63^\circ + \sin 18^\circ \sin 63^\circ = \cos(18^\circ - 63^\circ) = \cos(-45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

б) $\cos 32^\circ \cos 58^\circ - \sin 32^\circ \sin 58^\circ = \cos(32^\circ + 58^\circ) = \cos 90^\circ = 0.$

$$829. \text{ a) } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \sin\left(\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right) = \sin 2\alpha.$$

$$\text{б) } \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) =$$

$$= \cos\left(\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) + \left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)\right) = \cos \frac{2\pi}{4} = 0.$$

830. По формулам синуса суммы и разности:

$$\text{a) } \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta;$$

$$\text{б) } \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\text{в) } \cos(60^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha - \cos 60^\circ \cos \alpha +$$

$$+ \sin 60^\circ \sin \alpha = 2 \sin 60^\circ \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \sqrt{3} \sin \alpha$$

$$\text{г) } \sin(30^\circ - \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha - \cos 30^\circ \sin \alpha + \sin 30^\circ \cos \alpha +$$

$$+ \cos 30^\circ \sin \alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos \alpha = \cos \alpha.$$

831. По формулам синуса и косинуса суммы и разности:

$$\text{a) } \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta -$$

$$- \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 2 \cos \alpha \sin \beta.$$

$$\text{б) } \cos(30^\circ + \alpha) - \cos(30^\circ - \alpha) = \cos 30^\circ \cos \alpha - \sin 30^\circ \sin \alpha -$$

$$- \cos 30^\circ \cos \alpha - \sin 30^\circ \sin \alpha = -2 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = -\sin \alpha.$$

$$832. \text{ a) } \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta -$$

$$- \cos \alpha \sin \beta) = (\sin \alpha \cos \beta)^2 - (\cos \alpha \sin \beta)^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta =$$

$$= \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta +$$

$$+ \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta;$$

$$\text{б) } \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \cdot (\cos \alpha \cos \beta +$$

$$+ \sin \alpha \sin \beta) = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) -$$

$$- \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

833.

$$\text{a) } \frac{\sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta} =$$

$$= \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \cos \beta} = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta - \cos(\alpha - \beta)} &= \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta + 2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta - (\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)} = \\ &= \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{834. а) } \frac{\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha - \beta) - \sin\alpha\sin\beta} &= \\ &= \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta + \sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta - \sin(\alpha - \beta)} &= \\ &= \frac{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta - 2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta - \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\cos\beta} = \\ &= \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\cos\beta} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \operatorname{ctg}(\alpha + \beta). \end{aligned}$$

$$\text{835. 1) } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha; \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{225}{289};$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{225}{289}} = \pm\frac{15}{17}; \text{ так как } \alpha \in \text{I четверти, значит, } \cos\alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos\alpha = \frac{15}{17}.$$

$$\text{2) } \sin^2\beta + \cos^2\beta = 1; \sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta; \sin^2\beta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25};$$

$$\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}; \text{ так как } \beta \in \text{I четверти, значит, } \sin\beta > 0, \text{ поэтому}$$

$$\sin\beta = \frac{3}{5}.$$

$$\text{а) } \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{8}{17} \cdot \frac{4}{5} + \frac{15}{17} \cdot \frac{3}{5} = \frac{32}{85} + \frac{45}{85} = \frac{77}{85}.$$

$$\text{б) } \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{15 \cdot 4}{17 \cdot 5} - \frac{8 \cdot 3}{17 \cdot 5} = \frac{60}{85} - \frac{24}{85} = \frac{36}{85}.$$

$$\text{в) } \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{15 \cdot 4}{17 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 3}{17 \cdot 5} = \frac{60}{85} + \frac{24}{85} = \frac{84}{85}.$$

836. 1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{9}{41}\right)^2 =$
 $= -\frac{1681 - 81}{1681} = -\frac{1600}{1681}$; $\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm\frac{40}{41}$, так как $\alpha \in \text{II}$ четверти, зна-
чит, $\cos\alpha < 0$, поэтому $\cos\alpha = -\frac{40}{41}$.

2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$; $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$; $\cos^2\beta = 1 - \left(-\frac{40}{41}\right)^2 =$
 $= \frac{1681 - 1600}{1681} = \frac{81}{1681}$; $\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{81}{1681}} = \pm\frac{9}{41}$; так как $\beta \in \text{IV}$ четверти,
значит, $\cos\beta > 0$, поэтому $\cos\beta = \frac{9}{41}$.

3) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta = \frac{9 \cdot 9}{41 \cdot 41} + \frac{40 \cdot 40}{41 \cdot 41} = \frac{81 + 1600}{1681} = \frac{1681}{1681} = 1$.

837. 1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$;
 $\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{25 - 16}{25} = \frac{9}{25}$; $\cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{9}}{25} = \pm\frac{3}{5}$;

так как $\alpha \in \text{II}$ четверти, значит, $\cos\alpha < 0$, поэтому $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$.

2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$; $\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$;
 $\sin^2\beta = 1 - \left(-\frac{15}{17}\right)^2 = \frac{289 - 225}{289} = \frac{64}{289}$; $\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{64}{289}} = \pm\frac{8}{17}$;

так как $\beta \in \text{II}$ четверти, значит, $\sin\beta > 0$, поэтому $\sin\beta = \frac{8}{17}$

а) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta = -\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 17} - \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 17} = -\frac{60}{85} - \frac{24}{85} = -\frac{84}{85}$.

б) $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta = -\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 17} + \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \frac{-60}{85} + \frac{24}{85} = -\frac{36}{85}$.

в) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta = \frac{3 \cdot 15}{5 \cdot 17} + \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \frac{45 + 32}{85} = \frac{77}{85}$.

г) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta = \frac{3 \cdot 15}{5 \cdot 17} - \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \frac{45 - 32}{85} = \frac{13}{85}$.

838. Из теоремы о сумме углов треугольника $\alpha = 180^\circ - \alpha - \beta$.
 $\sin\gamma = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$.

839. 1) Пусть α, β и γ – углы треугольника $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;
 $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$, $\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$, $\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$. Угол острый, т.е. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, значит, $\cos\alpha > 0$, поэтому $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$, $\cos^2\beta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$,
 $\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{144}{169}} = \pm\frac{12}{13}$; так как угол острый, то $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, значит, $\cos\beta > 0$,
 поэтому $\cos\beta = \frac{12}{13}$.

3) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$; $180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 0(\alpha + \beta)$, $\cos(180^\circ - (\alpha + \beta)) =$
 $= -\cos(\alpha + \beta) = \sin\alpha \sin\beta - \cos\alpha \cos\beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} = \frac{20}{65} - \frac{36}{65} = -\frac{16}{65}$.

840. Пусть α, β и γ – углы треугольника и пусть $\cos\alpha = \frac{1}{3}$; $\cos\beta = \frac{2}{3}$.
 Следовательно, α и β – острые углы, а $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$.
 1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$, $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$,
 $\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$, $\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, но $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, значит,
 $\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2) $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$, $\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$, $\sin^2\beta = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$,
 $\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{5}{9}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$, но $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, значит, $\sin\beta > 0$, поэтому $\sin\beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

3) $\sin\gamma = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta =$
 $= \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9} + \frac{\sqrt{5}}{9} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}$.

841. Воспользуемся формулой тангенса суммы:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = \frac{(16 + 3)}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{19 \cdot 3}{12 \cdot 2} = 2\frac{3}{8}.$$

$$842. \text{ a) } \operatorname{tg} 15^\circ = \operatorname{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} =$$

$$= \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{9 - 3} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 75^\circ = \operatorname{tg}(30^\circ + 45^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ}{1 - \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1} =$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + 3)^2}{3(3 - \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3} + 3)^2}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{3 + 6\sqrt{3} + 9}{9 - 3} = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3}.$$

$$843. \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \operatorname{tg}(\alpha + (-\beta)) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(-\beta)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(-\beta)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

$$844. \text{ a) } \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{(3+2)}{6} : \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{(3-2)}{6} : \frac{7}{6} = \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 7} = \frac{1}{7}.$$

$$845. \text{ a) } \sin 480^\circ = \sin(360^\circ + 120^\circ) = \sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) } \cos(-570^\circ) = \cos 570^\circ = \cos(540^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-750^\circ) = -\operatorname{tg} 750^\circ = -\operatorname{tg}(720^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 495^\circ = \operatorname{ctg}(540^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$$

$$\begin{aligned}
 846. \quad & \frac{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha} = \\
 & = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\
 & = \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

847.

$$\text{a) } \frac{\cos \alpha - \sin(-\alpha)}{1 - \operatorname{ctg}(-\alpha)} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \sin \alpha.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg}(-\alpha)} = -\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = -(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = -\frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$



848. а) $(x+4)(x+5) - 5 \leq 7$; $x^2 + 4x + 5x + 20 - 5 \leq 7$;
 $x^2 + 9x + 8 \leq 0$. Найдем корни уравнения: $x^2 + 9x + 8 = 0$;
 $D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 81 - 32 = 49$;

$$x = \frac{-9 + \sqrt{49}}{2} = -1 \text{ или } x = \frac{-9 - \sqrt{49}}{2} = -8.$$

$$x^2 + 9x + 8 = (x+1)(x+8) \leq 0.$$

Ответ: $-8 \leq x \leq -1$.



б) $6 - (2x + 1,5)(4 - x) \geq 0$; $6 - (8x + 6 - 2x^2 - 1,5x) \geq 0$;
 $6 - 8x - 6 + 2x^2 + 1,5x \geq 0$; $2x^2 - 6,5x \geq 0$.

Найдем корни уравнения: $2x^2 - 6,5x = 0$; $x(x - 3,25) = 0$;

$$x = 0 \text{ или } x = 3,25 = 3 \frac{1}{4}. \quad 2x^2 - 6,5x = 2(x-0)(2 - 3 \frac{1}{4}) \geq 0,$$

Ответ: $x \leq 0$ или $x \geq 3 \frac{1}{4}$.

849. Пусть x ч – время работы первого автогрузчика, а y ч – время второго. Тогда по условию имеем $x - y = 9$. За 1 ч первый автогрузчик делает $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй – $\frac{1}{y}$ часть работы. Вместе за 1 час они сделают

$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ часть работы, а за 20 ч. они сделают всю работу, значит $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot$

$20 = 1$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 20 = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 9 + y, \\ \left(\frac{20}{9+y} + \frac{20}{y}\right) - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = x - 9 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) \cdot 20 = 1 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{20}{y} + \frac{20}{9+y} = 1$; $20x - 180 + 20x = x^2 - 9x$; $x^2 - 49x + 180 = 0$.

Найдем корни:

$$D = 49^2 - 4 \cdot 1 \cdot 180 = 1681$$

$$x_1 = \frac{49 + \sqrt{1681}}{2} = \frac{49 + 41}{2} = 45; \quad x_2 = \frac{49 - 41}{2} = 4$$

$$\begin{cases} x_1 = 45 \\ y_1 = 36 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = -5 \end{cases} \text{ - не имеет смысла.}$$

Ответ: 45 ч и 36 ч.

850. Воспользуемся формулами двойного угла:

$$\text{а) } \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \text{ctg} \alpha.$$

$$\text{в) } \frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - \sin \beta = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta} - \sin \beta = 2 \sin \beta - \sin \beta = \sin \beta.$$

$$\text{г) } \cos 2\alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{д) } \cos^2 \beta - \cos 2\beta = \cos^2 \beta - (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) = \cos^2 \beta - \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = \sin^2 \beta.$$

$$\text{е) } \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \cos \alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \cos \alpha =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\cos \alpha + \sin \alpha} =$$

$$= -\sin \alpha.$$

851. По формулам двойного угла:

$$\text{а) } \frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin 2 \cdot 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \cos 20^\circ.$$

$$\text{б) } \frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{\sin 2 \cdot 50^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ}{\cos 50^\circ} = 2 \sin 50^\circ.$$

$$\text{в) } \frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos(2 \cdot 40^\circ)}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} =$$

$$= \frac{(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ)(\cos 40^\circ - \sin 40^\circ)}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \cos 40^\circ - \sin 40^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \frac{\cos 36^\circ + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} &= \frac{\cos(2 \cdot 18^\circ) + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \\ &= \frac{\cos^2 18^\circ - \sin^2 18^\circ + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{\cos^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \cos 18^\circ. \end{aligned}$$

852. Используем формулы двойного угла:

$$\text{a) } \frac{\sin 2\beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\sin^2 \beta} = 2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = 2 \operatorname{ctg} \beta.$$

$$\text{б) } \frac{\sin 2\alpha}{2 \sin \alpha} - \cos \alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = 0.$$

$$\text{в) } \sin^2 \gamma + \cos 2\gamma = \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma = \cos^2 \gamma.$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \sin \alpha &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \sin \alpha = \\ &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \cos \alpha. \end{aligned}$$

853. 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$; $\cos^2 \alpha =$

$$= 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{169 - 25}{169} = \frac{144}{169}; \quad \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}; \quad \text{так как } \alpha \in \text{II четверти, значит,}$$

$$\cos \alpha < 0, \text{ поэтому } \cos \alpha = -\frac{12}{13}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{13} : \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{5}{12};$$

$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(-\frac{12}{13}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)}{1 - \left(-\frac{5}{12}\right)^2} = -\frac{5 \cdot 144}{6 \cdot 119} = -\frac{120}{119} = -1 \frac{1}{119}.$$

$$\text{854. 1) } \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3 \cdot 16}{2 \cdot 7} = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7};$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{16}{25}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5};$$

так как $\alpha \in \text{III}$ четверти, значит, $\cos \alpha < 0$, поэтому $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha; \sin \alpha = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5}.$$

$$4) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \cos 2\alpha = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25};$$

$$5) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \sin 2\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{5 \cdot 5} = \frac{24}{25}.$$

855. 1) Пусть α – углы при основании равнобедренного треугольника, а угол при вершине — γ . Тогда $\gamma = 180^\circ - 2\alpha$ по теореме о сумме углов треугольника.

$$2) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 0,36; \sin \alpha = \pm \sqrt{0,36}; \sin \alpha = \pm 0,6; \text{ так как } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ значит, } \sin \alpha > 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = 0,6.$$

$$3) \sin \gamma = \sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,96; \cos \gamma = -\cos(180^\circ - 2\alpha) = -\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 0,6^2 - 0,8^2 = 0,36 - 0,64 = -0,28.$$

856. Из основного тригонометрического тождества:

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \sin^2 \alpha = 1 - (-0,6)^2 = 1 - 0,36 = 0,64; \sin \alpha = \pm \sqrt{0,64} = \pm 0,8. \text{ Так как } \alpha \in \text{III} \text{ четверти, значит, } \sin \alpha < 0, \text{ поэтому } \sin \alpha = -0,8.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = -0,8 : (-0,6) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3};$$

$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \sin 2\alpha = 2 \cdot (-0,8) \cdot (-0,6) = -0,96.$$

$$4) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \cos 2\alpha = (-0,6)^2 - (-0,8)^2 = 0,36 - 0,64 = -0,28.$$

$$5) \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = -\frac{8 \cdot 9}{3 \cdot 7} = -\frac{24}{7} = -3 \frac{3}{7}.$$

857. Воспользуемся формулами двойного угла:

$$a) \sin \alpha = \sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}; \cos \alpha = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$6) \sin 4\alpha = \sin 2 \cdot 2\alpha = 2\sin 2\alpha \cos 2\alpha;$$

$$\cos 4\alpha = \cos 2 \cdot 2\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha;$$

$$\operatorname{tg} 4\alpha = \operatorname{tg} 2 \cdot 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} 2\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

$$858. \text{ a) } \frac{\sin \alpha}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$6) \frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} = \frac{\sin 2 \cdot 2\beta}{\cos 2\beta} = \frac{2 \sin 2\beta \cos 2\beta}{\cos 2\beta} = 2 \sin 2\beta.$$

$$\text{b) } \frac{\cos \varphi}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\cos 2 \cdot \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} =$$

$$= \frac{\left(\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2} \right)}{\left(\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \right)} = \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2}.$$

$$\text{r) } \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha} = \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2(2\alpha)} = \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha} =$$

$$= \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{(\cos 2\alpha + \sin 2\alpha)(\cos 2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{1}{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}.$$

$$859. \text{ 1) } \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1; \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \left(\frac{9}{42} \right)^2 = \frac{1600}{1681}; \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm \frac{40}{41}$$

$$\text{Так как } \frac{\alpha}{2} \in I \text{ четверти, значит, } \cos \frac{\alpha}{2} > 0, \text{ поэтому } \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{40}{41}.$$

$$2) \sin \alpha = \sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 40}{41 \cdot 41} = \frac{720}{1681};$$

$$3) \cos \alpha = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{40}{41} \right)^2 - \left(\frac{9}{41} \right)^2 = \frac{1519}{1681};$$

$$4) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{720}{1681} : \frac{1519}{1681} = \frac{720}{1519}.$$

860. Воспользуемся формулами двойного угла:

$$а) \frac{\sin 2\alpha - 2\sin \alpha}{\cos \alpha - 1} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha - 2\sin \alpha}{\cos \alpha - 1} = \frac{2\sin \alpha(\cos \alpha - 1)}{(\cos \alpha - 1)} = 2\sin \alpha.$$

$$б) \frac{\cos 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -1.$$

$$в) \sin 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} - 1 = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cos 2\alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha.$$

$$г) (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha) \sin 2\alpha = \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot 2\sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= 2\cos^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha = 2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 2.$$

$$\mathbf{861. а)} 0,5 \operatorname{tg} \alpha \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha \cdot 2\sin \alpha \cos \alpha}{2\cos \alpha} + \cos^2 \alpha =$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$б) \frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta + \sin^2 \beta} = \frac{2\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta} = \frac{2\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta} =$$

$$= 2 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 2\operatorname{tg} \beta.$$

862. По формулам двойного угла:

$$а) 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin 2 \cdot 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$б) 8\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} = 4\sin \frac{\pi}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$в) \sin 105^\circ \cos 105^\circ = \frac{1}{2} (2\sin 105^\circ \cdot \cos 105^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 105^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \sin 210^\circ = \frac{1}{2} \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\frac{1}{2} \sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}.$$

$$г) \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2 \cdot 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$д) 4\cos^2 \frac{\pi}{8} - 4\sin^2 \frac{\pi}{8} = 4\left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}\right) = 4\cos \frac{\pi}{4} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$е) \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sin^2 \frac{7\pi}{12} = \cos 2 \cdot \frac{7\pi}{12} = \cos \frac{7\pi}{6} =$$

$$= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

863. Воспользуемся формулой тангенса двойного угла:

$$\text{a) } \frac{2\text{tg}5^\circ}{1-\text{tg}^2 5^\circ} = \text{tg}2 \cdot 5^\circ = \text{tg}10^\circ.$$

$$\text{б) } \frac{4\text{tg}15^\circ}{1-\text{tg}^2 15^\circ} = 2 \cdot \frac{2\text{tg}15^\circ}{1-\text{tg}^2 15^\circ} = 2 \cdot \text{tg}2 \cdot 15^\circ = 2\text{tg}30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{\text{tg}75^\circ}{1-\text{tg}^2 75^\circ} &= \frac{1}{2} \frac{2\text{tg}75^\circ}{1-\text{tg}^2 75^\circ} = \frac{1}{2} \text{tg}2 \cdot 75^\circ = \frac{1}{2} \text{tg}150^\circ = \\ &= \frac{1}{2} \text{tg}(90^\circ + 60^\circ) = -\frac{1}{2} \text{ctg}60^\circ = -\frac{1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{864. a) } 2\sin 165^\circ \cos 165^\circ = \sin 2 \cdot 165^\circ = \sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ = \cos 2 \cdot 75^\circ = \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{2\text{tg}240^\circ}{1-\text{tg}^2 240^\circ} &= \text{tg}2 \cdot 240^\circ = \text{tg}480^\circ = \text{tg}(360^\circ + 120^\circ) = \text{tg}120^\circ = \\ &= \text{tg}(90^\circ + 30^\circ) = -\text{ctg}30^\circ = -\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{865. a) } \frac{2}{\text{tg}\alpha + \text{ctg}\alpha} = \frac{2}{\text{tg}\alpha + \frac{1}{\text{tg}\alpha}} = \frac{2\text{tg}\alpha}{\text{tg}^2\alpha + 1} = 2\text{tg}\alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2 \alpha.$$

$$\text{б) } (1 - \text{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha = \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}\right) \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2 \alpha.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) \sin^2 2\alpha &= \frac{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 2\alpha}{\frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\alpha} = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \cos \frac{\pi - \alpha}{2} &= \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \cos \frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 2 \cos^2 \frac{\pi + \alpha}{4} - 2 \sin^2 \frac{\pi + \alpha}{4} &= 2 \left(\cos^2 \frac{\pi + \alpha}{4} - \sin^2 \frac{\pi + \alpha}{4} \right) = \\ &= 2 \cos \frac{\pi + \alpha}{2} = 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = -2 \sin \frac{\alpha}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{4 \operatorname{tg} \frac{3\pi - \alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi - \alpha}{2}} &= 2 \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \frac{3\pi - \alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi - \alpha}{2}} = 2 \cdot \operatorname{tg} 2 \cdot \frac{(3\pi - \alpha)}{2} = \\ &= 2 \operatorname{tg}(3\pi - \alpha) = 2 \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -2 \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

$$\mathbf{866.} \text{ а) } 1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha;$$

$$\text{б) } \cos^4 \alpha - \sin \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \operatorname{ctg} \alpha - \sin 2\alpha &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\cos \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = \\ &= \frac{\cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cos 2\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned}$$

$$\mathbf{867.} \text{ а) } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1;$$

$$\text{б) } 4 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha = 2 \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 4\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \\ &= \frac{\sin \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos 2\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) \sin 2\alpha &= \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \sin 2\alpha = \\ &= \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{868.} \text{ а) } 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) &= \\ &= 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot (-\cos \alpha) = -2 \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \alpha = -2 \sin \alpha \cos \alpha = -\sin 2\alpha. \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{(\sin \beta + \cos \beta)^2}{1 + \sin 2\beta} = \frac{\sin^2 \beta + 2 \sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta}{1 + 2 \sin \beta \cos \beta} =$$

$$= \frac{1 + 2 \sin \beta \cos \beta}{1 + 2 \sin \beta \cos \beta} = 1.$$

$$\text{в) } \frac{\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{\cos \beta}{1 + \sin \beta} + \frac{\cos \beta}{1 - \sin \beta} \right) \sin 2\beta =$$

$$= \frac{\cos \beta (1 - \sin \beta) + \cos \beta (1 + \sin \beta)}{(1 + \sin \beta)(1 - \sin \beta)} \sin 2\beta =$$

$$= \frac{\cos \beta - \sin \beta \cos \beta + \cos \beta + \cos \beta \sin \beta}{1 - \sin^2 \beta} \sin 2\beta =$$

$$= \frac{2 \cos \beta \cdot \sin 2\beta}{1 - \sin^2 \beta} = \frac{2 \cos \beta \cdot 2 \sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta} = 4 \sin \beta.$$

$$\mathbf{869.} \text{ а) } 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \frac{2\pi + \alpha}{4} \cos \frac{2\pi + \alpha}{2} = 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{4} \right) \times$$

$$\times \cos \left(\pi + \frac{\alpha}{2} \right) = 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cdot \left(-\sin \frac{\alpha}{4} \right) \cdot \left(-\cos \frac{\alpha}{2} \right) =$$

$$= 2 \cos \frac{\alpha}{2} \left(2 \cos \frac{\alpha}{4} \sin \frac{\alpha}{4} \right) = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha - (1 - \operatorname{tg} \alpha)}{(1 - \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.$$

$$\text{г) } \left(\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha) + \sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{2 \sin \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = 4 \cos \alpha.$$

870. Пользуемся формулами двойного угла:

$$\text{a) } 1 + \cos 4\alpha = 1 + \cos 2 \cdot 2\alpha = 1 + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = \\ = \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = 2\cos^2 2\alpha.$$

$$\text{б) } 1 - \cos 4\alpha = 1 - \cos 2 \cdot 2\alpha = 1 - \cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = \\ = \sin^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 2\sin^2 2\alpha.$$

$$\text{в) } \frac{1 + \cos 2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2\cos\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2\cos\alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{2\cos\alpha} = \cos\alpha.$$

$$\text{г) } \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2\sin^2 \alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$\text{д) } \operatorname{tg}\alpha(1 + \cos 2\alpha) = \frac{\sin\alpha \cdot 2\cos^2 \alpha}{\cos\alpha} = 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha.$$

$$\text{е) } \frac{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}{2\sin\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{2\sin\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha} =$$

$$= \frac{2\sin\alpha(1 + \cos\alpha)}{2\sin\alpha(1 - \cos\alpha)} = \frac{1 + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{2\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{ж) } \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha} =$$

$$= \frac{2\sin^2 \alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2 \alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha)}{2\cos\alpha(\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$\text{з) } \frac{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)}{2} = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{2\cos^2 \alpha}{2} = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{871. а) } \frac{\sin 2\beta}{1 + \cos 2\beta} = \frac{2\sin\beta\cos\beta}{2\cos^2 \beta} = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \operatorname{tg}\beta.$$

$$\text{б) } \frac{1 - \cos 2\beta}{2\sin\beta} = \frac{2\sin^2 \beta}{2\sin\beta} = \sin\beta.$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg}\beta(1 - \cos 2\beta) = \frac{\cos\beta \cdot 2\sin^2 \beta}{\sin\beta} = 2\cos\beta\sin\beta = \sin 2\beta.$$

$$\text{г) } \frac{1 + \cos 4\beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta} = \frac{2 + \cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta}{\cos 2\beta} = \frac{2\cos^2 2\beta}{\cos 2\beta} = 2\cos 2\beta.$$

$$\text{д) } \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\beta\right)}{2\sin\beta} = \frac{1 - \cos 2\beta}{2\sin\beta} = \frac{2\sin^2 \beta}{2\sin\beta} = \sin\beta.$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \frac{1 + \cos(\pi + \beta)}{\sin(\pi - \beta)} &= \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{1 - \cos(2 \cdot \frac{\beta}{2})}{\sin(2 \cdot \frac{\beta}{2})} = \\
 &= \frac{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\cos \frac{\beta}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{872.} \quad 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 1 + \cos \left(2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right) = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1 + \sin \alpha.$$

$$\mathbf{873.} \quad \text{a) } \frac{1 + \cos 2\varphi}{1 - \cos 2\varphi} = \frac{2 \cos^2 \varphi}{2 \sin^2 \varphi} = \operatorname{ctg}^2 \varphi.$$

$$\text{б) } \frac{1 - \sin 2\varphi}{1 + \sin 2\varphi} = \frac{1 - \cos(\frac{\pi}{2} - 2\varphi)}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} - 2\varphi)} = \frac{2 \sin^2(\frac{\pi}{4} - \varphi)}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} - \varphi)} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right).$$

$$\mathbf{874.} \quad \text{a) } \sin x \cos x = \frac{3}{7}, \quad 2 \sin x \cos x = \frac{6}{7}, \quad \sin 2x = \frac{6}{7}.$$

Так как $\frac{6}{7} < 1$, то такой угол существует;

$$\text{б) } \sin x \cos x = \frac{3}{5}, \quad 2 \sin x \cos x = \frac{6}{5}, \quad \sin 2x = \frac{6}{5}.$$

Так как $\frac{6}{5} > 1$, то такого угла не существует.

$$\mathbf{875.} \quad \text{a) } \cos(3\pi - \alpha) = \cos(2\pi + (\pi - \alpha)) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha.$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha) = \operatorname{ctg}(4\pi + (\pi + \alpha)) = \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{в) } \sin(\pi + \alpha) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha \cdot \sin \alpha = -\sin^2 \alpha.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}(\pi - \alpha) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} = -\sin \alpha.$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{876.} \quad \text{a) } \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} &= \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \\
 &= \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta}} = \cos \alpha \cos \beta.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\sin(\alpha + \beta)} &= \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \\ &= \frac{\frac{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta}}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{1}{\sin \alpha \sin \beta}. \end{aligned}$$

877. а) $x(x+5) \leq 2x^2+4$; $x^2+5x-2x^2-4 \leq 0$; $x^2-5x+4 \geq 0$;

Найдем корни уравнения: $x^2-5x+4=0$; $D=5^2-4 \cdot 1 \cdot 4=25-16=9$;

$$x = \frac{5 + \sqrt{9}}{2} = 4 \text{ или } x = \frac{5 - \sqrt{9}}{2} = 1; x^2-5x+4=(x-4)(x-1) \geq 0.$$



Ответ: $x \leq 1$ или $x \geq 4$

б) $10-(2x-1)(3-x) \geq 1-7x$, $10-(6x-3-2x^2+x) \geq 1-7x$;

$$10-6x+3+2x^2-x-1+7x \geq 0; 2x^2+12 \geq 0.$$

Это неравенство выполняется при любых значениях x , т.к. $2x^2 \geq 0$ и $12 > 0$.

878. Пусть x ч – время работы первого сварщика, а y ч – время работы второго сварщика. Тогда по условию задачи $x-y=11$. За 1 ч. первый сварщик сделает $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть работы. Вместе за 1 ч. они

сделают $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ часть работы, а за 30 ч. они сделают всю работу, значит:

$$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 30 = 1. \text{ Имеем систему уравнений:}$$

$$\begin{cases} x - y = 11, \\ (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 30 = 1; \end{cases} \begin{cases} y = x - 11, \\ \frac{30}{x} + \frac{30}{x-11} = 1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{30}{x} + \frac{30}{x-11} = 1$; $30x-330+30x=x^2-11x$; $x^2-71x+330=0$

$$D=71^2-4 \cdot 330=3721; x_1 = \frac{71 + \sqrt{3721}}{2} = 66; x_2 = \frac{71 - \sqrt{3721}}{2} = 5$$

$$\begin{cases} x_1 = 66 \\ y_1 = 55 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = -6 \end{cases} \text{ - не подходит по смыслу.}$$

Ответ: 66 ч и 55 ч.

$$879. \text{ a) } \sin 3\alpha + \sin \alpha = 2 \sin \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2} = 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \sin \beta - \sin 5\beta = 2 \sin \frac{\beta - 5\beta}{2} \cos \frac{\beta + 5\beta}{2} = 2 \sin(-2\beta) \cos 3\beta = -2 \sin 2\beta \cos 3\beta.$$

$$\text{в) } \cos 2x + \cos 3x = 2 \cos \frac{2x + 3x}{2} \cos \frac{2x - 3x}{2} = \\ = 2 \cos \frac{5x}{2} \cos \left(-\frac{x}{2} \right) = 2 \cos 2,5x \cos 0,5x.$$

$$\text{г) } \cos y - \cos 3y = -2 \sin \frac{y + 3y}{2} \sin \frac{y - 3y}{2} = -2 \sin 2y \sin(-y) = 2 \sin 2y \sin y.$$

880. Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

$$\text{a) } \sin 40^\circ + \sin 16^\circ = 2 \sin \frac{40^\circ + 16^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ - 16^\circ}{2} = 2 \sin 28^\circ \cos 12^\circ;$$

$$\text{б) } \sin 20^\circ - \sin 40^\circ = 2 \cos \frac{20^\circ + 40^\circ}{2} \sin \frac{20^\circ - 40^\circ}{2} = \\ = -2 \cos 30^\circ \sin 10^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ = -\sqrt{3} \sin 10^\circ;$$

$$\text{в) } \cos 46^\circ - \cos 74^\circ = -2 \sin \frac{46^\circ + 74^\circ}{2} \sin \frac{46^\circ - 74^\circ}{2} = \\ = 2 \sin 60^\circ \sin 14^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 14^\circ = \sqrt{3} \sin 14^\circ;$$

$$\text{г) } \cos 15^\circ + \cos 45^\circ = 2 \cos \frac{15^\circ + 45^\circ}{2} \cos \frac{15^\circ - 45^\circ}{2} = \\ = 2 \cos 30^\circ \cos 15^\circ = \sqrt{3} \cos 15^\circ;$$

$$\text{д) } \sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{5} = 2 \sin \frac{\frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5}}{2} \cos \frac{\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{5}}{2} = 2 \sin \frac{3\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10}.$$

$$\text{е) } \cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{3\pi}{4} = 2 \cos \frac{\frac{11\pi}{12} + \frac{3\pi}{4}}{2} \cos \frac{\frac{11\pi}{12} - \frac{3\pi}{4}}{2} = 2 \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{ж) } \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) + \cos \alpha = 2 \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) + \alpha}{2} \times \\ \times \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) - \alpha}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi - 6\alpha}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\frac{\pi}{6} - \alpha \right).$$

$$3) \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = 2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{2} \times \\ \times \cos \frac{\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{2} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \sin \alpha .$$

881. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$a) \sin 12^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{12^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{12^\circ - 20^\circ}{2} = 2 \sin 16^\circ \cos 4^\circ .$$

$$б) \sin 52^\circ - \sin 32^\circ = 2 \cos \frac{52^\circ + 32^\circ}{2} \sin \frac{52^\circ - 32^\circ}{2} = 2 \cos 42^\circ \sin 10^\circ .$$

$$в) \cos \frac{\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{20} = -2 \sin \frac{\frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{20}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{10} - \frac{\pi}{20}}{2} = -2 \sin \frac{3\pi}{40} \sin \frac{\pi}{40} .$$

$$г) \sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{9} = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{9}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{9}}{2} = 2 \cos \frac{5\pi}{36} \sin \frac{\pi}{36} .$$

$$д) \sin \alpha - \left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{\alpha + \alpha + \frac{\pi}{3}}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha - \frac{\pi}{3}}{2} = \\ = -2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6} = -\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) .$$

$$е) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha + \frac{\pi}{4} - \alpha}{2} \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha - \frac{\pi}{4} + \alpha}{2} = \\ = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = -\sqrt{2} \sin \alpha .$$

882. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$a) \sin 15^\circ + \cos 65^\circ = \sin 15^\circ + \cos(90^\circ - 25^\circ) = \\ = \sin 15^\circ + \sin 25^\circ = 2 \sin \frac{15^\circ + 25^\circ}{2} \cos \frac{15^\circ - 25^\circ}{2} = 2 \sin 20^\circ \cos 5^\circ .$$

$$б) \cos 40^\circ - \sin 16^\circ = \cos(90^\circ - 50^\circ) - \sin 16^\circ = \\ = \sin 50^\circ - \sin 16^\circ = 2 \cos \frac{50^\circ + 16^\circ}{2} \sin \frac{50^\circ - 16^\circ}{2} = 2 \cos 33^\circ \sin 17^\circ .$$

$$в) \cos 50^\circ + \sin 80^\circ = \cos 50^\circ + \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 50^\circ + \cos 10^\circ = \\ = 2 \cos \frac{50^\circ + 10^\circ}{2} \cos \frac{50^\circ - 10^\circ}{2} = 2 \cos 30^\circ \cos 20^\circ = \sqrt{3} \cos 20^\circ .$$

$$\begin{aligned} & \text{r) } \sin 40^\circ - \cos 40^\circ = \sin 40^\circ + \sin(90^\circ - 50^\circ) = \sin 40^\circ - \sin 50^\circ = \\ & = 2 \sin \frac{40^\circ - 50^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ + 50^\circ}{2} = -2 \sin 5^\circ \cos 45^\circ = -\sqrt{2} \sin 5^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{883.} \text{ a) } \cos 18^\circ - \sin 22^\circ = \cos(90^\circ - 72^\circ) - \sin 22^\circ = \\ & = \sin 72^\circ - \sin 22^\circ = 2 \cos \frac{72^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{72^\circ - 22^\circ}{2} = 2 \cos 47^\circ \sin 25^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \cos 36^\circ + \sin 36^\circ = \cos 36^\circ + \sin(90^\circ - 54^\circ) = \cos 36^\circ + \cos 54^\circ = \\ & = 2 \cos \frac{36^\circ + 54^\circ}{2} \cos \frac{36^\circ - 54^\circ}{2} = 2 \cos 45^\circ \cos 9^\circ = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 9^\circ = \sqrt{2} \cos 9^\circ. \end{aligned}$$

884.

$$\text{a) } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

885. Воспользуемся формулами разности и суммы синусов и косинусов:

$$\text{a) } \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin(2\alpha + \alpha)}{\cos 2\alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha \cos \alpha};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 3\beta - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(3\beta - \beta)}{\cos 3\beta \cos \beta} = \frac{\sin 2\beta}{\cos 3\beta \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos 3\beta \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta}{\cos 3\beta};$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{tg} 4x = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \operatorname{tg} 4x = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \cos 4x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x \cos 4x} = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\cos 4x}.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{2 \sin \frac{5\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12}} = \frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)}{\cos \frac{\pi}{12}} = 2;$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \operatorname{tg} \frac{4\pi}{5} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{5} &= \frac{\sin\left(\frac{4\pi}{5} - \frac{3\pi}{5}\right)}{\cos \frac{4\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}} = \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{4\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}} = \\ &= \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\left(-\cos \frac{\pi}{5}\right) \left(-\cos \frac{2\pi}{5}\right)} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{2\pi}{5}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \operatorname{tg} \frac{5\pi}{8} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} &= \operatorname{tg} \frac{5\pi}{8} - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}} = \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \cos \left(\pi - \frac{3\pi}{8} \right) \cos \frac{3\pi}{8}} = -\frac{\sqrt{2}}{2 \cos^2 \frac{3\pi}{8}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{886. a) } \sin^2 x - \sin^2 y &= (\sin x - \sin y)(\sin x + \sin y) = \\
 &= 4 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \\
 &= (2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x-y}{2}) (2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y}{2}) = \sin(x-y) \sin(x+y).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \cos^2 x - \cos^2 y &= (\cos x - \cos y)(\cos x + \cos y) = \\
 &= -4 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = -(2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y}{2}) \times \\
 &\times (2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x-y}{2}) = -\sin(x+y) \sin(x-y).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{887. a) } \sin x + \cos y &= \sin x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - y \right) = 2 \sin \frac{x + \frac{\pi}{2} - y}{2} \cdot \cos \frac{x - \frac{\pi}{2} + y}{2} = \\
 &= 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x-y}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x+y}{2} \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \cos x - \sin y &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin y = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{2} - x + y}{2} \times \\
 &\times \sin \frac{\frac{\pi}{2} - x - y}{2} = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x+y}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x-y}{2} \right).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{888. a) } \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right) = \\
 &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) = \cos \alpha + \sin \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } -\sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) &= -\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right) = \\
 &= -\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) = \sin \alpha - \cos \alpha.
 \end{aligned}$$

889. По формулам суммы и разности косинусов и синусов:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} + \cos \alpha &= \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1}{2} - \sin \alpha &= \sin \frac{\pi}{6} - \sin \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 2 \sin \alpha + 1 &= 2\left(\sin \alpha + \frac{1}{2}\right) = 2\left(\sin \alpha + \sin \frac{\pi}{6}\right) = \\ &= 2 \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \frac{\pi}{6}}{2} \cos \frac{\alpha - \frac{\pi}{6}}{2} = 4 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{12}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } 1 - 2 \cos \alpha &= 2\left(\frac{1}{2} - \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha\right) = \\ &= 2 \cdot (-2) \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = -4 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \sqrt{2} + 2 \cos \alpha &= 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha\right) = \\ &= 2 \cdot 2 \cos \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - \alpha}{2} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } 2 \sin \alpha - \sqrt{3} &= 2\left(\sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\sin \alpha - \sin \frac{\pi}{3}\right) = \\ &= 2 \cdot 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{3}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{3}}{2} = 4 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{6}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{890. а) } \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} &= \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{4}}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{8}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \alpha &= \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 1 + 2 \cos \alpha &= 2\left(\frac{1}{2} + \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha\right) = \\ &= 2 \cdot 2 \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sqrt{3} - 2 \cos \alpha &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha\right) = \\ &= 2(-2) \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = -4 \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

891. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha} &= \frac{2 \sin \frac{2\alpha + 6\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 6\alpha}{2}}{2 \cos \frac{2\alpha + 6\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 6\alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin 4\alpha \cos 2\alpha}{\cos 4\alpha \cos 2\alpha} = \frac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} &= \frac{-2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}}{2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin 3\alpha \sin \alpha}{\cos 3\alpha \cos \alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

892. Воспользуемся формулами суммы и разности косинусов и синусов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sin \alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 5\alpha} &= \frac{2 \sin \frac{\alpha + 5\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 5\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\alpha + 5\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 5\alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha}{\cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \frac{2 \sin \frac{2\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - \alpha}{2}}{2 \sin \frac{2\alpha - \alpha}{2} \cos \frac{2\alpha + \alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{3\alpha}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\begin{aligned} 893. \text{ а) } \frac{\cos 68^\circ - \cos 22^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 22^\circ} &= \frac{-2 \sin \frac{68^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{68^\circ - 22^\circ}{2}}{2 \cos \frac{68^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{68^\circ - 22^\circ}{2}} = \\ &= -\frac{\sin 45^\circ \sin 23^\circ}{\cos 45^\circ \sin 23^\circ} = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sin 130^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 110^\circ} &= \frac{2 \sin \frac{130^\circ + 110^\circ}{2} \cos \frac{130^\circ - 110^\circ}{2}}{2 \cos \frac{130^\circ + 110^\circ}{2} \cos \frac{130^\circ - 110^\circ}{2}} = \\ &= \frac{\sin 120^\circ \cos 10^\circ}{\cos 120^\circ \cos 10^\circ} = \frac{\sin(90^\circ + 30^\circ)}{-\cos(90^\circ + 30^\circ)} = -\frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot 1} = -\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 894. \text{ а) } \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x &= (\sin x + \sin 4x) + \\ &+ (\sin 2x + \sin 3x) = 2 \sin \frac{x + 4x}{2} \cos \frac{x - 4x}{2} + \\ &+ 2 \sin \frac{2x + 3x}{2} \cos \frac{2x - 3x}{2} = 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + \\ &+ 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \sin \frac{5x}{2} (\cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{x}{2}) = \\ &= 2 \sin \frac{5x}{2} \cdot 2 \cos \frac{3x + x}{2} \cos \frac{3x - x}{2} = 4 \sin \frac{5x}{2} \cdot \cos x \cos \frac{x}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos 2y - \cos 4y - \cos 6y + \cos 8y &= (\cos 2y - \cos 6y) + \\ &+ (\cos 8y - \cos 4y) = -2 \sin \frac{2y + 6y}{2} \sin \frac{2y - 6y}{2} - \\ &- 2 \sin \frac{8y + 4y}{2} \sin \frac{8y - 4y}{2} = 2 \sin 4y \sin 2y - \\ &- 2 \sin 6y \sin 2y = 2 \sin 2y (\sin 4y - \sin 6y) = \\ &= 2 \sin 2y \cdot 2 \sin \frac{4y - 6y}{2} \cos \frac{4y + 6y}{2} = -4 \sin 2y \sin y \cos 5y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
895. \quad & \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = (\cos x + \cos 4x) + \\
& + (\cos 2x + \cos 3x) = 2 \cos \frac{x+4x}{2} \cos \frac{x-4x}{2} + 2 \cos \frac{2x+3x}{2} \times \\
& \times \cos \frac{2x+3x}{2} = 2 \cos 2,5x \cos 1,5x + \\
& + 2 \cos 2,5x \cos 0,5x = 2 \cos 2,5x (\cos 1,5x + \cos 0,5x) = \\
& 2 \cos 2,5x \cdot 2 \cos \frac{1,5x+0,5x}{2} \cos \frac{1,5x-0,5x}{2} = \\
& = 4 \cos 2,5x \cos x \cos 0,5x.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
896. \quad \text{a)} \quad & \sin 87^\circ - \sin 59^\circ - \sin 93^\circ + \sin 61^\circ = (\sin 87^\circ - \sin 93^\circ) + \\
& + (\sin 61^\circ - \sin 59^\circ) = 2 \sin \frac{87^\circ - 93^\circ}{2} \cos \frac{87^\circ + 93^\circ}{2} + \\
& + 2 \sin \frac{61^\circ - 59^\circ}{2} \cos \frac{61^\circ + 59^\circ}{2} = -2 \sin 3^\circ \cos 90^\circ + \\
& + 2 \sin 1^\circ \cos 60^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 1^\circ = \sin 1^\circ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б)} \quad & \cos 115^\circ - \cos 35^\circ + \cos 65^\circ + \cos 25^\circ = (\cos 115^\circ + \cos 65^\circ) + \\
& + (\cos 25^\circ - \cos 35^\circ) = 2 \cos \frac{115^\circ + 65^\circ}{2} \cos \frac{115^\circ - 65^\circ}{2} - \\
& - 2 \sin \frac{25^\circ + 35^\circ}{2} \sin \frac{25^\circ - 35^\circ}{2} = 2 \cos 90^\circ \cos 25^\circ + \\
& + 2 \sin 30^\circ \sin 5^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 5^\circ = \sin 5^\circ.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
897. \quad \text{a)} \quad & \sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 2 \sin \frac{20^\circ + 40^\circ}{2} \cos \frac{20^\circ - 40^\circ}{2} - \\
& - \cos 10^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 10^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \cos 10^\circ = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б)} \quad & \cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 2 \cos \frac{85^\circ + 35^\circ}{2} \cos \frac{85^\circ - 35^\circ}{2} - \\
& - \cos 25^\circ = 2 \cos 60^\circ \cos 25^\circ - \cos 25^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 25^\circ - \cos 25^\circ = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
898. \quad \text{a)} \quad & \cos 2\alpha - \sin(\pi + \alpha) \sin(4\pi + \alpha) = \cos 2\alpha + \sin \alpha \sin \alpha = \\
& = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } 4 \sin \alpha \cos \alpha + \sin(2\alpha - \pi) = \\ & = 2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha - \sin(\pi - 2\alpha) = 2 \sin \alpha - \sin \alpha = \sin \alpha. \end{aligned}$$

899.

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin(\pi + 2\alpha)} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{2 \sin^2 2\alpha}{-\sin 2\alpha} \cdot (-\operatorname{ctg} \alpha) = \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha} = 1; \\ \text{б) } & \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)}{1 + \cos 2\alpha} \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \frac{-\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha} \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha} = -1. \end{aligned}$$

900. а) Точки А (0,6;-2,7) и О (0; 0) принадлежат прямой $y=kx+b$.
Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0 = k \cdot 0 + b \\ -2,7 = k \cdot 0,6 + b \end{cases} \begin{cases} b = 0 \\ k = -2,7 - b : 0,6 \end{cases} \begin{cases} b = 0 \\ k = -4,5 \end{cases} \quad y = -4,5x$$

б) Точки В (0;4) и С (-2,5;0) принадлежат прямой $y=kx+b$.
Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 4 = k \cdot 0 + b \\ 0 = k \cdot (-2,5) + b \end{cases} \begin{cases} b = 4 \\ k = 4 : 2,5 \end{cases} \begin{cases} b = 4 \\ k = 1,6 \end{cases}$$

Уравнение прямой имеет вид: $y = 1,6x + 4$.

$$\begin{aligned} \text{901. а) 1) } & \frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} = \\ & = \frac{4ab + (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{2(a-b)}; \\ & 2) \frac{a+b}{2(a-b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{a-b}{a-b} = 1; \\ \text{б) 1) } & \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2} = \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} = \\ & = \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)}; \\ & 2) \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{x(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)^2(x+y)} = \frac{x}{x-y}; \\ & 3) \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -1. \end{aligned}$$

$$902. \text{ а) При } \alpha=30^\circ \sin\alpha - \cos 2\alpha - \cos 3\alpha = \sin 30^\circ - \cos 2 \cdot 30^\circ - \cos 3 \cdot 30^\circ = \\ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 0 = 0;$$

$$\text{б) При } \alpha=45^\circ \sin 2\alpha + \operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{ctg}\alpha = \sin 2 \cdot 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ - 2\operatorname{ctg} 45^\circ = 1 + 1 - 2 \cdot 1 = 0;$$

$$\text{в) При } \alpha=45^\circ \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) + \sin(45^\circ + \alpha) + \cos(180^\circ - 2\alpha) = \\ = \operatorname{tg} 45^\circ + \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 1 + 0 = 2.$$

$$903. \text{ а) } \cos 60^\circ + \cos 45^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} > 1 \text{ - верно;}$$

$$\text{б) } \sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} > 1 \text{ - верно.}$$

$$904. \text{ При } \alpha=30^\circ \frac{\sin 2\alpha}{\sin(15^\circ + \alpha) - \sin \alpha} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ - \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}} = \\ = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2 - 1} = \sqrt{6} + \sqrt{3};$$

$$\text{б) При } \alpha = 60^\circ, \beta = 30^\circ \frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \\ = \frac{2 \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{\cos(60^\circ + 30^\circ) + \cos(60^\circ - 30^\circ)} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 90^\circ + \cos 30^\circ} = \\ = \frac{\frac{3}{2}}{0 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$905. \text{ а) } \operatorname{tg}^2 45^\circ \cos 30^\circ \operatorname{ctg}^2 30^\circ = 1^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}^2 30^\circ + 2\sin 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \cos^2 30^\circ = \\ = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} + \sqrt{3} - 1 + \frac{3}{4} = \\ = \frac{4 + 12\sqrt{3} - 12 + 9}{12} = \frac{12\sqrt{3} + 1}{12} = \sqrt{3} + \frac{1}{12};$$

$$\begin{aligned} & \text{в) } \operatorname{ctg}^2 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 60^\circ + \frac{3}{4} \operatorname{ctg}^2 60^\circ = \\ & = 1^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1. \end{aligned}$$

906. 1) Преобразуем правую часть:

$$\operatorname{ctg}^2 60^\circ (1 + \sin^2 45^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}.$$

2) Преобразуем левую часть: $\cos 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$

907. а) $\operatorname{tg} x \cdot \sin x = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$; $\sin^2 x \geq 0$, следовательно, $\operatorname{tg} x \cdot \sin x > 0$ в I и IV

четвертях;

б) $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x} = \sin x$, следовательно, $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x} > 0$ в I и II четвертях;

в) $\sin x \cos x \operatorname{tg} x = \frac{\sin x \cos x \sin x}{\cos x} = \sin^2 x \geq 0.$

908. а) $\sin 170^\circ > 0$, значит, выражение имеет смысл;

б) $\cos 160^\circ < 0$, значит, выражение не имеет смысла;

в) $\operatorname{tg} 230^\circ > 0$, значит, выражение имеет смысл;

г) $\operatorname{ctg} 340^\circ < 0$, значит, выражение не имеет смысла.

909. а) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$, т.е. $\sin \alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или II четверти;

б) $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$, т.е. $\cos \alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или III четверти;

в) $|\operatorname{tg} \alpha| = \operatorname{tg} \alpha$, т.е. $\operatorname{tg} \alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или III четверти;

г) $|\operatorname{ctg} \alpha| = -\operatorname{ctg} \alpha$, т.е. $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или IV четверти.

910. а) $\sin \alpha = 1$; $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$; б) $\sin \alpha = 0$; $\alpha = \pi k, k \in Z$;

в) $\sin \alpha = -1$; $\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$; г) $\cos \alpha = 0$; $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$;

д) $\cos \alpha = 1$; $\alpha = 2\pi k, k \in Z$; е) $\cos \alpha = -1$; $\alpha = \pi + 2\pi k, k \in Z$.

911. а) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-2 \leq 2 \sin \alpha \leq 2$; $-1 \leq 1 + 2 \sin \alpha \leq 3$.

б) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$; $-3 \leq -3 \cos \alpha \leq 3$; $-2 \leq 1 - 3 \cos \alpha \leq 4$.

в) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $0 \leq |\sin \alpha| \leq 1$.

г) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$; $0 \leq |\cos \alpha| \leq 1$.

д) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-4 \leq 4 \sin \alpha \leq 4$; $-1 \leq 3 + 4 \sin \alpha \leq 7$.

е) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$; $0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1$; $0 \leq 2 \cos^2 \alpha \leq 2$.

912. а) $3 \sin(-90^\circ) + 2 \cos 0^\circ - 3 \sin(-270^\circ) = -3 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ + 3 \sin 270^\circ = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -4$.

б) $2 \cos(-270^\circ) - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 180^\circ - \sin(-90^\circ) = 2 \cos 270^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 180^\circ + \sin 90^\circ = 2 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1$.

913. а) При $\alpha = -45^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-45^\circ) + \cos(-45^\circ) = -\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

б) При $\alpha = -90^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-90^\circ) + \cos(-90^\circ) = -\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = -1 + 0 = -1$.

в) Если $\alpha = -360^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-360^\circ) + \cos(-360^\circ) = -\sin 360^\circ + \cos 360^\circ = 0 + 1 = 1$.

г) При $\alpha = -180^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-180^\circ) + \cos(-180^\circ) = -\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = 0 - 1 = -1$.

д) При $\alpha = -420^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-420^\circ) + \cos(-420^\circ) = -\sin 420^\circ + \cos 420^\circ = -\sin(360^\circ + 60^\circ) + \cos(360^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$.

е) При $\alpha = -1710^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-1710^\circ) + \cos(-1710^\circ) = -\sin 1710^\circ + \cos 1710^\circ = -\sin(1800^\circ - 90^\circ) + \cos(1800^\circ + 90^\circ) = \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 0 = 1$.

914. а) $\frac{5\pi}{6} \in \text{II четверти}$, значит, $\sin \frac{5\pi}{6} > 0$; $\frac{2\pi}{3} \in \text{II четверти}$, значит, $\cos \frac{2\pi}{3} < 0$; следовательно, $\sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{2\pi}{3} < 0$.

б) $\frac{5\pi}{4} \in \text{III}$ четверти, значит, $\text{tg } \frac{5\pi}{4} > 0$; $\frac{\pi}{5} \in \text{I}$ четверти, значит,

$\text{ctg } \frac{\pi}{5} > 0$; следовательно, $\text{tg } \frac{5\pi}{4} \text{ctg } \frac{\pi}{5} > 0$.

в) $\frac{5\pi}{7} \in \text{II}$ четверти, значит, $\cos \frac{5\pi}{7} < 0$; $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти, значит,

$\cos \frac{3\pi}{4} < 0$; следовательно, $\cos \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{4} < 0$.

г) $\frac{\pi}{8} \in \text{I}$ четверти, значит, $\text{tg } \frac{\pi}{8} > 0$; $\frac{\pi}{5} \in \text{I}$ четверти, значит,

$\text{ctg } \frac{\pi}{5} > 0$; следовательно, $\text{tg } \frac{\pi}{8} + \text{ctg } \frac{\pi}{5} > 0$.

915. Пусть x – равные углы при основании равнобедренного треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует:

$$x + x + \frac{\pi}{9} = \pi; 2x = \pi - \frac{\pi}{9}; x = \frac{4\pi}{9}.$$

Ответ: $\frac{4\pi}{9}$ и $\frac{4\pi}{9}$.

916. Пусть x ; $2x$; $3x$ – углы треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует:

$$x + 2x + 3x = \pi; 6x = \pi; x = \frac{\pi}{6}; 2x = \frac{\pi}{3}; 3x = \frac{\pi}{2}.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$.

$$917. \text{ а) } \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos(-\pi) + \text{tg } \frac{\pi}{4}}{2 \sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{3\pi}{2}} = \frac{1 + (-1) + 1}{2 \cdot \frac{1}{2} - 0} = \frac{1}{1} = 1.$$

$$\text{ б) } \frac{3 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \text{tg}(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{2})}{5 \text{tg} 0 + 6 \sin(-\frac{\pi}{2})} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 1 + 0}{5 \cdot 0 - 6 \cdot 1} = \frac{\frac{3}{2} - 2}{-6} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{ в) } \frac{5 \sin(-\frac{\pi}{3}) + 2 \cos(-\frac{\pi}{3})}{\cos(-\frac{\pi}{2}) + \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}}{0 + (-1)} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{2}.$$

$$\text{r) } \frac{\sin(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{4}) - 1}{\sin\frac{3\pi}{2} + \cos(-\frac{3\pi}{2})} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{-1 + 0} = \frac{-1}{-1} = 1.$$

918. а) $\sin(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}) = \sin\frac{2\pi + \pi}{6} = \sin\frac{\pi}{2} = 1$; $\sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{6} =$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \neq 1$, значит, равенство неверно.
 б) $\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} > 1$; значит, неравенство неверно.

919. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 + (\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 =$
 $= \frac{a^2}{a^2 + b^2} + \frac{b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2} = 1$; следовательно, могут.

920. $\text{tg} \alpha \cdot \text{ctg} \alpha = 1$; $(a + \frac{1}{a}) \cdot \frac{a}{a^2 + 1} = \frac{a^2 + 1}{a} \cdot \frac{a}{a^2 + 1} = 1$; следовательно, могут.

921. а) $\frac{\cos^2 \alpha - \text{ctg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} =$
 $= \frac{\cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{\cos^4 \alpha (-\cos^2 \alpha)}{\sin^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha} = -\frac{\cos^6 \alpha}{\sin^6 \alpha} = -\text{ctg}^6 \alpha$

б) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \text{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 + \text{tg}^2 \alpha - \text{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$

в) $\frac{1 + \text{tg} \gamma + \text{tg}^2 \gamma}{1 + \text{ctg} \gamma + \text{ctg}^2 \gamma} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \gamma} + \text{tg} \gamma}{\frac{1}{\sin^2 \gamma} + \text{ctg} \gamma} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \gamma} + \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma}}{\frac{1}{\sin^2 \gamma} + \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}} =$
 $= \frac{\frac{1 + \sin \gamma \cos \gamma}{\cos^2 \gamma}}{\frac{1 + \sin \gamma \cos \gamma}{\sin^2 \gamma}} = \frac{(1 + \sin \gamma \cos \gamma) \cdot \sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma \cdot (1 + \sin \gamma \cos \gamma)} = \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} = \text{tg}^2 \gamma.$

$$\text{r)} \frac{\operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \gamma - 1}{\operatorname{ctg} \gamma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma} \cdot \frac{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \gamma} - 1}{\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma}} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma} \cdot \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \gamma) \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}^2 \gamma} = 1.$$

922.

$$\text{a)} \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1.$$

$$\text{б)} \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} + \sin \alpha = \frac{\cos^2 \alpha + \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = 1$$

$$\text{в)} \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + 2 \sin^2 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot 1 + 2 \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} &= \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \\ &= \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 1. \end{aligned}$$

$$\text{923. a)} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha) = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \times$$

$$\begin{aligned} \times (1 - \cos^2 \alpha) &= \sin^2 \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \\ &= \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \\ &= \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha. \end{aligned}$$

$$\text{в)} \sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \times \\ \times (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
924. \text{ a) } \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} &= \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha}{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \\
&= \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^6 \alpha} = \operatorname{tg}^6 \alpha; \\
\text{б) } \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} \beta} &= \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}^2 \beta + 1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \beta}} = \sin^2 \beta; \\
\text{в) 1) } \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \beta} &= \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{1 - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \\
&= \frac{\sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{\cos \beta (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}; \\
2) \frac{\operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg}^2 \beta - 1} &= \frac{\frac{1}{\operatorname{tg} \beta}}{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} - 1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{1 - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}; \\
\text{г) } \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\
&= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\
&= \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^4 \alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
925. \text{ a) } \cos^4 \gamma - \sin^4 \gamma &= (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)(\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma) = \\
&= \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma - \sin^2 \gamma = 1 - 2 \sin^2 \gamma; \\
\text{б) } \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \\
&= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1}{\operatorname{tg}^2 \gamma - 1} &= \frac{\frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} + 1}{\frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} - 1} = \frac{\frac{\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma}}{\frac{\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma}} = \\ &= \frac{\cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma (\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma)} = \frac{1}{\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma} \end{aligned}$$

926. $(a \sin \alpha + b)(a \sin \alpha - b) + (a \cos \alpha + b)(a \cos \alpha - b) =$
 $= a^2 \sin^2 \alpha - b^2 + a^2 \cos^2 \alpha - b^2 = a^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) -$
 $- 2b^2 = a^2 - 2b^2$ — значение выражения не зависит от α .

927. а) Упростим $\left(\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right)^2 =$

$$\begin{aligned} &= \left(\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} \right)^2 + 2 \sqrt{\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right)^2 = \\ &= \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} + 2\sqrt{1} + \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \\ &= \frac{(1 - \sin \alpha)^2 + 2(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha) + (1 + \sin \alpha)^2}{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)} = \\ &= \frac{1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha + 2(1 - \sin^2 \alpha) + 1 + 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{\cos^2 \alpha}; \end{aligned}$$

следовательно, $\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} =$

$$= \sqrt{\frac{4}{\cos^2 \alpha}} = \frac{2}{|\cos \alpha|}.$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) Упростим } \left(\left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) \right)^2 = \\
& = \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right)^2 = \\
& = \left[\left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} \right)^2 - 2 \sqrt{\frac{(1-\sin \alpha)(1+\sin \alpha)}{(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right)^2 \right] \times \\
& \times \left[\left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} \right)^2 - 2 \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha)(1+\cos \alpha)}{(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right)^2 \right] = \\
& = \left(\frac{1-\sin \alpha \cdot \sqrt{1}}{1+\sin \alpha} - 2 + \frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha} \right) \cdot \left(\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha} - 2 \cdot \sqrt{2} + \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha} \right) = \\
& = \frac{(1-\sin \alpha)^2 - 2(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha) + (1+\sin \alpha)^2}{(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha)} \times \\
& \times \frac{(1-\cos \alpha)^2 - 2(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha) + (1+\cos \alpha)^2}{(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha)} = \\
& = \frac{1-2\sin \alpha + \sin^2 \alpha - 2(1-\sin^2 \alpha) + 1 + 2\sin \alpha + \sin^2 \alpha}{1-\sin^2 \alpha} \times \\
& \times \frac{1-2\cos \alpha + \cos^2 \alpha - 2(1-\cos^2 \alpha) + 1 + 2\cos \alpha + \cos^2 \alpha}{1-\cos^2 \alpha} = \\
& = \frac{4\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{4\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 16;
\end{aligned}$$

следовательно,

$$\begin{aligned}
& \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) = \sqrt{16} = 4 \\
& \text{или } \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) = \sqrt{16} = -4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{928. а) } \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 - (1 - \cos^2 \alpha) + \\
& + \cos^2 \alpha = 1 - 2\cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \cos^4 \alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= (1 - \sin^2 \alpha)^2 - (1 - \sin^2 \alpha) + \\ + \sin^2 \alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha - 1 + \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha. \end{aligned}$$

929. Разделим знаменатель и числитель дроби на $\cos \alpha$:

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1}.$$

$$\text{Если } \operatorname{tg} \alpha = 3, \text{ то } \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1} = \frac{3 + 1}{3 - 1} = 2.$$

$$\text{930. } \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

$$\cdot \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{Если } \sin \alpha = \frac{1}{3}, \text{ то } \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{9}{7} = 1 \frac{2}{7}.$$

$$\text{931. а) } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \\ = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2; \text{ значит, } 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2 - 1;$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha &= (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \\ + \cos^2 \alpha) &= a(1 - \sin \alpha \cos \alpha); \text{ но } \sin \alpha \cos \alpha = \\ = \frac{a^2 - 1}{2} \text{ (см. а)), значит } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha &= a \cdot \left(1 - \frac{a^2 - 1}{2}\right) = a \cdot \frac{2 - a^2 + 1}{2} = \frac{a(3 - a^2)}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{932. а) } (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ = \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = m^2; \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = m^2 - 2.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \\ = m(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1); \text{ но } \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = m^2 - 2 \text{ (см. а)).}$$

$$\text{Следовательно, } \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha = m(m^2 - 2 - 1) = m(m^2 - 3).$$

$$933. \text{ Преобразуем: } \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \right)^2 = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} =$$

$$= \frac{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x} = \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin x \cos x}.$$

Так как $\sin x \cos x = 0,4$, то $\frac{1 + 2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin x \cos x} = \frac{1 + 2 \cdot 0,4}{1 - 2 \cdot 0,4} = \frac{1,8}{0,2} = 9$.

Следовательно,

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \sqrt{9} = 3 \text{ или } \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = -\sqrt{9} = -3.$$

$$934. \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\sin \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$: \frac{\cos \alpha \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha}{(\cos \alpha \sin \alpha + \cos \alpha) \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha (\cos \alpha + 1)}{\cos^2 \alpha (\sin \alpha + 1)} =$$

$$= \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha + 1}. \text{ Но } \cos \alpha \geq -1 \text{ и } \sin \alpha \geq -1, \text{ следовательно, } \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha + 1} \geq 0.$$

$$935. \text{ а) При } \alpha = \frac{7\pi}{6}$$

$$\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos \frac{7\pi}{6} + \cos \frac{7\pi}{3} + \cos \frac{7\pi}{2} =$$

$$= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + 0 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) При } \alpha = -120^\circ \quad \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha =$$

$$= \cos 120^\circ + \cos 240^\circ + \cos 360^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) + \cos(180^\circ +$$

$$+ 60^\circ) + \cos 360^\circ = -\sin 30^\circ - \cos 60^\circ + \cos 360^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = 0.$$

936.

$$\text{а) } \cos(60^\circ - \alpha) = \cos(90^\circ - 30^\circ - \alpha) = \cos(90^\circ - (30^\circ + \alpha)) =$$

$$= \sin(30^\circ + \alpha);$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{ctg}\left(80^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) &= \operatorname{ctg}\left(90^\circ - 10^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(90^\circ - \left(10^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)\right) = \\ &= \operatorname{tg}\left(10^\circ + \frac{\alpha}{2}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin(30^\circ - 2\alpha) &= \sin(90^\circ - 60^\circ - 2\alpha) = \\ &= \sin(90^\circ - (60^\circ + 2\alpha)) = \cos(60^\circ + 2\alpha). \end{aligned}$$

937. Пусть α – острый угол параллелограмма, β – тупой угол параллелограмма. Сумма односторонних углов равна 180° ;
 $\alpha + \beta = 180^\circ$; $\beta = 180^\circ - \alpha$.

$$\text{Следовательно, } \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -0,7.$$

Ответ: $-0,7$.

938. Пусть α – внешний угол треугольника, а β и γ – острые углы треугольника. Известно, что сумма смежных углов равна 180° , $\Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$, следовательно, $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -k$.

Сумма острых углов треугольника равна 90° , поэтому

$$\gamma = 90^\circ - \beta, \text{ следовательно, } \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(90^\circ - \beta) = \operatorname{ctg} \beta = -\frac{1}{k}.$$

$$\text{Ответ: } -k; -\frac{1}{k}.$$

939. Обозначим смежные углы α и β и $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\cos \alpha < 0$, следовательно,

$$\text{но, } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \text{ Тогда } \sin \alpha > 0; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

Так как сумма смежных углов равна 180° ,

$$\text{поэтому } \sin \beta = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{5}.$$

940. $\alpha + \beta = \pi - \gamma$.

$$\text{а) } \sin(\alpha + \beta) = \sin(\pi - \gamma) = \sin \gamma. \text{ б) } \cos(\alpha + \beta) = \cos(\pi - \gamma) = -\cos \gamma.$$

$$\text{в) } \sin 2(\alpha + \beta) = \sin 2(\pi - \gamma) = \sin(2\pi - 2\gamma) = -\sin 2\gamma.$$

$$\text{г) } \cos 2(\alpha + \beta) = \cos 2(\pi - \gamma) = \cos(2\pi - 2\gamma) = \cos 2\gamma.$$

$$\begin{aligned} \text{941. а) } \operatorname{tg} 75^\circ &= \operatorname{tg}(90^\circ - 15^\circ) = \operatorname{ctg} 15^\circ, \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{ctg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 60^\circ = \\ &= 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{ctg} 18^\circ &= \operatorname{ctg}(90^\circ - 72^\circ) = \operatorname{tg} 72^\circ \quad \operatorname{ctg} 36^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ - 54^\circ) = \operatorname{tg} 54^\circ, \\ (\operatorname{tg} 72^\circ \cdot \operatorname{ctg} 72^\circ) \cdot (\operatorname{tg} 54^\circ \cdot \operatorname{ctg} 54^\circ) &= 1 \cdot 1 = 1. \end{aligned}$$

$$\mathbf{942. \text{ а) }} \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}. \text{ Если } \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}, \text{ тогда } \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36; \sin \alpha = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6$$

($\alpha \in 1$ четверти, значит, $\sin \alpha > 0$), поэтому $\sin \alpha = 0,6$; $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha = -0,6$.

$$\text{в) } 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1 - (\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} =$$

$$= 3; \operatorname{ctg} \alpha = \pm \sqrt{3}, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти, значит } \operatorname{ctg} \alpha < 0, \text{ поэтому } \operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3}.$$

$$\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}.$$

$$\text{г) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - (\frac{4}{5})^2 = \frac{25 - 16}{25} = \frac{9}{25};$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} \quad (\alpha \in \text{III четверти, значит, } \cos \alpha < 0), \text{ поэтому}$$

$$\cos \alpha = -\frac{3}{5}. \sin(270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha = \frac{3}{5}.$$

$$\mathbf{943. \text{ а) }} \sin \alpha = \frac{1}{2} \text{ и } 90^\circ < \alpha < 180^\circ, \alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ;$$

$$\text{б) } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } 180^\circ < \alpha < 270^\circ, \alpha = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} \alpha = -1 \text{ и } 90^\circ < \alpha < 180^\circ, \alpha = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3} \text{ и } 270^\circ < \alpha < 360^\circ, \alpha = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ.$$

$$\mathbf{944. } \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ)(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 88^\circ) \cdot \dots \cdot$$

$$(\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ) \operatorname{tg} 45^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 89^\circ))(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 2^\circ)) \cdot \dots \cdot$$

$$(\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 44^\circ)) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{ctg} 1^\circ)(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{ctg} 2^\circ) \cdot \dots \cdot (\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{ctg} 44^\circ) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

$$\mathbf{945. \text{ а) }} (\sin(\pi + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha))^2 + (\cos(2\pi - \alpha) - \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha))^2 =$$

$$= (-\sin \alpha - \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha + \cos \alpha)^2 = (-2 \sin \alpha)^2 + (2 \cos \alpha)^2 =$$

$$= 4 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 4.$$

$$\text{б) } (\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + \alpha))^2 - (\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha))^2 =$$

$$= (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha)^2 - (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha +$$

$$+ 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 4.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{946. } \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi-\alpha)} + \cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\sin(\pi-\alpha) + \\
 & + \cos(\pi+\alpha)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} + \sin\alpha\sin\alpha + \cos\alpha\cos\alpha = -\frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} + \\
 & + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = -1 + 1 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{947. а) } \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ + \operatorname{tg} 110^\circ \cdot \operatorname{tg} 340^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) \times \\
 & \times \cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(270^\circ - 20^\circ) \cdot \cos(360^\circ - 20^\circ) + \operatorname{tg}(90^\circ + 20^\circ) \operatorname{tg}(360^\circ - 20^\circ) = \\
 & = \sin 20^\circ (-\sin 20^\circ) + (-\cos 20^\circ) \cos 20^\circ + \operatorname{ctg} 20^\circ \operatorname{tg} 20^\circ = -\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ + 1 = -1 + 1 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \operatorname{tg} 18^\circ \operatorname{tg} 288^\circ + \sin 32^\circ \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \sin 122^\circ = \operatorname{tg} 18^\circ \operatorname{tg}(270^\circ + 18^\circ) + \\
 & + \sin 32^\circ \sin(180^\circ - 32^\circ) - \sin(270^\circ + 32^\circ) \sin(90^\circ + 32^\circ) = -\operatorname{tg} 18^\circ \operatorname{ctg} 18^\circ + \\
 & + \sin 32^\circ \sin 32^\circ + \cos 32^\circ \cos 32^\circ = -1 + \sin^2 32^\circ + \cos^2 32^\circ = -1 + 1 = 0.
 \end{aligned}$$

948. Пользуемся формулами приведения:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \frac{\cos^2(\pi - \alpha) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{ctg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \\
 & = \frac{\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1} = \cos^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \frac{\sin^3\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}^3\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos^3\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{\cos^3 \alpha \cdot \cos \alpha}{\operatorname{ctg}^3 \alpha \sin^3 \alpha} = \frac{\cos^4 \alpha \sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha \cdot \sin^3 \alpha} = \cos \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\text{949. а) } \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \cos \alpha + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \sin \alpha \sin(\alpha + \beta) + \cos \alpha \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta - \alpha) = \cos \beta;$$

$$\begin{aligned}
 & \text{в) } \cos(36^\circ + \alpha) \cos(54^\circ + \alpha) - \sin(36^\circ + \alpha) \sin(54^\circ + \alpha) = \\
 & = \cos(36^\circ + \alpha + 54^\circ + \alpha) = \cos(90^\circ + 2\alpha) = -\sin 2\alpha;
 \end{aligned}$$

$$\text{г) } \sin \beta \cos(\alpha + \beta) - \cos \beta \sin(\alpha + \beta) = \sin(\beta - \alpha - \beta) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$

950. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\cos \alpha = 1 - \sin \alpha$, значит,

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}, \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}, \text{ но } \alpha \in \text{I четверти, т.е. } \cos \alpha > 0,$$

$$\text{поэтому } \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \cos^2(45^\circ - \alpha) = (\cos 45^\circ \cos \alpha + \sin 45^\circ \sin \alpha)^2 = \\
 & = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 7}{2 \cdot 5}\right)^2 = 0,98.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos^2(60^\circ + \alpha) &= (\cos 60^\circ \cos \alpha - \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}\right)^2 = 0,43 - 0,24\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{в) } \sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha + \cos 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha;$$

$$\sin(30^\circ - \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha - \cos 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha;$$

$$\begin{aligned} \sin^2 60^\circ + \sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{4}{10} + \frac{3\sqrt{3}}{10}\right) \cdot \left(\frac{4}{10} - \frac{3\sqrt{3}}{10}\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{4}{10}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{10}\right)^2 = \\ &= \frac{75 + 16 - 27}{100} = 0,64. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{951. а) } \cos^2 \alpha + \cos^2(60^\circ + \alpha) + \cos^2(60^\circ - \alpha) &= \cos^2 \alpha + (\cos 60^\circ \cos \alpha - \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 + (\cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 + \\ &+ \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3}{4} \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \alpha + \\ &+ \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3}{4} \sin^2 \alpha = \frac{3}{2} \cos^2 \alpha + \frac{3}{2} \sin^2 \alpha = \frac{3}{2} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{3}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} &= \\ &= \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta (\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ &= \sin \alpha - \sin \beta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{в) } \sin^2(120^\circ + \alpha) = \sin^2(90^\circ + 30^\circ + \alpha) = \cos^2(30^\circ + \alpha) = (\cos 30^\circ \cos \alpha - \\
& - \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha\right)^2 = \frac{3}{4} \cos^2 \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha; \\
& \sin^2(120^\circ - \alpha) = \sin^2(90^\circ + 30^\circ - \alpha) = \cos^2(30^\circ - \alpha) = (\cos 30^\circ \cos \alpha + \sin 30^\circ \sin \alpha)^2 = \\
& = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha\right)^2 = \frac{3}{4} \cos^2 \alpha + \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha; \\
& \sin^2 \alpha + \frac{3}{4} \cos^2 \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha + \frac{3}{4} \cos^2 \alpha + \\
& + \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha = \frac{3}{2} \sin^2 \alpha + \frac{3}{2} \cos^2 \alpha = \frac{3}{2} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{г) } \frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
& = \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
& = \frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
& = \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
& = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
& = \frac{(\cos \alpha - \sin \beta)(\cos \alpha + \sin \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \cos \alpha + \sin \beta.
\end{aligned}$$

$$952. 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25 - 9}{25} = \frac{16}{25}; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

$$(\alpha \in \text{I четверти, значит, } \sin \alpha > 0), \text{ поэтому } \sin \alpha = \frac{4}{5};$$

$$2) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1; \sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta;$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2 = \frac{625 - 49}{625} = \frac{576}{625}; \sin \beta = \pm \sqrt{\frac{576}{625}} = \pm \frac{24}{25}$$

$$(\beta \in \text{I четверти, значит, } \sin \beta > 0), \text{ поэтому } \sin \beta = \frac{24}{25};$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3}; \operatorname{tg} \beta = \frac{24 \cdot 25}{25 \cdot 7} = \frac{24}{7};$$

$$4) \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\frac{4}{3} + \frac{24}{7}}{1 - \frac{4 \cdot 24}{3 \cdot 7}} = \frac{100 \cdot 21}{21 \cdot 75} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}.$$

953. 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{289 - 64}{289} = \frac{225}{289};$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{225}{289}} = \pm \frac{15}{17} \quad (\alpha \in \text{III четверти, следовательно, } \cos \alpha < 0), \text{ поэтому}$$

$$\cos \alpha = -\frac{15}{17};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{17} : \left(-\frac{15}{17}\right) = \frac{8 \cdot 17}{17 \cdot 15} = \frac{8}{15};$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \frac{8}{15}}{1 + 1 \cdot \frac{8}{15}} = \frac{7 \cdot 15}{15 \cdot 23} = \frac{7}{23}.$$

954.

$$a) \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} =$$

$$= \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \beta);$$

$$b) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + 1}.$$

По формуле тангенса суммы:

$$в) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha};$$

$$\begin{aligned}
 & \text{r) } \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} + \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = \frac{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} + \\
 & + \frac{(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \\
 & = \frac{(\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) + (\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta)(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)}{(\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta)} = \\
 & = \frac{(\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot 2}{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta} = 2.
 \end{aligned}$$

$$\text{955. a) } \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \alpha; \quad 1 + \operatorname{tg} \alpha = \alpha(1 - \operatorname{tg} \alpha);$$

$$1 + \operatorname{tg} \alpha = \alpha - \alpha \operatorname{tg} \alpha; \quad \alpha \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = \alpha - 1; \quad \operatorname{tg} \alpha(\alpha + 1) = \alpha - 1; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}.$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = \frac{1}{\alpha}; \quad \operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{ctg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + 1} = \frac{1}{\alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + 1 = \alpha(\operatorname{ctg} \alpha - 1); \quad \operatorname{ctg} \alpha + 1 = \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \alpha;$$

$$\alpha \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = 1 + \alpha; \quad \operatorname{ctg} \alpha(\alpha - 1) = \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{956. a) } & \frac{1 + \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)} = \frac{1 + \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha}}{1 - \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha}} = \frac{1 + \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}}{1 - \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}} = \\
 & = \frac{2(1 + \operatorname{tg} \alpha)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)(2 \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{2}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{1 + \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) - 1} = \frac{1 + \frac{\operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{ctg} 45^\circ - \operatorname{ctg} \alpha}}{\frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha} - 1} = \frac{1 + \frac{\operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - 1}}{\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - 1} = \\
 & = \frac{(\operatorname{ctg} \alpha - 1 + \operatorname{ctg} \alpha + 1)(1 - \operatorname{tg} \alpha)}{(\operatorname{ctg} \alpha - 1)(1 + \operatorname{tg} \alpha - 1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha)}{(\operatorname{ctg} \alpha - 1) \operatorname{tg} \alpha \cdot 2} = \\
 & = \frac{\operatorname{ctg} \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha)}{(\operatorname{ctg} \alpha - 1) \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha;
 \end{aligned}$$

По формулам синусов, косинусов, тангенсов суммы и разности:

$$\begin{aligned}
& \text{в) } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)= \\
& = \frac{\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{tg}\alpha\right)\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\alpha\right)}{\left(1-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha\right)\left(1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha\right)}+\sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha+\sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha- \\
& -\cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha=\frac{(1+\operatorname{tg}\alpha)(1-\operatorname{tg}\alpha)}{(1-\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\alpha)}+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha= \\
& =1+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\cos\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{г) } \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)= \\
& = \frac{\left(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\operatorname{ctg}\alpha+1\right)\left(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\operatorname{ctg}\alpha-1\right)}{\left(\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\right)\left(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{ctg}\alpha\right)}+\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha+ \\
& +\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha=\frac{(\operatorname{ctg}\alpha+1)(\operatorname{ctg}\alpha-1)}{(\operatorname{ctg}\alpha-1)(1+\operatorname{ctg}\alpha)}+\frac{1}{2}\cos\alpha+ \\
& +\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\cos\alpha.
\end{aligned}$$

957. Разделим числитель и знаменатель на $\cos\alpha \cdot \cos\beta$

$$\begin{aligned}
& \text{а) } \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}= \\
& = \frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}-\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}.
\end{aligned}$$

Разделим числитель и знаменатель на $\sin\alpha \cdot \cos\beta$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}-\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}}{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}+\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}}= \\
& = \frac{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}.
\end{aligned}$$

958. Разделим числитель и знаменатель на $\sin\alpha \cdot \sin\beta$

$$\begin{aligned}
 1) \operatorname{ctg}(\alpha+\beta) &= \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta} = \\
 &= \frac{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta} - \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta} + \frac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}} = \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \frac{\cos\beta}{\sin\beta} - 1}{\frac{\cos\beta}{\sin\beta} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}; \\
 2) \operatorname{ctg}(\alpha-\beta) &= \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta} = \\
 &= \frac{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta} + \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta} - \frac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}} = \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \frac{\cos\beta}{\sin\beta} + 1}{\frac{\cos\beta}{\sin\beta} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta + 1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}.
 \end{aligned}$$

959. 1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha = 1 - (0,1\sqrt{2})^2 = 0,98$;
 $\cos\alpha = \pm\sqrt{0,98} = \pm 0,7\sqrt{2}$

Так как α —острый, то $\cos\alpha > 0$, поэтому $\cos\alpha = 0,7\sqrt{2}$
 2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$; $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$; $\cos^2\beta = 1 - (0,6)^2 = 0,64$;
 $\cos\beta = \pm\sqrt{0,64} = \pm 0,8$. Так как β —острый, то $\cos\beta > 0$, поэтому $\cos\beta = 0,8$.

3) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = 0,1\sqrt{2} \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,6 = (0,8 + 0,42)\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Следовательно, $\alpha+\beta = 45^\circ$.

960. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{5}{11} + \frac{3}{8}}{1 - \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{73 \cdot 88}{88 \cdot 73} = 1$.

Следовательно, $\alpha+\beta = 45^\circ$ (α и β — острые).

961. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = \frac{\frac{25}{3}}{1 - \frac{28}{3}} = \frac{\frac{25}{3}}{-\frac{25}{3}} = -1$.

$\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0; \frac{\pi}{2})$; $\alpha+\beta \in (0; \pi)$. Следовательно, $\alpha+\beta = \frac{3\pi}{2}$.

$$\begin{aligned}
 962. \text{ a) } \sin \alpha &= 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \\
 &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2(-3)}{1 + (-3)^2} = -0,6.
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - (-3)^2}{1 + (-3)^2} = -0,8;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cdot (-3)}{1 - (-3)^2} = \frac{6}{8} = 0,75;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - (-3)^2}{2 \cdot (-3)} = \frac{8}{6} = 1 \frac{1}{3}.$$

$$963. \cos 4\alpha = 1 - 2\sin^2 2\alpha = 1 - 8\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 8\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha);$$

$$\begin{aligned}
 \sin^2 \alpha &= \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}; \cos 4\alpha = 1 - 8 \left(1 - \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) = \\
 &= 1 - 2\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = 1 - 4\sqrt{3} + 6 = 7 - 4\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 964. \text{ a) } \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = \sin \alpha (\cos^2 \alpha - \\
 &- \sin^2 \alpha) + \cos \alpha (2\sin \alpha \cos \alpha) = \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha + 2\sin \alpha \cos^2 \alpha = \\
 &= 3\sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha = 3\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^3 \alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \cos 3\alpha &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha = \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \\
 &- \sin \alpha (2\sin \alpha \cos \alpha) = \cos^3 \alpha - \cos \alpha \sin^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha = \cos^3 \alpha - 3\sin^2 \alpha \cos \alpha = \cos^3 \alpha - \\
 &- 3(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha = \cos^3 \alpha - 3\cos \alpha + 3\cos^3 \alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} &= \frac{\sin 3\alpha \cos \alpha - \cos 3\alpha \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{\sin(3\alpha - \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2; \\ \text{г) } \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha + \sin \alpha} &= \frac{2 \sin \frac{\alpha + 3\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha - \alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 3\alpha}{2}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

$$\text{965. а) } \sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 4 \sin \alpha \cos^3 \alpha - 4 \sin^3 \alpha \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \cos 4\alpha = 1 - 2 \sin^2 2\alpha = 1 - 8 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 8(1 - \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1.$$

$$\text{966. а) } 4 \sin 15^\circ \cos 15^\circ (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) = 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 4 \sin^2 75^\circ \cos^2 75^\circ - (\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ)^2 &= (2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ)^2 - \\ &- (\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ)^2 = \sin^2(2 \cdot 75^\circ) - \cos^2(2 \cdot 75^\circ) = -\cos(2 \cdot 2 \cdot 75^\circ) = \\ &= -\cos 300^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 1 - 6 \sin^2 \frac{\pi}{12} \cos^2 \frac{\pi}{12} &= 1 - \frac{3}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \right)^2 = \\ &= 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{8}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin \frac{\pi}{16} \cos^3 \frac{\pi}{16} - \sin^3 \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} &= \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \right) \cdot \\ &\cdot \left(\cos^2 \frac{\pi}{16} - \sin^2 \frac{\pi}{16} \right) = \frac{1}{4} 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{967. } a^2 + b^2 = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2.$$

$$\text{968. 1) } \cos^2 x + \sin^2 x = 1; \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x;$$

$$\sin^2 x = 1 - \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1 - \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{2) } \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{4} = 1 - \sqrt{3}, \text{ следовательно}$$

но, равенство $\cos 2x = 2 \cos x$ верно.

$$\begin{aligned}
 969. \quad \frac{\sin 4\alpha}{\sin \alpha} &= \frac{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{4 \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha} = \\
 &= 4 \cos \alpha (\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)) = 4 \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1). \text{ Если} \\
 \cos \alpha &= -\frac{1}{4}, \text{ то } 4 \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \left(2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - 1\right) = \left(-\frac{2}{16} - 1\right) = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{7}{8}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 970. \text{ а) } \cos 2\alpha - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) &= \sin 2\alpha \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \\
 &= \frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} - 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} = \\
 &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} - 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \\
 &= \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \left((\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha \right) = \\
 &= \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \cdot (\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha - 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Следовательно, } \cos 2\alpha - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin 2\alpha \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right);$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \left(\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} 2\alpha\right) \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}\right) &= \left(\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}\right) \cdot \\
 \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}\right) &= \frac{2(1 - \operatorname{tg} \alpha) + 2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \\
 \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}\right) &= \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha}{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \cos^2 \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \frac{3 + \cos 4\beta}{4} &= \frac{1}{4} (3 + 1 - 2 \sin^2 2\beta) = \frac{1}{4} (4 - 8 \sin^2 \beta \cos^2 \beta) = 1 - \\
 - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta &= (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta)^2 - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta = \sin^4 \beta + \\
 + 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta &= \sin^4 \beta + \cos^4 \beta.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 971. \text{ a) } & \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha - 1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \\
 & = \frac{2}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} : \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} : \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \\
 & = \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1} = \cos 2\alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } & \frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) + 1} = \frac{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)} - 1}{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)} + 1} = \frac{\sin^2(45^\circ + \alpha) - \cos^2(45^\circ + \alpha)}{\sin^2(45^\circ + \alpha) + \cos^2(45^\circ + \alpha)} = \\
 & = \frac{(\sin^2(45^\circ + \alpha) - \cos^2(45^\circ + \alpha)) \cos^2(45^\circ + \alpha)}{(\sin^2(45^\circ + \alpha) + \cos^2(45^\circ + \alpha)) \cos^2(45^\circ + \alpha)} = -\cos(90^\circ + 2\alpha) = \sin 2\alpha. \\
 \text{г) } & (\operatorname{tg} 2\alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) = \\
 & \left(\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} - 2 \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) = \frac{(2 \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg}^3 \alpha) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \\
 & = \frac{2 \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 2 \operatorname{tg}^4 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \operatorname{tg}^4 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg}^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д) } & \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} : \frac{1}{\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \\
 & = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos 2\alpha}{\cos 2\alpha \cdot \cos \alpha}} = \\
 & = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos 2\alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha}{\sin \alpha} = \cos 2\alpha;
 \end{aligned}$$

е) 1) Рассмотрим

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2 \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = -2 \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = -2 \operatorname{ctg} 2\alpha$$

$$2) \text{ Рассмотрим } \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha + 2 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{ctg} 4\alpha = -2 \operatorname{ctg} 2\alpha + 2 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{ctg} 4\alpha = \\ = 2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha) + 4 \operatorname{ctg} 4\alpha = 2(-2 \operatorname{ctg} 4\alpha) + 4 \operatorname{ctg} 4\alpha = 0;$$

Следовательно, $\operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{ctg} 4\alpha = \operatorname{ctg} \alpha$.

972. Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

$$a) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = \frac{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

$$б) \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \frac{2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}}{-2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{-\sin \frac{\alpha + \beta}{2}} = -\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

$$в) \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin \alpha - \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos(\alpha - \frac{\pi}{4})}{2 \cos \frac{\pi}{4} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = \operatorname{ctg}(\alpha - \frac{\pi}{4}).$$

973. По формулам суммы косинусов и синусов:

$$\cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos \alpha = \cos 2\alpha + 2 \cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = 2 \cos 2\alpha (\frac{1}{2} + \cos 3\alpha) = \\ = 2 \cos 2\alpha (\cos \frac{\pi}{3} + \cos 3\alpha) = 4 \cos 2\alpha \cos(\frac{\pi}{6} + \frac{3}{2} \alpha) \cos(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{2} \alpha);$$

$$\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha = \sin 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos \alpha = 2 \sin 2\alpha (\frac{1}{2} + \cos \alpha) = \\ = 2 \sin 2\alpha (\cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha) = 4 \sin 2\alpha \cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}) \cos(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}).$$

$$\mathbf{974. a)} \sin 19^\circ + \sin 25^\circ + \sin 31^\circ = 2 \sin \frac{19^\circ + 31^\circ}{2} \cos \frac{19^\circ - 31^\circ}{2} + \sin 25^\circ = \\ = 2 \sin 25^\circ \cos(-6^\circ) + \sin 25^\circ = 2 \sin 25^\circ (\cos 6^\circ + \frac{1}{2}) = \\ = 2 \sin 25^\circ (\cos 6^\circ + \cos 60^\circ) = 2 \sin 25^\circ \cdot 2 \cos \frac{6^\circ + 60^\circ}{2} \cdot \cos \frac{6^\circ - 60^\circ}{2} = \\ = 4 \sin 25^\circ \cos 33^\circ \cos(-27^\circ) = 4 \sin 25^\circ \cos 33^\circ \cos 27^\circ.$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ = 2 \sin \frac{16^\circ + 24^\circ}{2} \cos \frac{16^\circ - 24^\circ}{2} + \sin 40^\circ = \\
& = 2 \sin 20^\circ \cos 4^\circ + 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ = 2 \sin 20^\circ (\cos 4^\circ + \cos 20^\circ) = \\
& = 2 \sin 20^\circ \cdot 2 \cos \frac{4^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{4^\circ - 20^\circ}{2} = 4 \sin 20^\circ \cos 12^\circ \cdot \cos 8^\circ.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{975. а) } \frac{\sin 22^\circ + \sin 8^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2 \sin \frac{22^\circ + 8^\circ}{2} \cos \frac{22^\circ - 8^\circ}{2}}{2 \sin \frac{30^\circ}{2} \cos \frac{30^\circ}{2}} = \\
& = \frac{2 \sin 15^\circ \cos 7^\circ}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 7^\circ}{\cos 15^\circ}; \\
& \frac{\sin 12^\circ - \sin 2^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 80^\circ} = \frac{2 \sin 5^\circ \cos 7^\circ}{2 \sin 75^\circ \cdot \sin 5^\circ} = \frac{\cos 7^\circ}{\cos(90^\circ - 75^\circ)} = \frac{\cos 7^\circ}{\sin 15^\circ}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\cos 20^\circ - \cos 50^\circ}{\cos 31^\circ + \sin 11^\circ} = \frac{2 \sin \frac{20^\circ - 50^\circ}{2} \cdot \sin \frac{20^\circ + 50^\circ}{2}}{2 \sin 59^\circ + \sin 11^\circ} = \\
& = \frac{2 \sin(-15^\circ) \sin 35^\circ}{2 \sin 35^\circ \cos 24^\circ} = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 24^\circ}; \\
& \frac{\sin 80^\circ - \sin 70^\circ}{\sin 29^\circ - \sin 19^\circ} = \frac{2 \sin 5^\circ \cos 75^\circ}{2 \sin 5^\circ \cos 24^\circ} = \frac{\cos 75^\circ}{\cos 24^\circ} = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 24^\circ}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{976. а) } \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \\
& = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4}} = \\
& = \text{ctg} \alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{-2 \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3}}{2 \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3}} = -\text{tg} \frac{\pi}{3} \text{tg} \alpha = \\
& = -\sqrt{3} \text{tg} \alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
977. \text{ a) } & \sin\alpha + \cos\alpha - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = (\sin\alpha - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)) + (\cos\alpha + \\
& + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)) = 2 \cos \frac{\alpha + \alpha - \frac{\pi}{6}}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha + \frac{\pi}{6}}{2} + \\
& + 2 \cos \frac{\alpha + \alpha - \frac{\pi}{6}}{2} \cos \frac{\alpha - \alpha + \frac{\pi}{6}}{2} = 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) \sin \frac{\pi}{12} + \\
& + 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) \cos \frac{\pi}{12} = 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right) = \\
& 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{12} + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)\right) = 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right) = \\
& = 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } & \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \right. \\
& \left. - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\right) - \left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)\right) = \\
& = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6} - \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha - \frac{\pi}{6} + \alpha}{2} + 2 \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\pi}{3} - \alpha}{2} \times \\
& \times \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha - \frac{\pi}{3} + \alpha}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{6} \sin\alpha + 2 \sin \frac{\pi}{3} \sin\alpha = -\sin\alpha + \sqrt{3} \sin\alpha = \sin\alpha(\sqrt{3} - 1).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
978. & \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = (\cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta) \cdot (\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta) = \\
& = \cos^2\alpha \cos^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta = \cos^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - \sin^2\beta(1 - \cos^2\alpha) = \\
& = \cos^2\alpha - \sin^2\beta \cos^2\alpha - \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \cos^2\alpha - \sin^2\beta.
\end{aligned}$$

979.

$$\sqrt{1 + \cos 2\alpha} - \sqrt{1 - \cos 2\alpha} = \sqrt{2 \cos^2 \alpha} - \sqrt{2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{2}(\cos \alpha - \sin \alpha);$$

$$980. \frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1} = \frac{(1 + \cos 2\alpha) + (\cos 3\alpha + \cos \alpha)}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha - 1} =$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{(1 + \cos 2\alpha) + 2 \cos \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2}}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha - 1} = \frac{2 \cos^2 \alpha + 2 \cos 2\alpha \cos \alpha}{\cos 2\alpha + \cos \alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \alpha (\cos \alpha + \cos 2\alpha)}{\cos \alpha + \cos 2\alpha} = 2 \cos \alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
981. \text{ a) } & \frac{\cos \alpha - 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \\
& = \frac{(\cos 3\alpha + \cos \alpha) + 2 \cos 2\alpha}{(\sin 3\alpha + \sin \alpha) + 2 \sin 2\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2} + 2 \cos \alpha}{2 \sin \frac{3\alpha + \alpha}{2} \sin \frac{3\alpha - \alpha}{2} + 2 \sin \alpha} = \\
& = \frac{2 \cos 2\alpha \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha \sin \alpha + 2 \sin 2\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos 2\alpha (\cos \alpha + 1)}{2 \sin 2\alpha (\cos \alpha + 1)} = \frac{2 \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } & \frac{\sin 4\alpha + 2 \cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = \frac{(\sin 4\alpha - \sin 2\alpha) + 2 \cos 3\alpha}{(\cos 4\alpha - \cos 3\alpha) - 2 \sin 3\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \sin \frac{4\alpha - 2\alpha}{2} + 2 \cos 3\alpha}{-2 \sin \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \sin \frac{4\alpha - 2\alpha}{2} - 2 \sin 3\alpha} = \frac{2 \cos 3 \sin \alpha + 2 \cos 3\alpha}{-2 \sin 3\alpha \sin \alpha - 2 \sin 3\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos 3\alpha (\sin \alpha + 1)}{-2 \sin 3\alpha (\sin \alpha + 1)} = -\frac{\cos 3\alpha}{\sin 3\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
982. \text{ a) } & \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha}{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha} = \\
& = \frac{(\cos 5\alpha + \cos \alpha) - (\cos 7\alpha + \cos 3\alpha)}{(\sin 5\alpha + \sin \alpha) + (\sin 7\alpha + \sin 3\alpha)} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \cos \frac{7\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{7\alpha - 3\alpha}{2}}{2 \sin \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} + 2 \sin \frac{7\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{7\alpha - 3\alpha}{2}} = \\
& = \frac{2 \cos 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \cos 5\alpha \cos 2\alpha}{2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha + 2 \sin 5\alpha \cos 2\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha (\cos 3\alpha - \cos 5\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 3\alpha + \sin 5\alpha)} = \\
& = \frac{\cos 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha} = -2 \frac{\sin 4\alpha \sin(-\alpha)}{2 \sin 4\alpha \cos(-\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\cos \alpha - \cos 2\alpha - \cos 4\alpha + \cos 5\alpha}{\sin \alpha - \sin 2\alpha - \sin 4\alpha + \sin 5\alpha} = \\
& = \frac{(\cos 5\alpha + \cos \alpha) - (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha)}{(\sin 5\alpha + \sin \alpha) - (\sin 4\alpha + \sin 2\alpha)} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \cos \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \cos \frac{4\alpha - 2\alpha}{2}}{2 \sin \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \sin \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \cos \frac{4\alpha - 2\alpha}{2}} = \\
& = \frac{2 \cos 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \cos 3\alpha \cos \alpha}{2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \sin 3\alpha \cos \alpha} = \frac{2 \cos 3\alpha (\cos 2\alpha - \cos \alpha)}{2 \sin 3\alpha (\cos 2\alpha - \cos \alpha)} = \\
& = \frac{\cos 3\alpha}{\sin 3\alpha} = \text{ctg} 3\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{983.} \sin A + \sin B + \sin C = \sin A + \sin B + \sin(\pi - A - B) = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \\
& + 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A+B}{2} = 2 \sin \frac{A+B}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) = \\
& = 2 \sin \frac{\pi - C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} = 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2}.
\end{aligned}$$